



Co-funded by
the European Union



Screening 2+

Handbok

This project has been funded with support from the European Commission. This publication [communication] reflects the views only of the author and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Innehåll

Förord.....	2
1 <i>DiToM</i> :s mål och vägledande principer	3
Vad är tanken med <i>DiToM</i> Screeningen?.....	3
Vad är "key skills" i matematik?	3
Vad är nästa steg efter att ha genomfört <i>DiToM</i> Screeningen?	4
2 Instruktioner för genomförande av Screening 2+.....	6
3 Bakgrund och förslag på stöd avseende de enskilda uppgifterna i <i>DiToM</i> 2+	23
Uppgift 1: Talraden	23
Uppgift 2: Representationer av tiotal och ental	24
Uppgift 3: Talets grannar, räkna framåt och bakåt	25
Uppgift 4: Skriva tvåsiffriga tal.....	26
Uppgift 5: Hälften	27
Uppgift 6: Tallinjen, ordinalitet.....	28
Uppgift 7: Dela upp tal	29
Uppgift 8: Addition	30
Uppgift 9: Subtraktion	31
Uppgift 10: Operativ förståelse (addition).....	32
Uppgift 11: Operativ förståelse (subtraktion).....	33
Uppgift 12: Talfakta (multiplikation).....	34
Uppgift 13: Operativ förståelse (multiplikation)	35
Uppgift 14: Innehållsdivision	36
Uppgift15: Delningsdivision	37
4 Information om utvärdering och dokumentation av resultat.....	38
"Cut off score" (gränsvärden) för elevens svar för <i>DiToM</i> 2+ – och hur man tolkar dem	38
Referenser	43

Förord

Denna handbok är utformad för att stödja dig med att administrera DiToM 2+-screeningen och använda testresultaten på ett effektivt sätt i din klass. På följande sidor hittar du:

1. kort introduktion till målen och riktlinjerna för Erasmus+-projektet *DiToM*;
2. detaljerade, stegvisa instruktioner för hur *DiToM 2+* genomförs i klassrummet;
3. förklaringar av varje uppgift i *DiToM 2+*, inklusive möjliga stödåtgärder för elever vars screeningresultat indikerar kunskapsluckor av viktiga matematiska kompetenser;
4. vägledning om hur resultaten utvärderas och dokumenteras.

Manualen (del 2) och utvärderingstabellerna som beskrivs i del 4 kan också laddas ner separat som enskilda PDF-filer från www.ditom.org/

Om du skriver ut manualen rekommenderar vi att du skriver ut den dubbelsidigt och spiralbinder den. I den broschyr du får kan du behålla sidan som är avsedd för läraren för att läsa instruktionerna högt, medan sidan som är avsedd för elever ofta innehåller ett exempel som hjälper dig att förklara vad eleverna förväntas göra. Du kan också använda power-pointen för att visa exemplen för eleverna.

1 DiToM:s mål och vägledande principer

Matematikinläringen sker i etapper: ny kunskap bygger på tidigare kunskaper. När grundläggande idéer och begrepp saknas blir det allt svårare för eleverna att förstå och begripa matematiskt innehåll som bygger på dessa grunder. Både nationella och internationella studier visar att en betydande andel av eleverna redan i grundskolan inte uppnår minimikraven i matematik – och av ovanstående skäl fortsätter det ofta i gymnasiet. Det är alarmerande att många ungdomar avslutar sin obligatoriska skolgång utan att ha uppnått den grundläggande matematiska kompetens som enligt OECD är nödvändig för att ”fullt ut kunna delta i samhällslivet”.

För att motverka detta behöver lärarna först kunna identifiera matematiska inläringssvårigheter – helst så tidigt och så exakt som möjligt. Endast på denna grund kan riktade stödåtgärder vidtas. Det är precis här som EU-projektet *Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)* kommer in. I ett samarbete mellan Tyskland, Frankrike, Grekland, Kroatien, Italien, Sverige och Spanien har fem sammankopplade screeningverktyg utvecklats. Dessa verktyg gör det möjligt för lärare att i slutet eller början av ett skolår få en överskådlig bild av vilka elever som riskerar att hamna i matematiksvårigheter om de inte får riktade stödåtgärder.

Screeningarna följer en tvåårig cykel:

- **Screening 0** – Slutet av förskoleklass/början av åk 1
- **Screening 2+** – Slutet av åk 2 / början av åk 3
- **Screening 4+** – Slutet av åk 4 / början av åk 5
- **Screening 6+** – Slutet av åk 6 / början av åk 7
- **Screening 8+** – Slutet av åk 8 / början av åk 9

Vad är tanken med DiToM Screening?

De fem testerna fokuserar på viktiga matematiska kunskaper som bör vara säkra i början av en årskurs för att nya kunskaper ska kunna läras in med förståelse. Varje test kan genomföras med hela klassen under en enda lektion och utvärderas med relativt liten tidsinsats med hjälp av de medföljande bedömningsverktygen (resultatblanketter, se avsnitt 4). Resultaten ger lärarna en första strukturerad översikt över vilka elever som kan behöva extra stöd inom vissa områden.

Orden **”kan behöva”** är avgörande: en screening ersätter inte en individuell, kvalitativ bedömning av en elevs kunskaper. I bästa fall ger den initiala ledtrådar om vilka strategier eller lösningsmetoder som kan ha använts av eleven. För en mer detaljerad förståelse krävs observationer och individuella samtal. Screening kan dock fungera som en värdefull utgångspunkt för att avgöra vilka elever som skulle ha störst nytta av sådana uppföljande åtgärder.

Vad är ”key skills” i matematik?

Som tidigare nämnts är inläringen av matematik hierarkisk (Wittmann, 2015, s. 199). Detta gäller särskilt inom aritmetik (tal och räkneoperationer) och algebra – just de områden som DiToM-testen medvetet fokuserar på. Inom dessa områden är det möjligt att i varje inlärningsstadium identifiera ”key skills” – utan dessa kan inte vidare inläring ske på ett meningsfullt och hållbart sätt.

Exempel: För att kunna arbeta framgångsrikt med naturliga tal måste elever förstå dem i termer av delhelhetsbegreppet – en utvecklingsprocess som bör slutföras under det första skolåret. Delhelhetsbegreppet innebär till exempel att talet sju förstås som en helhet som består av delar – fem och två, fyra och tre, ett och sex, och så vidare. Denna förståelse bör sedan bli automatiserad: en elev bör inte längre behöva anstränga sig medvetet för att känna igen fem som den saknade delen av sju när två ges som den andra delen. Denna kombination av förståelse och automatisering är karakteristisk för många “key skills”: först när vissa färdigheter är automatiserade kan den mentala kapaciteten frigöras för att ta itu med matematiska utmaningar på högre nivå.

Om en elev kan tänka på tal som något som “bildar en helhet” eller en “helhet som kan delas upp i delar”, och det är väl fungerande, kan man till exempel se det i beräkningsstrategierna. En elev som tänker på sju som fem och två kommer att lösa $7 - 5$ utan ansträngning, även under det första skolåret, utan att räkna. Elever som saknar denna kompetens fortsätter dock ofta att förlita sig på mödosamma, energikrävande räknestrategier långt upp i grundskolan och gymnasiet. Sådana strategier i addition och subtraktion blir snart ohanterliga när två- eller tresiffriga tal är inblandade. Det blir också svårt att använda relationer mellan multiplikationstabeller – till exempel att inse att $9 \cdot 6$ är sex mindre än det lättare $10 \cdot 6$. Brister i en “key skill” (att förstå tal som sammansättningar) hindrar därmed inläringen av addition, subtraktion, multiplikation, som i sin tur är förutsättningar för mer avancerade färdigheter (division, proportionellt resonemang etcetera).

Detta fortsätter även högre upp i åldrarna: elever som har svårt för naturliga tal kommer att möta ännu större svårigheter med bråk och decimaler. Algebra bygger på insikter som borde ha förvärvats genom att arbeta med de grundläggande räknesätten. Utan dessa insikter kan algebra framstå som en obegriplig kod för eleverna.

Av denna anledning fokuserar *DiToM*-testerna på “key skills” – de som bör vara väl etablerade i början av årskurs 1, 3, 5, 7 och 9, så att vidare matematikinläring kan fortsätta framgångsrikt.

Vad är nästa steg efter att ha genomfört *DiToM* Screeningen?

Med hjälp av de utvärderingsverktyg (resultatblanketter) som beskrivs i kapitel 4 skapar lärarna en tabell (i Excel eller på papper) som kan läsas i två riktningar:

- **Vågrätt:** Varje elevs resultat visar vilka uppgifter som löstes korrekt, delvis korrekt, felaktigt eller lämnades tomma, vilket resulterar i en totalpoäng eleven.
- **Lodrätt:** För varje uppgift visar tabellen hur många elever som löste den korrekt, delvis korrekt, felaktigt eller inte alls.

Med fokus på enskilda elever:

DiToM handlar inte om att sätta “etiketter” på elever utifrån olika nivåer. Undersökningarna är inte utformade för att identifiera elever med “dyskalkyli” till exempel. Den centrala fråga som *DiToM* försöker besvara är: Hur kan lärare på bästa sätt stödja elever som har svårt med viktiga aritmetiska färdigheter? Riktat stöd kräver en korrekt förståelse av varje elevs aktuella förståelse. *DiToM* hjälper till att identifiera de elever som är / kan vara i behov av stöd – varken mer eller mindre. Kapitel 3 innehåller kortfattade beskrivningar om vilka typer av uppföljningsstöd som kan vara till hjälp för varje specifik uppgift.

“Cut off score” (gränsvärden) som diskuteras i kapitel 4 fastställdes utifrån försök med DiToM-screeningar av 8 820 elever i de sju partnerländerna. Med hjälp av latent klassanalys (se Livingston, 2014) gjordes följande grupper.

- **Grupp A:** uppvisar omfattande svårigheter inom flera “key skills”.
- **Grupp B:** visar tecken på svårigheter inom specifika områden.
- **Grupp C:** visar inte direkta tecken på svårigheter

Det är viktigt att komma ihåg att alla screeningar endast ger en ögonblicksbild. Vissa elever kan helt enkelt ha haft en dålig dag eller varit distraherade, medan andra – trots försiktighetsåtgärder – kan ha kopierat svar från någon annan. Screeningresultat bör därför tolkas med försiktighet. De bör alltid jämföras med observationer från den dagliga undervisningen och användas som underlag för ytterligare riktade observationer och uppföljningsuppgifter under de kommande dagarna och veckorna.

Om det står klart att en elev tillhör grupp A finns det anledning att förvänta sig att elevens matematiska svårigheter kommer att förvärras under skolarbetet om inte effektiva åtgärder vidtas i tid. Kapitel 3 kan endast ge allmänna riktlinjer för sådana åtgärder, baserade på de “key skills” som bedöms i varje uppgift. För mer omfattande vägledning hänvisar vi lärarna till relevant pedagogisk litteratur och samtal med speciallärare/specialpedagog.

Elever i grupp B behöver sannolikt också riktat stöd inom åtminstone vissa områden för att lyckas med sitt lärande. Det är viktigt att komma ihåg att alla screeninguppgifter bedömer “key skills”. Screeningen är avsiktligt utformad för att inte skilja mellan högpresterande elever – i idealfallet bör de flesta elever tycka att uppgifterna är ganska lätta. Därför bör även eventuella fel som barn i grupp C gör i enskilda uppgifter tas på allvar, eftersom de kan avslöja brister i viktiga grundläggande färdigheter.

Med tanke på klassen som helhet:

Om flera elever i klassen hade svårt med samma uppgift kan detta tyda på att de har fått otillräcklig träning antingen i sin tidigare skolgång eller innan de började skolan. I sådana fall är det desto viktigare att dessa inlärningsmöjligheter nu erbjuds, även om läroplanen redan har gått vidare till nytt innehåll. Återigen är det viktigt att ta hänsyn till den hierarkiska strukturen i matematikinläringen: varje nivå bygger på en säker förståelse av de grundläggande kompetenser som krävs innan man går vidare.

2 Instruktioner för genomförande av Screening 2+

Den här manualen innehåller instruktioner om hur screeningen genomförs. Screeningen är tänkt att användas antingen vid slutet av åk 2 eller i början av åk 3.

Screening 2+ innehåller följande delar:

1. Talraden
2. Representationer av tiotal och ental
3. Talets grannar, räkna framåt och bakåt
4. Skriva tvåsiffriga tal
5. Hälften
6. Tallinjen, ordinalitet
7. Dela upp tal
8. Addition
9. Subtraktion
10. Operativ förståelse (addition)
11. Operativ förståelse (subtraktion)
12. Talfakta multiplikation
13. Operativ förståelse (multiplikation)
14. Innehållsdivision
15. Delningsdivision

Följande avsnitt innehåller detaljerade instruktioner om hur screeningen ska genomföras.

Dessa instruktioner finns också tillgängliga som en **separat PDF-fil för nedladdning**. Om du skriver ut filen dubbelsidigt och sätter ihop den får du ett häfte som du kan läsa instruktionerna högt ur under testet. De extra sidorna som ingår i den tryckta versionen gör att du, genom att vända vänster sida av varje dubbelsida mot eleverna, kan hålla upp häftet och läsa instruktionerna från sidan framför dig, medan eleverna kan se motsvarande exempeluppgift på baksidan av häftet.

Instruktionerna finns även som en power-point presentation där exempeluppgifterna visas i bilderna och instruktionerna finns i anteckningarna till bilderna.

Information innan du delar ut häftena till eleverna.

Säg till eleverna att vid slutet av åk 2/början av åk 3 så vill du ta reda på vad eleverna redan vet och kan.

Tala om att de ska få ett litet häfte med uppgifter de ska lösa och att du kommer att guida dem igenom uppgifterna och berätta vad de ska göra.

Förklara att det är viktigt att de löser uppgifterna själva och att det inte hjälper dem om de tittar på någon annan. Ett skäl kan vara att lösningen kan vara fel. Ett annat att du vill veta vad varje elev kan och vad de kan behöva hjälp med.

Om du behöver, och det finns tillgängligt, kan du sätta upp skärmar mellan eleverna.

Be eleverna att bara använda penna. Att sudda ut sitt svar i detta test tar för lång tid. Om de har svarat fel kryssar de över sitt svar i häftet och skriver det nya svaret bredvid. Du kan visa på tavlan hur det kan se ut.

Tala om att du kommer att leda eleverna genom testet genom att du går igenom uppgifterna en efter en. Säg att det är viktigt att de inte bläddrar fram innan du säger att de ska vända sida.

Förklara att det är viktigt att de lyssnar noggrant på dina förklaringar. Innan de kan lösa uppgiften kommer du att förklara ett exempel för hela klassen.

Se till att det är tomt på elevernas bänkar och att de bara har sin penna framför sig .

Vissa uppgifter har en **tidsgräns**. För att undvika stress, meddela inte detta i förväg. Berätta i stället för dem att du förväntar dig att de kommer att lösa vissa av uppgifterna ganska snabbt eftersom de förmodligen redan kan dem utantill. Meddela att när de har arbetat en tid med en uppgift kan du säga STOPP, eller något annat, och då ska alla sluta skriva. Betona att det inte är ett problem om någon inte är klar vid den tidpunkten. Målet för all screening är en lugn och stressfri miljö. Du kan även välja att låta eleverna ha två olika pennor med olika färg. När tidsgränsen är uppnådd kan du be eleverna byta penna och på så sätt kan du se hur långt de hann under den givna tiden.

För **uppgifter utan tidsgräns**, bestäm själv om och när du ska fortsätta till nästa uppgift. Detta kan vara lämpligt när de flesta elever är klara med uppgiften. Vissa elever kan ta betydligt längre tid än den stora majoriteten, och även med mer tid kanske de inte slutför uppgiften. Men om andra måste vänta för länge kan det uppstå oro. Därför kan det vara bättre att fortsätta till nästa uppgift och försäkra dem som inte är klara att det inte spelar någon roll, och berömma eleverna för deras ansträngningar.

Berätta att du nu ska dela ut häftena och att det är viktigt att de låter dem ligga på bänken och att de inte öppnar dem.

Dela ut häftena och be eleverna att skriva sitt namn och klass på förstasidan.

1 Talraden

Exempel



6
_____ pärlor



“Här ser du ett armband. Det har sex pärlor. Då skriver vi 6 här nere på raden.

→ *Peka på linjen med pennan.*

“Det är sex pärlor, så då skriver vi en sexa därför att det är 6 pärlor.

Screening uppgift



_____ pärlor

“Öppna nu ditt häfte till första sidan så du ser den första uppgiften.”

“Här ser du ett annat armband. Räkna tyst för dig själv hur många pärlor det är i det här armbandet.!”

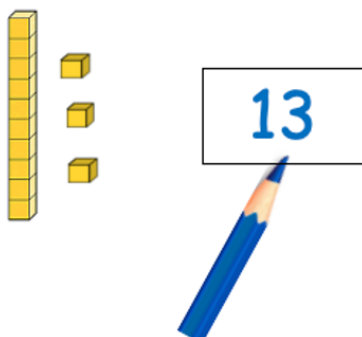
Skriv hur många pärlor det är på linjen under armbandet.

Räkna dem tyst och skriv sedan antalet pärlor på linjen.”

“Lägg ner pennan på bänken när du är färdig..”

2 Representationer av tiotal och ental

Exempel



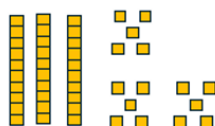
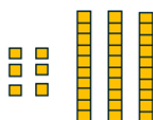
“Titta på den här bilden. Bilden visar numret **tretton**. **Tio** här och **tre** här.

→ *Peka på materialet.*

“Därför skriver vi **tretton** i den tomma rutan bredvid bilden. (peka på den tomma rutan och pennan).

Tid: 30 sek

Screening uppgift



“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida”

“Här ser du tre andra bilder av tal. Skriv ner i den tomma rutan, bredvid bilden, hur många det är på bilden”

Var så god att börja

→ *Räkna tyst till 30 (läraren)*

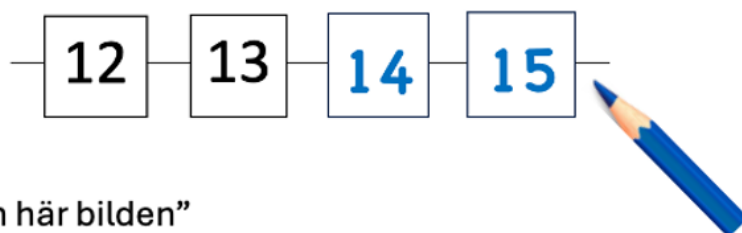
“Nu fortsätter vi till nästa uppgift. Det gör ingenting om du inte har gjort klart.

“Nu tittar vi på den här bilden.”

→ *Peka på bilden på uppgift tre.*

3 Talets grannar, räkna framåt och bakåt

Exempel



“Titta på den här bilden”

→ Peka mot exemplet

“Det är fyra tal på raden. Den startar på tolv, tretton och talet efter det är **fjorton**. Därför har vi skrivit 14 i nästa ruta.

Efter fjorton kommer **femton** och därför har vi skrivit 15 i nästa tomma ruta.

→ Peka först på 14 och sedan på 15

“De fyra talen i den här raden är tolv, tretton, **fjorton** och **femton**”.

Ingen tidsgräns

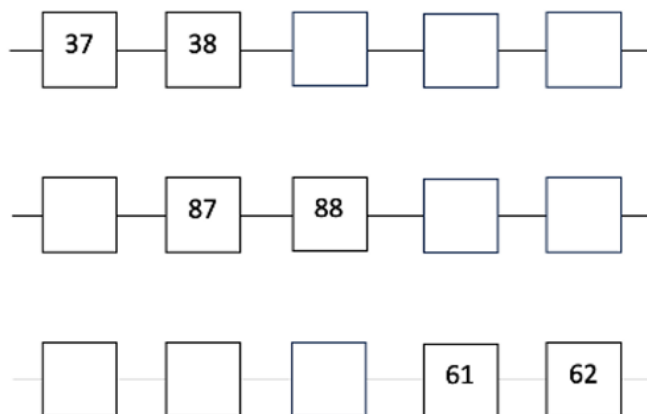
Screening uppgift

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida”

Här är det alltid fem tal i rad. Skriv ner det tal som saknas i de tomma rutorna..”

”Titta noga, ibland behöver du hitta talet som kommer före ett annat tal.”

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”



4 Skriva tvåsiffriga tal

Exempel

22

“När vi vill skriva tjugotvå skriver vi talet 22”.

→ Peka på talet på första raden

18



“Och när vi vill skriva talet arton skriver vi talet 18”

→ Peka på 18 på andra raden

Ingen tidsgräns

Screening uppgift

a) _____

b) _____

c) _____

d) _____

e) _____

“Nu ska du skriva ner tal.”

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida. Du ser fem linjer, från a till e och alla ligger under varandra. Jag kommer att säga fem tal och du skriver ner dem under varandra på raden.

“Nu kommer jag att säga fem tal, en efter en. Lyssna noga och skriv ner talet på raden.:

trettio (30)

tolv (12)

fyrtyotre (43)

fjorton (14)

sjuttioett (71)”

“Nu går vi vidare till nästa uppgift.”

5 Hälften

Exempel:

Hälften av 10: 5



“Hälften av tio är fem. Så då skriver vi 5 här...”

→ *Pekar mot exempeluppgiften*

Screening uppgift

Tid: 30 sek

Hälften av 12: _____

Hälften av 16: _____

Hälften av 60: _____

Hälften av 80: _____

Hälften av 50: _____

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida”

“Här är det fler tal och du ska skriva ner hur mycket hälften är av varje tal”

“Var så god att börja!”

→ *Räkna till 30 tyst för dig själv*

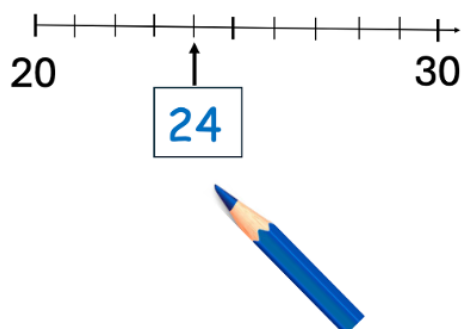
“Nu fortsätter vi till nästa uppgift. Det gör ingenting om du inte har gjort klart.”

“Nu tittar vi på den här bilden.”

→ *Peka på bilden på uppgift 6.*

6 Tallinjen, ordinalitet

Exempel



“Här ser du en tallinje som går från 20 till 30...”

→ Visa genom att peka från 20 till 30.

→ “Vi letar efter det tal som ska stå i den tomma rutan.”

→ Peka på den tomma rutan

” Det är nummer 24-som ska stå i rutan – alltså skriver vi 24 i rutan”.

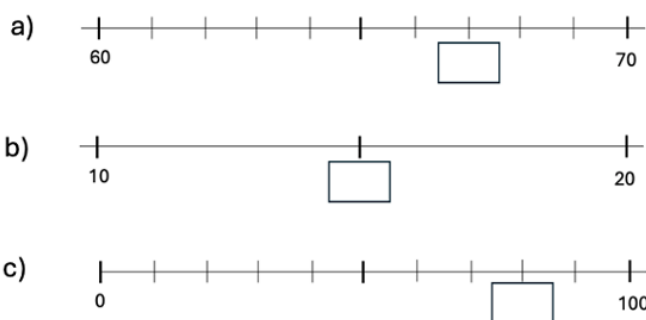
Screening uppgift

Ingen tidsgräns

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida”

“Titta noga vilka tal som står på varje tallinje. Vilket tal ska stå i den tomma rutan? Skriv det talet i den tomma rutan”

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”



7 Dela upp tal (upp till 10)

Exempel

5	
3	2



“Här ser du att det står 5 i den översta delen av rutan.

→ Peka på nummer fem

“Som du vet kan vi dela upp 5 på olika sätt. Om ett av de talen är 3...

→ Peka på 3

“... så är det andra talet 2 därför att 3 och 2 är fem. (eller om du vill säga $3+2$).

→ Peka på talen när du säger dem

“Så talet fem kan delas upp i talen 3 och 2 som tillsammans är 5.

Screening uppgift

a)	b)	c)	d)	e)	f)																								
<table><tr><td colspan="2">6</td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	6		1		<table><tr><td colspan="2">7</td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table>	7		3		<table><tr><td colspan="2">8</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr></table>	8		2		<table><tr><td colspan="2">8</td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr></table>	8		5		<table><tr><td colspan="2">9</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr></table>	9		2		<table><tr><td colspan="2">9</td></tr><tr><td>4</td><td></td></tr></table>	9		4	
6																													
1																													
7																													
3																													
8																													
2																													
8																													
5																													
9																													
2																													
9																													
4																													

Tid: 30 sek

Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida där du hittar fler tal att dela upp.”

“Titta noga på talet högst upp och skriv sedan det tal som saknas i den tomma rutan. De två talen nere bildar tillsammans talet som står högst upp “

“Var så god att börja!”

→ Räkna tyst till 30

“Nu fortsätter vi till nästa uppgift. Det gör ingenting om du inte har gjort klart.”

8 Addition

Inget exempel behövs

Screening uppgift

Ingen tidsgräns

a) $32 + 7 =$

“Vi behöver inget exempel till nästa uppgift för ni vet redan hur man ska göra.”

b) $6 + 74 =$

“Nu ska vi lösa uppgifter med addition.”

c) $60 + 30 =$

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida där du hittar några additionsuppgifter.”

d) $27 + 40 =$

“Var så god att börja!!”

e) $25 + 8 =$

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”

“Ni har jobbat väldigt bra så här långt och vi har redan gjort mer än hälften av uppgifterna. Ställ dig upp och skaka på armarna, händerna och fötter en stund. “ → *läraren gör samma sak*

“Kändes det bra? Nu kan ni sätta er ner igen.”

9 Subtraktion

Inget exempel behövs

Screening uppgift

Ingen tidsgräns

a) $48 - 6 =$

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida där du hittar några **subtraktionsuppgifter**.”

b) $37 - 7 =$

“Vi ska jobba med subtraktion nu. Glöm inte bort att det är subtraktion i de här uppgifterna..”

c) $20 - 9 =$

d) $56 - 30 =$

“Var så god att börja med uppgifterna!”

e) $25 - 8 =$

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”

10 Operativ förståelse av addition

Inget exempel behövs

Ingen tidsgräns

Screening uppgift

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida där du hittar nästa uppgift. Jag ska läsa upp uppgiften för dig.”

→ *Läs upp uppgifter och betona de ord som är markerade.*

På väg till skolan:

Det är **12** barn som åker skolbuss.

Vid nästa hållplats kliver det på **6** barn till.

Hur många barn är det på bussen nu?



“Lös problemet och skriv ner din uträkning med svaret på frågan”.

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”

10b Operativ förståelse av subtraktion

Inget ytterligare exempel behövs

Screening uppgift

Ingen tidsgräns

“Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida där du hittar nästa uppgift.
Jag ska läsa upp uppgiften för dig.”

“Skolan är slut för dagen och barnen ska åka hem med bussen.”

→ *Läs upp uppgifter och betona de ord som är markerade.*

På vägen hem från skolan.
Det är **28** barn som åker i skolbussen.
Vid första hållplatsen går **3** barn av.
Hur många är det kvar på skolbussen?



“Lös problemet och skriv ner din uträkning med svaret på frågan”.

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”

11 Talfakta multiplikation

Inget exempel behövs

Tid: 30 sek

Screening uppgift

a) $7 \cdot 2 =$

“Vi behöver inget exempel till nästa uppgift för ni vet redan hur man ska göra.”

b) $4 \cdot 5 =$

”Nu ska vi räkna med multiplikation.”

c) $8 \cdot 10 =$

“Vänd nu blad I ditt häfte till nästa sida där du kommer att se några multiplikationsuppgifter.”

d) $9 \cdot 2 =$

“Var så god att börja!”

e) $10 \cdot 7 =$

→ *Räkna tyst till 30*

f) $5 \cdot 6 =$

“Nu fortsätter vi till nästa uppgift. Det gör ingenting om du inte har gjort klart.”

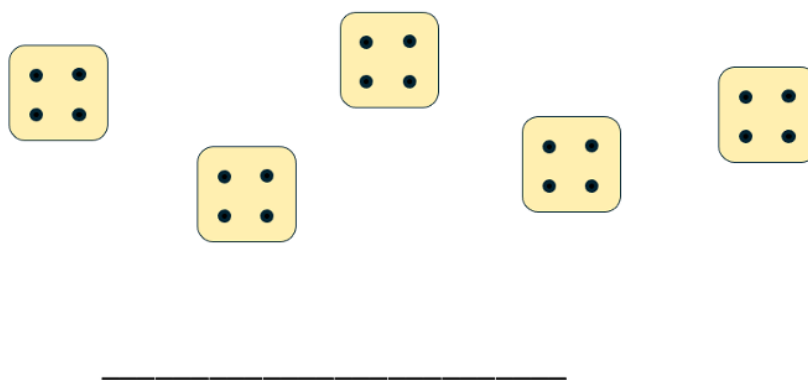
13 Operativ förståelse (multiplikation)

Inget exempel behövs

Screening uppgift

Ingen tidsgräns

“Vänd nu blad I ditt häfte till nästa sida och titta på nästa uppgift.”



“Titta noga på bilden. Den visar en multiplikationsuppgift.”

“Skriv ner multiplikationen på raden under bilden.”

“Om du vet kan du också skriva ner svaret, men det är frivilligt. Det viktigaste är att du skriver ner multiplikationsuppgiften. “

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken.”

14 Innehållsdivision

Inget exempel för att komma i sådana fall avslöja strategin i uppgiften

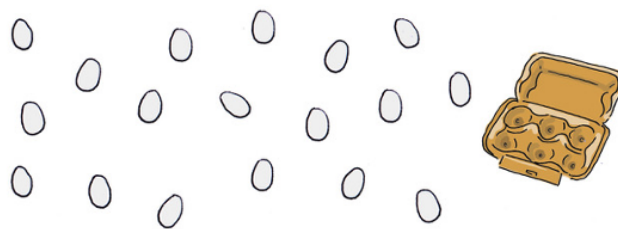
Screening uppgift

Ingen tidsgräns

"Vi har två uppgifter kvar och så här långt har ni gjort bra ifrån er. Nu ska vi titta på den näst sista uppgiften. Vänd nu blad i ditt häfte till nästa sida och nästa uppgift."

→ Läs upp texten för klassen och betona de ord som är markerade.

Den här morgonen har bonden plockat **18 ägg**.
I varje kartong får det plats **6 ägg**.
Hur många äggkartonger kan han fylla?



Svar: Bonden kan fylla _____ äggkartonger

"Nu kan du lösa problemet. Du kan använda bilden av äggen och rita hur du löser uppgiften eller så kan du skriva ner din uträkning".

"När du är färdig lägger du ner pennan på bänken."

15 Delningsdivision

Inget exempel för att komma i sådana fall avslöja strategin i uppgiften

Screening uppgift

Ingen tidsgräns

“Vänd nu blad i ditt häfte till sista sidan. Vi har bara en uppgift kvar.”

→ Läs upp texten för klassen och betona de ord som är markerade.

Farmor har köpt **15 chokladägg**.
Hon ska ge dem till sina **3 barnbarn**.
Alla tre ska få lika många chokladägg.
Hur många ägg får varje barn?



Svar: Varje barn får _____ ägg.

“Nu kan du lösa det sista problemet. Du kan använda bilden av äggen och rita hur du löser uppgiften eller så kan du skriva ner din uträkning. ”

“När du är färdig lägger du ner pennan på bänken och stänger ditt häfte, så samlar jag in dem. ”

→ Efter att häftena, tacka elever för deras arbete med uppgifterna. Kanske kan du låta dem springa ett varv runt skolan eller spela ett spel.

3 Bakgrund och förslag på stöd avseende de enskilda uppgifterna i *DiToM 2+*

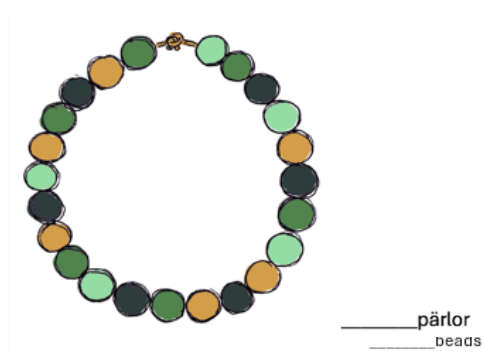
Uppgift 1: Talraden

Key skills som testas i denna uppgift

Räkning av kvantiteter större än 20

Varför är det en key skill?

Att lära sig räkneorden och följa räkneprinciper (se nedan) när man bestämmer ett tal genom räkning är viktiga steg på vägen till en god förståelse av naturliga tal. Att kunna bestämma antalet föremål i en mängd genom räkning är en förutsättning för att kunna upptäcka och undersöka samband mellan tal. Sambanden "ett mer/ett mindre" mellan två angränsande tal på tallinjen och "del-helhet" inom så kallade talstrukturer (till exempel 3, 5 och 8; 8 helheten, 3 och 5 dess delar) är grundläggande. Att kunna räkna korrekt är naturligtvis också en viktig färdighet i vardagen.



Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

För att räkna de 23 pärlorna korrekt i Uppgift 1 måste eleven behärska räkneorden upp till "tjugotre" och följa en-till-en principen när de räknar pärlorna. Om en elev har fått fram svaret 22 eller 24 har den troligen utelämnat eller dubbelräknat enskilda pärlor (inte följt "en-till-en principen utan sagt räkneorden för fort eller för långsamt). Arrangemanget av pärlorna i cirkeln kräver också en planerad strategi, vilket innebär att eleven måste välja en startpärla och se till att denna och eventuella efterföljande pärlor inte räknas två gånger. Knuten inkluderades medvetet i illustrationen för att underlätta detta, men eleven måste självständigt använda den för detta ändamål.

Uppgiften kräver att man skriver ner det fastställda talet med siffror. Till exempel måste talet "tjugotre" skrivas som "23". Fel som att skriva "32" (eller "42" i kombination med ett räknefel) kan tyda på ett problem med att skriva tvåsiffriga tal snarare än att räkna (se Uppgift 4).

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Uppgiften valdes medvetet som en startuppgift eftersom elever i slutet av andra skolåret förmodligen kommer att tycka att det är lätt och faktiskt sällan gör misstag. Om ett misstag görs betyder det inte nödvändigtvis att eleven fortfarande har problem med räkneprinciperna. Korrekt räkning kräver alltid koncentration samt förståelse för räkneprinciper.

Ett fel i uppgift 1 bör dock vara en anledning att kontrollera elevens räkneförmåga mer omfattande utanför screeningen. Genom att göra det bör du gå utöver de principer som tas upp här (godtycklig ordning och en-ett-principer): Är eleven medvetet om skillnaden mellan kardinaltal (till exempel "åtta pärlor" som resultat av en räkning) och ordinaltal (till exempel "den åttonde pärlan") av räkneord? Vet eleven att när ett tal väl har bestämts genom räkning, ändras det inte (och behöver därför inte räknas om) om föremålens ordning ändras (godtycklig ordning)? Att de inser att det inte spelar någon roll om de räknar från vänster till höger (eller medurs eller moturs) så länge varje föremål räknas exakt en gång? Om det fortfarande finns osäkerheter i sådana frågor i slutet av andra skolåret eller senare är det nödvändigt att arbeta med grundläggande räknefärdigheter.

Om fel indikerar problem med att skriva tvåsiffriga tal med siffror (se ovan), kan samma prestationer i uppgift 4 ge ytterligare ledtrådar. I kommentarerna till uppgift 4 hittar du information om möjliga stödåtgärder för barn som har svårigheter inom detta område.

Uppgift 2: Representationer av tiotal och ental

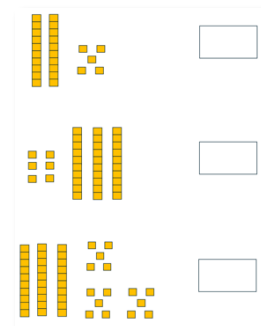
Key skills som testas i denna uppgift

Uppfattning av strukturerade representationer av tvåsiffriga tal, tiotalsovergång.

Varför är det en keyskill?

En god förståelse av positionssystemet är grunden för att kunna räkna flexibelt med flersiffriga tal (senare även decimaltal) och att relatera dessa tal till varandra och till den värld vi lever i (till exempel att uppskatta, göra grova beräkningar, korrekt bedöma kvantiteter med mera)

Förståelse för positionssystemet är mångfacetterad. För att framgångsrikt kunna arbeta med tvåsiffriga tal måste eleverna skilja på tiotal och ental och förstå att en tia är lika med tio ental. I samband med detta måste de förstå platsvärdet för enstaka siffror inom ett skrivet tvåsiffrigt tal. Att talet 25 representerar 2 två tiotal (platsvärde) och 5 står för fem ental. Denna kunskap är också nyckeln till att kunna översätta en strukturerad talrepresentation av ett tvåsiffrigt tal (och högre tal). I denna uppgift sker det genom att använda (bildrepresentationer av) tiobasmaterial, till en symbolisk representation.



Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Elever som ännu inte förstår skillnaden mellan tiotal och ental kanske bara räknar de presenterade föremålen och för det första talet (25) kommer de fram till 7, dvs. 2 stavar och 5 kuber, 7 föremål totalt. Ett annat möjligt misstag är att inte vara uppmärksam på i vilken ordning siffrorna ska skrivas. Till exempel, för det andra talet (36) kanske eleven inte är uppmärksam på platsvärdet och hellre skriver talet i den ordning det representeras, dvs. 6 ental och 3 tiotal: 63. Fel kan också uppstå på grund av felräkning, till exempel kan ett barn komma fram till 44 för det tredje talet (45) på grund av att de räknar fjorton istället för femton ental. Ett annat möjligt misstag är att skriva 315 för det tredje talet (3 för tiotalen, 15 för entalen, utan att ta hänsyn till att 10 ental ytterligare är ett tiotal).

Observera att ettorna i illustrationerna avsiktligt är arrangerade på ett sådant sätt att eleven inte behöver räkna dem, om de känner igen den underliggande strukturen och har förvärvat relevant numerisk kunskap (till exempel $3+3=6$ i det andra talet). Tidsgränsen är avsiktligt satt så snävt att elever som räknar alla ettor förmodligen inte kommer att avsluta och/eller göra räknepel. Det ligger dock i elevens intresse om screeningen på detta sätt visar att de ännu inte känner till eller åtminstone inte använder sådana talstrukturer för förståelse. Detta gäller särskilt för att förstå att $5+5=10$ och att 10 enheter utgör ett tiotal, vilket är nödvändigt för att snabbt känna igen det tredje talet som 45.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Den här uppgiften använder bilder av tiostavar och kuber för ental. Om detta material inte har använts i klassen kan svårigheter med uppgiften helt enkelt bero på detta. I det här fallet kan det vara bättre att använda en annan uppgift med material som dina elever är bekanta med för att bedöma den färdigheten som provas här.

Det är viktigt att arbeta med förståelsen för ental och tiotal och deras platsvärde med stöd av material. Lämpliga material för detta är material där eleverna själva kan bilda tiotal av tio objekt och sedan kunna bestämma och skriva talet korrekt. Tiobasmaterial kan vara lämpligt för att befästa förståelsen. Eleven behöver upptäcka att antalet entalskuber i en stav alltid är tio och kunna växla in tio ental till ett tiotal. Elever som förväxlar tiotalssiffran och entalsiffran behöver se skillnaden mellan ental och tiotal. Detta kan göras genom att förtydliga vilken siffra som är tiotal- respektive entalsiffran i talen. Se vidare förslag under uppgift 4.

Uppgift 3: Talets grannar, räkna framåt och bakåt

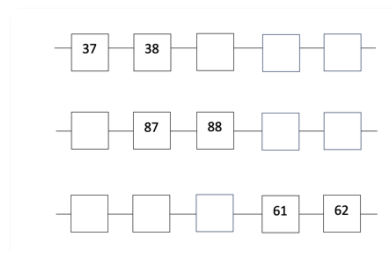
Key skills som testas i denna uppgift

Fortsätta serien av naturliga tal i bakåt och framåt med början från ett tvåsiffrigt tal, med tiotalsovergång

Varför är det en keyskill?

Att behärska räkneramsan är avgörande för att kunna räkna framåt och bakåt.

Att räkna framåt är särskilt viktigt i vardagen. Starttalen för denna uppgift har valts så att rena tiotal måste räknas med tiotalsovergång. Därför kan fel i denna uppgift tyda på bristande förståelse för positionssystemet. Omvänt betyder det dock inte att eleven har en god förståelse för principen om tiotalsovergångar. Uppgift 3 täcker därför bara en aspekt av vad som är viktigt som en förutsättning för vidare lärande. För mer information om vikten av att förstå platsvärde, se kommentaren till uppgift 2.



Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Fel som 39-30-31 (rad 1) eller 89-80 (rad 2) tyder på en otillräcklig förståelse av tiotalsovergångar. Att börja på rad 3 med fel tiotal (till exempel 78-79-60) indikerar problem med förståelse av talraden.

På rad två, i det första fältet, skulle en elev kunna skriva det tal som eleven skulle ha tänkt att fortsätta raden till höger med om det hade funnits ett annat tomt fält. I det här fallet kan eleven komma fram till 91-87-88-89-90, och problemet skulle inte ligga i att bemästra tiotalsovergången utan i att förstå uppgiften. Detta kan klargöras genom att prata med eleven.

På samma sätt, om en elev på rad tre fortsätter till vänster med 63-64-65, kan det helt enkelt bero på att den missförstod uppgiften. Det är också möjligt att eleven känner sig överväldigad av uppgiften med att fortsätta raden i omvänd ordning och därför gör det som känns lättast. I sådana fall är det bra att samtala med eleven för att finna orsaken bakom. En annan typ av möjligt fel avser problem med skrivandet av tvåsiffriga tal, till exempel om rad 1 fortsätter med 84 (se Uppgift 4).

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Om fel uppstår i denna uppgift, kontrollera först elevens räkneförmåga verbalt. Dessa färdigheter kan inte direkt bedömas med en screening med papper och penna. Det är särskilt viktigt att avgöra om eleven kan räkna flytande och säkert framåt och bakåt från vilket tvåsiffrigt tal som helst och om han eller hon även kan räkna baklänges och med tiotalsovergångar utan problem.

Svårigheter inom detta område bör dock inte bemötas med enbart verbala räkneövningar. Om en elev ihållande har problem med att räkna med tiotalsovergångar saknar han eller hon förmodligen förståelse för positionssystemet. Att använda material hjälper till att utveckla denna förståelse (se Uppgift 2).

Uppgift 4: Skriva tvåsiffriga tal

“Trettio” → 30

Key skills som testas i denna uppgift

Skriva tvåsiffriga tal

Varför är det en keyskill?

Om elever upprepade gånger gör fel eller är osäkra när de översätter mellan talad och skriven form av tvåsiffriga tal, blir det mycket svårare för dem att delta i matematiklektioner och att hantera två- och flersiffriga tal i vardagen. Detta går utöver att skriva och läsa tal i numerisk notation: även när man räknar i huvudet översätts tal skrivna i siffror till talade ord, och tal som räknats ut i huvudet måste skrivas ner i numerisk notation.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Att bilda talade ord för tvåsiffriga tal är en utmaning för barn i alla europeiska språk. I svenskan följer namnet på talen 10 till 19 andra regler än siffrorna 20 till 99. Först har vi 11 och 12 som inte följer någon tidigare ellersenare regel. Från och med “tretton” finns det en “twist” i att entalet skrivs först och tiotalet efter. Ett vanligt misstag är därför att “byta plats på siffrorna”, till exempel att skriva 31 i stället för 13. Förväxlingar förekommer också med 30 – 13.

Om en lärare märker att en elev skriver entalssiffran först när det skriver tvåsiffriga tal och först därefter tiotalssiffran, men till vänster om entalssiffran och därmed med får rätt resultat: bör detta också ses som en varningssignal.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Om en elev upprepade gånger gör fel eller visar osäkerhet inom detta område bör man först kontrollera elevens förståelse av talens värde och positionssystemet. Det är meningsfullt att fokusera på förståelsen av hur räkneorden bildas och, utifrån det, öva på att läsa och skriva tvåsiffriga tal när eleven förstår vad tiotal är (tio ental grupperade tillsammans bildar en ny enhet; tiotal) och att en siffras position ger information om det är ett tiotal eller ett ental (positionssystemet).

Även elever som förstår principerna för positionssystemet kan ha svårt med siffrorna (se ovan). Detta gäller särskilt barn med ett annat modersmål.

Det första steget är att noggrant och upprepade gånger diskutera reglerna och undantagen för bildandet av räkneord i klassen. Ett sätt att visa skillnaden mellan till exempel 13 och 31 är att “bygga” talen med tiobasmaterial. Att eleverna får se skillnaden mellan talen och se kopplingen mellan tiotalssiffran och entalssiffran.

Därefter rekommenderas regelbunden “lyssningsträning”. Läraren uttalar ett tal och eleverna ska koncentrera sig på att bara höra tiotalet. Alternativt koncentrerar sig barnen på entalet i entalspositionen i det givna talet. I båda fallen ska eleverna inte skriva ner hela talet, utan lyssna noga och reflektera över platsvärdet. Att skriva efter diktamen bör endast övas senare. Diktamen med miniräknare har också visat sig vara framgångsrikt. När eleverna skriver in siffror som de har hört tvingar miniräknaren dem att ange tiotalet först och därmed analysera det hörda talet uppdelat i tiotal och ental.

Uppgift 5: Hälften

Key skills som testas i denna uppgift

Hälften av tvåsiffriga tal, inklusive jämna tiotal och ett udda tiotal.

Varför är det en keyskill?

Halvering (liksom dubbling) är en grundläggande aritmetisk operation i sig. Dubbelt och hälften bör därför arbetas med från första klass, initialt i talområdet upp till 10 och 20, och även automatiseras så tidigt som möjligt. Att kunna halvera snabbt och säkert bortom 20 är grunden för flexibel hantering av tvåsiffriga (och senare, flersiffriga) tal.

När man arbetar med enkel multiplikation med hjälp av talfakta (se Uppgift 12) är det viktigt att elever snabbt och säkert kan halvera tiotal på mitten. För att, till exempel, härleda $5 \cdot 7$ från $10 \cdot 7$ behöver eleven veta att 35 är hälften av 70. Halvering är också till stor hjälp vid division. Till exempel kan $48 / 4$ lösas genom att halvera två gånger ($48 / 2 = 24$, $24 / 2 = 12$).

Att kunna hälften inom detta talområde är en grundläggande operation som (nästan) borde vara automatiserad i slutet av andra skolåret. Därav tidsgränsen för detta i screeningen. När screeningen genomförs är det naturligtvis viktigt att eleven inte känner sig stressad. Rekommendationer för implementering av uppgiften finns i manualen.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Fel som görs vid halvering av tvåsiffriga tal tyder ofta på problem med positionssystemet: elever som till exempel inte tänker på 16 som $10+6$, utan som "en etta och en sexa", kan skriva 13 som hälften (6 halveras korrekt, men de vet inte hur de ska hantera ettan och skriver ner den igen), eller till och med bara 3 (ettan på tiotalets plats ignoreras). Utifrån samma tankesätt kan en elev skriva 11 som hälften av 12.

För elever som använder memorerade dubblingar i talområdet upp till 20, kan felet till exempel vara 9 som hälften av 16 (felaktig memorering $9+9=16$) eller 7 som hälften av 12 (felaktig memorering $7+7=12$).

Vissa undviker att skriva ner svaret om de inte vet det. Vissa elever, om de blir tillfrågade om 50, kanske förklarar att 50 (som 30, 70, 90) inte kan halveras. Detta tyder på att de ser 50 som "fem-noll", inte fem tiotal. Andra kanske skriver 20 eller 30 som svaret och tänker på $2+3$ som den delning av 5 som kommer närmast två lika delar. Fel i svaren kan också uppstå när man halverar 60 och 80 (40 som hälften av 60, omvänt 30 som hälften av 80).

Alla felsvar bör utredas genom att prata med eleven. Om det är mer än ett slarvfel kommer det att inträffa upprepade gånger, och källan till felet kan då identifieras i samtal.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Som en viktig grundläggande operation (se ovan) behöver hälften jobbas med noggrant och med hjälp av material långt innan den mer omfattande operationen "division" presenteras. Det är bra att jobba med att halvera talen upp till 20 tillsammans med att dubblera talen upp till 10, med halvering som en invers av motsvarande dubblingar.

Att halvera rena tiotal, såsom 30, 50, 70 och 90, är en viktig aktivitet för att få en grundläggande förståelse för positionssystemet. För att till exempel halvera 50 behöver man dela upp ett tiotal. Det är bra om elever ombeds att representera 50 (eller 30, 70 eller 90) med tiobasmaterial och lista ut hur man delar talet i två lika stora delar. Om de kan använda materialet kommer även elever i inlärningssvårigheter ofta själva att upptäcka att ett av tiotalen behöver växlas mot tio ental. Det är dock avgörande att detta senare blir möjligt för dem att lösa med hjälp av mentala representationer, och på lång sikt till och med automatisera talfaktan. Att arbeta med halvering på detta sätt hjälper också till att befästa förståelsen för positionssystemet.

Hälften av 12: _____

Hälften av 16: _____

Hälften av 60: _____

Hälften av 80: _____

Hälften av 50: _____

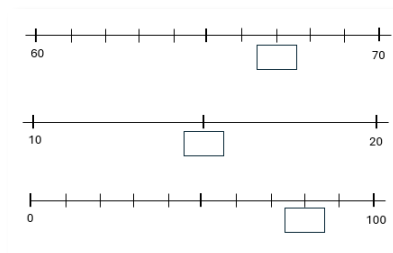
Uppgift 6: Tallinjen, ordinalitet

Key skills som testas i denna uppgift

Skriva lämpliga tvåsiffriga tal till givna markeringar på en tallinje, med hänsyn till de olika skalorna på tallinjerna.

Varför är det en key skill?

Talrepresentationer på tallinjer är viktiga verktyg i matematiklektioner från grundskolan till gymnasiet. Tal i alla talintervaller och inte bara naturliga tal kan representeras på tallinjer. Representationer på tallinjer kan hjälpa till att förtydliga och förstå sambanden mellan tal och operationer med tal. Detta kräver dock en rätt tolkning av sådana representationer.



Uppgift 6 undersöker en viktig aspekt av sådana tolkningar, nämligen observationen av olika skalor: Avståndet mellan två intilliggande markeringar på den första tallinjen representerar ett, på den andra fem och på den tredje tio. För att korrekt kunna avgöra de visade markeringarna måste eleven vara uppmärksam på markeringarna samt antalet lika långa avstånd mellan markeringarna.

Förutom färdigheter relaterade till själva representationssättet ger uppgiften information om eleven kan halvera (till exempel 5 som hälften av 10 på tallinje 2) och förmågan att arbeta med tvåsiffriga tal. På tallinje 1, beroende på strategi, kommer eleven antingen att fortsätta räkna från 60 eller känna igen markeringen mellan 60 och 70 som 65 och fortsätta räkna därifrån. På tallinje 3 kan de räkna i steg om tio, med början från 0 men också från 50, om de använder markeringen. Alternativt kan de känna igen att varje avstånd är tio enheter långt och att två tiotal saknas från det visade markeringen till 100.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Räknefel kan uppstå på tallinje 1 (till exempel 66 eller 68 i stället för rätt 67). Om en elev skriver in 76 beror det troligen på problem med att skriva siffror (se uppgift 4). I kombination med ett räknefel kan sådana problem (att förväxla siffrorna) leda till att man skriver 86 i stället för 68. Om ett barn skriver in 7 och ignorerar tiolet, bör detta misstag, liksom andra, inte förklaras som slarv. Samtal där eleven uppmanas att förklara sin tankeprocess kan klargöra orsaken bakom ett misstag.

Detsamma gäller om 5 anges som på tallinje 2 i stället för 15. Fel som 14, 16 eller 17 antyder att eleven räknade från 10 och föreställde sig, eller faktiskt gjorde i häftet, markeringar med självvalda (uppskattade) intervaller. Om en elev har skrivit 11 eller 19, har de förmodligen räknat framåt eller bakåt ett steg från vänster eller höger markering, utan att varken uppmärksamma femskalan eller den proportionalitet som krävs på tallinjen.

På liknande sätt kan en elev komma fram till siffran 98 på talrad 3. Andra möjliga fel är 40, när man räknar i steg om fem, och börjar med 0, eller 90, när man räknar i steg om fem baklänges från 100. Som förklarats kräver tydlighet kring hur dessa och andra fel uppstår en individuell dialog med eleven i fråga.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Manga läroböcker för årskurs 2 använder tallinjer med markeringar huvudsakligen eller till och med enbart med en enhetsintervall. Det är viktigt att undervisa om hur man tolkar tallinjer, inte bara i termer av räkning, utan också, och ännu viktigare, i termer av mätning. Till exempel bör de förstå att märket 8 på en tallinje mellan 0 och 10 indikerar att avståndet från 0 till 8 är åtta enheter långt. Detta avstånd kan delas in i fem och tre enheter eller halveras i två sektioner med fyra enheter vardera, och så vidare. Därefter bör elever lära sig att känna igen avstånd på tio vardera inom tallinjer upp till 100 och förstå att tallinjer kan delas upp på olika sätt. Beroende på det angivna avståndet som har valts för att representera entalen (eller tiotalen) på en given tallinje, är avstånden för två, tre och så vidare upp till tio ental (eller två, tre och så vidare upp till tio tiotal) multiplar av detta enhetsavstånd.

Uppgift 7: Dela upp tal

Key skills som testas i denna uppgift

Grundläggande räknefärdigheter (dela upp tal upp till 10)

a)	b)	c)	d)	e)	f)																								
<table><tr><td>6</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	6		1		<table><tr><td>7</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table>	7		3		<table><tr><td>8</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr></table>	8		2		<table><tr><td>8</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr></table>	8		5		<table><tr><td>9</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr></table>	9		2		<table><tr><td>9</td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td></tr></table>	9		4	
6																													
1																													
7																													
3																													
8																													
2																													
8																													
5																													
9																													
2																													
9																													
4																													

Varför är det en key skill?

För att vidareutveckla aritmetiska färdigheter är det grundläggande att lära sig att förstå naturliga tal (initialt upp till 10) som sammansättningar av tal ("del-helhetsbegreppet") och automatiserar alla sätt på vilka tal upp till 10 kan sättas samman av eller delas upp i två tal. Om en elev till exempel automatiskt associerar siffran åtta med $2+6$ (deluppgift c) och $5+3$ (deluppgift d), kommer det att kunna lösa problem som $2+6$, $8-6$, $8-5$, $3+5$, $3+_=8$ och så vidare utan att behöva räkna. De kan enkelt dela upp en uppgift som $37+8$ i två enklare steg: $37+3$, $40+5$. På samma sätt kan de dela upp en uppgift som $32-8$ i $32-2$, $30-6$. Att dela upp tal upp till 10 bör vara automatiserat, därav tidsgränsen i screeningen. För att undvika stress för eleverna se rekommendationerna i manualen

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Fel kan tyda på felaktig memorering, till exempel om en elev anger siffran 4 i deluppgift 1 eller siffran 5 i deluppgift 2. Särskilt i sådana fall, där rätt siffra missas med en, kan det också ligga ett räknefel bakom. Eleven skulle då inte ha återkallat en felaktig siffra från minnet utan skulle ha försökt lösa uppdelningen genom att räkna och (vanligtvis) räknat fel med en.

Fel som att skriva in 7 i deluppgift a) tyder på att eleven har missförstått uppgiften och räknat ut summan av de två givna talen. Om du aldrig har övat på att dela upp tal i din klass i det format som används här, bör sådana fel inte ses som en indikation om elevens förmåga att dela upp tal. Det är då bättre att kontrollera den taluppdelning som efterfrågas här i en annan skriftlig eller muntlig form. Det är dock också möjligt att sådana fel är resultatet av automatiserande som inte följts av förståelse. Ett samtal med eleven kan visa vad eleven kan.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Om eleven inte har lärt sig att dela upp tal upp till 10 kan de komma att få stora svårigheter i framtiden. I sådana fall måste man först genom ett samtal med eleven klargöra om problemen ligger inom automatisering eller om det saknas en grundläggande förståelse för att tal består av siffror (del-helhetsbegreppet).

Aktiviteter som involverar strukturerade talrepresentationer hjälper till att utveckla en förståelse för delar och helheter. Beroende på vilka representationer som används måste eleven kunna identifiera delarna genom att kunna känna igen antal upp till fyra med ett ögonkast utan att räkna. Det är dock känt att vissa elever inte klarar av att subitiserar tre. I dessa fall måste strategier utvecklas för att kompensera för detta, till exempel genom att presentera antalet tre inom ramen för fem. Detta möjliggör ett igenkännande av tre via de två tomma fälten, utan att räkna. Fingrarna erbjuder också goda möjligheter att göra del-helhetsrelationer upp till tio tillgängliga för elever i inlärningsssvårigheter, förutsatt att eleven lär sig att använda dem för att representera tal utan att räkna. Fingerrepresentationer samt prickrepresentationer i ramar om fem, tio och senare tjugo kan användas för snabba övningar: antal som presenteras på ett strukturerat sätt bör förstås "med ett ögonkast". De uppdelningar som gör denna icke-räknande förståelse möjlig bör verbaliseras av eleven och även användas för icke-räknande operationer. Om en elev till exempel registrerar åtta som fem och tre, bör det fundera över vad som händer om fem tas bort, osv. För elever i inlärningsssvårigheter är det en bra idé att inledningsvis fokusera på några få typer av uppdelningar och förstärka dessa. Därefter bör eleven arbeta med att förstå hur enskilda uppdelningar av ett tal hänger ihop: till exempel är åtta fem och tre, men också sex och två; den ena delen ökar med ett, den andra minskar med ett för att kompensera. Det är först utifrån sådana insikter som det i nästa fas kan stödja automatiseringen av de grundläggande taluppdelningarna. Att använda flashkort har visat sig vara ett effektivt sätt att göra detta.

Uppgift 8: Addition

Key skills som testas i denna uppgift

Addition i talområdet upp till 100 med tiotalsovergång.

Varför är det en keyskill?

Förmågan att snabbt och korrekt räkna i huvudet är en grundläggande matematisk färdighet av stor betydelse, även i vardagen. Detta gäller även i den digitala tidsåldern, där miniräknare är lättillgängliga. Om du inte kan räkna i huvudet kommer du inte att upptäcka felaktiga inmatningar. I skolmatematikens är addition upp till 100 en förutsättning för att kunna additioner av högre tal. Det är också nödvändigt att härleda multiplikationstabeller från andra, redan inlärd tabeller (till exempel $6 \cdot 7$ från $5 \cdot 7$ genom att lägga till $35 + 7$). Även multiplikation av tvåsiffriga och flersiffriga tal kräver addition av delresultat, och så vidare.

$$32 + 7 =$$

$$6 + 74 =$$

$$60 + 30 =$$

$$27 + 40 =$$

$$25 + 8 =$$

Det är viktigt att elever lär sig att lösa additionsuppgifter utan att räkna "en och en" och i stället använda talfakta. Screeningen kan inte registrera vilka strategier eleven använder för att lösa aritmetiska uppgifter. Men i den mån det är möjligt i klassrummet, var uppmärksam på om du kan se några tecken på hur eleven räknar när de arbetar med uppgiften. Om de visar tecken på att de räknar (tittar uppåt, nickar med huvudet ...). För att undvika stress finns det ingen tidsgräns för denna uppgift i screeningen. Elever som inte använder hållbara strategier brukar dock ta betydligt längre tid på sig för att komma fram till resultatet. Om du observerar detta ger det viktig ytterligare information om huruvida enskilda elever behöver ytterligare stöd för att slutligen utveckla hållbara strategier

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Elever som räknar på fingrar (eller liknande, se ovan) tenderar att göra fler misstag när de lägger ihop termer. Typiska är "fel med ett" som $32+7=38$, eftersom 32 räknas som det första talet när man räknar vidare. Andra fel kan förklaras med en felaktig tolkning av fingrarna som används för att räkna. Till exempel kan en elev som först håller upp fem fingrar för $25+8$ och sedan vill lägga till åtta fingrar efter varandra, först fylla den andra handen och sedan fortsätta med den första handen, knyta den till en knytnäve och sträcka ut ytterligare tre fingrar. När de sedan fortfarande håller upp de fem fingrarna på den andra handen ser de åtta fingrar och kan felaktigt tolka detta som 38.

En andra felkälla är problem med ental och tiotal. I fallet $6+74$ kan till exempel ett byte av siffror (47 istället för 74) leda till det felaktiga resultatet 53. I fallet $27+40=76$ inträffade bytet av siffror troligen när resultatet skrevs ner (76 i stället för 67). Att lägga ihop 6 och 4 utan att ta hänsyn till att ytterligare ett tiotal bildas för $6+4$ kan leda till resultatet $6+74=70$. I fallet $27+40$ leder det till resultatet 31 om man lägger till (eller räknar med) 4 istället för 40. Ett annat möjligt fel med $6+74$ är 134, om barnen först lägger ihop $6+7=13$ och sedan skriver en 4 efter 13. Hur eleven tänker är lättast att få fram i ett samtal. Det är alltid värt att försöka förstå hur de tänker, eftersom det ofta finns ett mönster bakom felen och när mönstret väl förstås kan eleven hjälpas på ett mer effektivt sätt.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Stödåtgärder inom detta område är endast effektiva om de tar itu med orsaken till elevens räknesvårigheter. Om eleven lägger ihop genom att räkna innebär detta oftast att de inte har tillräckligt konsoliderade kunskaper om helhetstänkande inom talområdet 10 och att de saknar automatiserade helhetsrelationer (se uppgift 7). Om eleven fortfarande uppvisar brister inom detta område i slutet av sitt andra skolår och därefter, behövs det omgående grundläggande stödåtgärder. Detsamma gäller om brister i förståelsen av positionssystemet orsakar problem med addition.

Även om det är svårt att arbeta med sådana grundläggande svårigheter på högre nivåer i grundskolan och kräver mycket uthållighet och tålamod från både elevens och lärarens sida, är det enda sättet att förhindra att eleven möter ännu större svårigheter från år till år.

Uppgift 9: Subtraktion

Key skills som testas i denna uppgift

Subtraktion i talområdet upp till 100 med tiotalsovergång.

Varför är det en keyskill?

Det som står skrivet under uppgift 8 (addition) stämmer här med.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Precis som i uppgift 8 (addition) är fel i uppgift 9 ofta räknfel ("fel med ett mer eller ett mindre") eller felaktiga tolkningar av de fingrar som används för att räkna. Det kan också vara så att eleven inte har använt räkning för subtraktion utan gjort ett fel på grund av felaktig inläring av en grundläggande talfakta (till exempel $8-6=3$).

Andra fel rör problem med positionssystemet, såsom att byta plats på siffror, felaktigt koppla ihop tiotal och ental samt att inte ta hänsyn till uppdelning av tal i uppgifter med tiotalsovergång.

Slutligen kan fel indikera en kombination av båda de ovannämnda problemområdena.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Som nämnts tidigare gäller i stort sett allt som redan har kommenterats i uppgift 8 (Addition) även här.

Studier visar att svårigheter med subtraktion är ännu vanligare än med addition. Ur ett matematikpedagogiskt perspektiv beror detta dock inte på att subtraktion objektivt sett är svårare än addition. Det är naturligtvis svårare när man använder räkning som strategi, eftersom baklängesräkning generellt sett har övats mindre och därför är det lättare att räkna fel. En förklaring till att subtraktion kan upplevas som svårare än addition kan vara att addition har övats mer under lektionerna.

$$48 - 6 =$$

$$37 - 7 =$$

$$20 - 9 =$$

$$56 - 30 =$$

$$25 - 8 =$$

Uppgift 10: Operativ förståelse (addition)

Key skills som testas i denna uppgift

Lösa ett textproblem som kan lösas i ett beräkningssteg genom lämplig addition.

Varför är det en keyskill?

Textproblem av den typ som presenteras här är den grundläggande formen av verkliga aritmetiska problem (presenterade i textform). Uppgiften ger en indikation på om en elev har byggt upp och kan återkalla grundläggande idéer om en aritmetisk operation. Detta är en viktig förutsättning för att kunna lösa mer komplexa verkliga problem. Den typ av grundläggande begrepp om addition som bedöms i uppgift 10 är addition som ihopläggning. Detta begrepp byggs ofta upp redan i förskoleåldern. Andra grundläggande begrepp som också är önskvärda (till exempel additiv jämförelse) bedöms inte i screeningen.

På väg till skolan:

Det är 12 barn som åker skolbuss.

Vid nästa hållplats kliver det på 6 barn till.

Hur många barn är det på bussen nu?

"Lös problemet och skriv ner din uträkning med svaret på frågan".



Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

I denna uppgift ska eleven inte bara skriva ner det resulterande svaret, utan också beräkningen som leder fram till detta svar. Om beräkningen inte skrivs ner är det möjligt att barnet inte har lagt märke till eller ignorerat denna uppmaning, och om resultatet är korrekt kan man anta att $12+6$ har beräknats. Det kan dock inte uteslutas att en elev förstår sammanhanget och kommer fram till en lösning genom att räkna, men inte inser att lösningen kan skrivas ner symboliskt som addition. Detta beaktas i utvärderingen i den mån att full poäng endast ges om både beräkningen och resultatet är korrekt nedskrivna. I sådana fall bör det dock klargöras i samtal med eleven om hen inte förstår hur man tecknar till en textuppgift.

Om ingen beräkning har skrivits ner, kan eleven ändå ha räknat ut $12+6$, även om resultatet är felaktigt, men med ett räknefel. Om eleven har räknat genom att räkna "en till en" kan även för denna uppgift det korrekta resultatet missas med 1 ($12+6=17$ eller $12+6=19$) på grund av ett räknefel (se uppgift 8). $12+6=8$ kan uppstå om 1:an i tiotalet ignoreras. Detta behöver inte vara ett slarvfel. Genom diskussion och genom att titta på andra uppgifter kan det klargöras om eleven har svårt att hantera tvåsiffriga tal.

Om eleven skriver ner $12-6$ som en beräkning bör du först kontrollera hur samma elev löste följande uppgift 11 (textproblem för subtraktion). I samtal med eleven kan sedan ytterligare enkla problem för addition och subtraktion användas för att bekräfta den faktiska förståelsen.

Det bör noteras att uppgiften presenteras muntligt. Texten erbjuds endast som ett komplement. Syftet med detta är att förhindra att eventuella problem med läsförståelse överskuggar bedömningen av de matematiska färdigheter som är av intresse här. När det gäller elever i läs- och skrivsvårigheter bör man beakta att det kan påverka deras prestationer i denna och andra textuppgifter som läses högt (11, 14, 15) att texten inte finns tillgänglig för dem utöver det de hör. Eftersom elever (särskilt de i lässvårigheter) måste lyssna uppmärksamt under denna uppgift, kan uppmärksamhetsproblem (allmän eller endast selektiv distraktion under denna uppgift) spela en ännu större roll än vid andra uppgifter.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

För att elever ska kunna utveckla en gedigen grundläggande förståelse för de fyra räknesätten är det avgörande att de kan koppla dem till erfarenheter de har haft och fortsätter att ha i vardagen. I detta avseende bör operationssymbolerna från början kopplas till handlingar och situationer i verkliga livet. Viktiga uppgifter och övningar är att översätta mellan ett aritmetiskt uttryck som $3+6$, handlingar med material, situationer i verkliga livet (även presenterade som text, som i detta exempel) och bilder. Att använda olika representationer. Det är viktigt att översättningen görs i båda riktningarna. Eleverna kan utföra lämpliga handlingar, hitta på räknehändelser och skapa bilder som passar till en given operation, och förklara i vilken utsträckning deras handlingar, räknehändelser och bilder passar till operationen. När man arbetar med textproblem bör man, utöver att lösa det enskilda problemet, upprepade gånger diskutera vad som är typiskt i varje fall, till exempel problem som kan lösas genom addition.

Uppgift 11: Operativ förståelse (subtraktion)

Key skills som testas i denna uppgift

Lösa ett textproblem som kan lösas i ett beräkningssteg med hjälp av lämplig subtraktion.

Varför är det en keyskill?

Det som förklarades för uppgift 10 är i stort sett detsamma.

Uppgift 11 behandlar den mest grundläggande idén med subtraktion, nämligen att "ta bort". Elever utvecklar vanligtvis detta begrepp senast under sitt första skolår. Andra viktiga begrepp som inte behandlas här är "jämföra" och "att räkna uppåt (addera), utfyllnadsmetoden".

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Precis som i uppgift 10 är det viktigt att vid utvärderingen av screeningen vara uppmärksam på eventuella räknefel å ena sidan och fel i valet av beräkning å andra sidan. Det senare är uppenbart när barnet skriver ner beräkningen enligt uppmaningen. Om den nedskrivna beräkningen inte är $28-3$ gäller det som redan har sagts om uppgift 10 även här.

Om eleven endast noterar resultatet, tyder ett korrekt resultat (dvs. 25), som i uppgift 10, på att eleven är medvetet om att frågan som beskrivs i texten kan "matematiseras" genom att skriva $28-3$. Detta bör dock också bekräftas i ett samtal med eleven. Genom samtalet kan man också klargöra det underliggande problemet av ett felaktigt resultat i screeningen. Ligger det nära det korrekta resultatet, kan det tyda på att eleven har räknat ut $28-3$, men har gjort ett räknefel och därför kanske har skrivit ner 26 som lösning. Möjligheten att platsvärden inte beaktas bör också noteras här, och endast en diskussion kan klargöra om de resulterande felen (till exempel 5) indikerar på att eleven inte förstår positionssystemet eller om det var slarv och/eller koncentrationsfel.

Lösningar som 31 eller (i fallet med ett ytterligare räknefel) 30 indikerar att eleven har adderat i stället för att subtrahera.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Se vad som redan har kommenterats i uppgift 10. Observera att även om den grundläggande idén om subtraktion som att ta bort, som behandlas i uppgift 11, är fundamental, så är det viktigt att arbeta med andra grundläggande idéer när denna strategi är befäst. Helst ska eleven under sitt första skolår lära sig att de genom subtraktion också kan bestämma skillnaden mellan två tal och beräkna hur mycket som saknas från en given helhet när de känner till en del av den. Det är också viktigt att upprepade gånger kontrollera om eleverna har hållbara, mångsidiga och varierade strategier om subtraktion, precis som med alla fyra grundläggande räkneoperationer.

På vägen hem från skolan.
Det är 28 barn som åker i skolbussen.
Vid första hållplatsen går 3 barn av.
Hur många är det kvar på skolbussen?



Uppgift 12: Talfakta (multiplikation)

Key skills som testas i denna uppgift

Snabb och korrekt lösning av basuppgifterna (med faktorerna 2, 5 och 10) inom multiplikationstabellen.

Varför är det en keyskill?

Multiplikationstabellen är en del av de grundläggande aritmetiska fakta. Elever bör behärska alla multiplikationer med faktorer upp till 10 innan de tar sig an mer komplexa uppgifter, såsom att multiplicera tvåsiffriga tal, dividera och räkna med bråk.

7 · 2 =
4 · 5 =
8 · 10 =
9 · 2 =
10 · 7 =
5 · 6 =

Vid vilken tidpunkt alla uppgifter i multiplikationstabellen ska behäskas beror på matematiklektionen. I screening 2+ bedömer vi medvetet endast uppgifter med faktorerna 2, 5 och 10. Dessa kan betraktas som basuppgifter i multiplikationstabellen. Aktuella didaktiska metoder rekommenderar att man fokuserar på dessa basuppgifter i en inledande fas av automatisering. Elever kan och bör använda dessa uppgifter för att först härleda de andra uppgifter i multiplikationstabellen. Detta gör det sedan lättare att automatisera även de andra uppgifterna. Att behärska de centrala uppgifterna i multiplikationstabellen, som är ämnet för uppgift 12, kan därför betraktas som en nyckelkompetens som krävs för att utveckla den mer avancerade nyckelkompetensen att "behärska hela multiplikationstabellen". Observera att den tidsgräns som fastställts för uppgift 12 är viktig för att åtminstone få en indikation på om eleven behärskar basuppgifterna (se nedan för ytterligare förklaringar).

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

En grundläggande aritmetisk uppgift kan betraktas som automatiserad om den löses rätt och snabbt utan ytterligare eftertanke. Observera att ett screeningtest med papper och penna inte kan ge tillförlitlig information om huruvida uppgifter är automatiserade i denna mening. I litteraturen sätts tidsgränsen för "grundläggande kunskaper" vanligtvis till maximalt 3 sekunder. Man bör ta i beräkning att eleven först måste läsa uppgifterna och sedan skriva svaren. Därav tidsgränsen på 30 sekunder för 6 uppgifter. Att lösa alla 6 uppgifter korrekt inom denna tid bör vanligtvis inte vara något problem för elever som har automatiserat dem. En elev kanske inte löser alla uppgifter i tid eftersom hen arbetar långsammare överlag, är distraherad, har svårt att skriva eller liknande. Å andra sidan är det möjligt att en elev inte har automatiserat alla sex uppgifterna men ändå kan lösa dem på 30 sekunder. Det går till exempel att lösa vissa genom att minnas dem och andra genom att snabbt räkna ut dem. Denna strategi är inte effektiv på lång sikt. Uppgift 12 är därför ett försök att ta reda på om eleven behärskar några av de centrala uppgifterna i multiplikationstabellerna, varken mer eller mindre. I manualen hittar du tips på hur du kan göra detta på ett sådant sätt att eleverna inte blir stressade och att elever som inte hinner göra alla uppgifter inom den angivna tiden inte blir frustrerade.

Förutom att eleven inte hinner göra alla uppgifter på grund av tidsbrist finns det två huvudtyper av fel: a) Minnesfel uppstår när barnet spontant kommer ihåg ett felaktigt resultat ("minns fel"). Dessa fel gäller ofta resultat från andra multiplikationsuppgifter, såsom $5 \cdot 6 = 54$, $2 \cdot 9 = 40$ och $10 \cdot 7 = 27$. b.) Fel såsom $5 \cdot 6 = 25$ kan troligen förklaras av att eleven räknar i femmor och antingen tar ett steg för lite eller ett steg för mycket, som i $5 \cdot 6 = 35$.

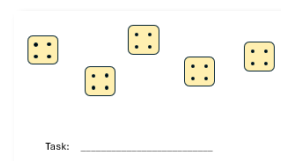
Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Som förklarats tidigare rekommenderar nuvarande didaktiska metoder att multiplikationstabellerna inte ska jobbas med i isolerade tabellserier (till exempel de tio uppgifterna från $1 \cdot 4$ till $10 \cdot 4$ som bildar en tabell, uppgifterna från $1 \cdot 6$ till $10 \cdot 6$ som bildar en annan, och så vidare), och fokus ska inte heller ligga på ren memorering. I stället bör man först försöka säkra basuppgifterna med faktorerna 2, 5 och 10. Efter det utveckla målinriktade härledningsstrategier vilka eleverna kan ta stöd av för att härleda alla ytterligare uppgifter från basuppgifterna (till exempel $9 \cdot 7$ från $10 \cdot 7$ eller $6 \cdot 8$ från $5 \cdot 8$ osv.). Den målinriktade automatiseringen av alla övriga uppgifter underlättas därefter av att eleven kan använda de redan memorerade basuppgifterna tillsammans med relationell förståelse av härledningsstrategier som minnesankare. Grunden för detta är en gedigen begreppsförståelse av multiplikation (se uppgift 13).

Uppgift 13: Operativ förståelse (multiplikation)

Key skills som testas i denna uppgift

Tolka en representation av flera lika stora mängder som en representation av en multiplikation.



Varför är det en key skill?

Uppgift 13 behandlar nyckelkompetensen "grundläggande begrepp inom multiplikation". Sådana grundläggande begrepp är en förutsättning för att utveckla interna matematiska färdigheter, såsom att förstå division som en omvänd operation, att känna igen och använda multiplikativa relationer mellan tal och att utveckla proportionellt tänkande och elementär algebra. De är också en förutsättning för att känna igen multiplikativa relationer i verkliga situationer och problem samt för att använda multiplikation (även med hjälp av en miniräknare) för att lösa dem. De grundläggande idéerna om grundläggande aritmetiska operationer omfattar många dimensioner. Uppgift 13 täcker endast en av dessa dimensioner, och även då endast i den utsträckning som en screening med papper och penna tillåter. Denna dimension är förmågan att koppla en bild (eller föremål) till ett lämpligt aritmetiskt uttryck.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Ett möjligt fel är att skriva $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$. Om en elev skriver ner $4+4+4+4+4$ som svar har den skrivit ner en korrekt addition men inte följt kravet att skriva ner en korrekt multiplikation. Detta kan tyda på att eleven inte associerar bilder av detta slag med multiplikation. Det betyder inte nödvändigtvis att eleven inte har förstått multiplikation som en självständig operation, men det bör ses som en varningssignal. Samma sätt att tänka, i kombination med räknefel, kan också resultera i uttryck som $4+4+4+4$ eller $4+4+4+4+4+4$.

I olika länder finns det olika konventioner för hur multiplikation introduceras i läroböcker. I vissa länder introduceras till exempel multiplikation som en förkortad notation för addition. Enligt denna konvention är endast $5 \cdot 4$ lämpligt för att representera fem tärningar, var och en med fyra prickar, medan $4 \cdot 5$ skulle passa för en bild av fyra tärningar, var och en med fem prickar. I Italien, som ett motexempel, introduceras $5 \cdot 4$ som en förkortning av $5+5+5+5$. Oavsett hur man introducerar multiplikation i klassrummet visar studier dock att man måste räkna med att vissa elever tänker annorlunda än vad de har hört och sett på lektionerna. Därför kan även en elev tänka på de fem tärningarna med fyra prickar vardera som visas i illustrationen som "fyra multiplicerat med fem" och därför skriva ner uttrycket $4 \cdot 5$, med tanken att det är "en fyra som kan ses fem gånger". Sådana individuella tolkningar som avviker från konventionen kan orsaka problem i klassrummet eftersom det finns en risk för att missförstånd uppstår som ett resultat av detta. Det skulle dock inte vara lämpligt att betrakta dem som felaktiga; elever som skriver ner $4 \cdot 5$ visar också att de förstår multiplikation.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Som redan nämnts i uppgift 10 är det viktigt att elever kan koppla grundläggande aritmetiska operationer till vardagliga erfarenheter för att utveckla en gedigen begreppsförståelse. På så sätt bör de inledningsvis associera multiplikationsuppgifter med handlingar och situationer där samma tal/mängd måste tas upprepade gånger eller betraktas tillsammans. Det är viktigt att lyfta fram både likheterna och skillnaderna jämfört med addition. Uppgifter som att skapa representationer och hitta ordproblem som matchar ett givet uttryck, eller tvärtom, be eleven skriva ner det lämpliga uttrycket för en representation eller ett ordproblem, är till hjälp i detta avseende. I detta tidiga skede bör kommutativa uttryck som $5 \cdot 4$ och $4 \cdot 5$ inte behandlas som likvärdiga. Att utveckla en förståelse för faktorernas utbytbarhet är ett viktigt nästa steg. Först måste eleverna lära sig att mentalt skilja mellan det tal som svarar på frågan "Hur många gånger?" och det tal som anger "Hur mycket varje gång?". För att underlätta kommunikationen i klassrummet är det därför användbart att följa den konvention som fastställts nationellt. Elever som ändå tolkar saker på ett annat sätt bör uppmanas att förklara sin tolkning. Detsamma gäller dock alla: Visuella representationer eller illustrationer med hjälp av material ska aldrig tas för givet. De bidrar endast till utvecklingen av sunda grundläggande begrepp om de används för att förtydliga matematiska tankesätt i samtal.

Uppgift 14: Innehållsdivision

Key skills som testas i denna uppgift

Lösa ett (uppläst) ordproblem där en total mängd måste delas upp i undergrupper av specificerad lika storlek.

Varför är det en keyskill?

Uppgift 14 kan lösas matematiskt som en divisionsuppgift: $18/6=3$. Här motsvarar 6 storleken på en av de lika stora delarna som det totala talet 18 delas upp i, och resultatet 3 motsvarar antalet av dessa delar. I

litteraturen kallas detta för innehållsdivision till skillnad från delningsdivision (se uppgift 15), det andra viktiga grundbegreppet för division som elever bör utveckla och befästa i grundskolan. En gedigen förståelse för båda typerna av division är en förutsättning för både nästa steg i progressionen för skolmatematik (till exempel förståelse för bråk, division av rationella tal...) och för att lösa mer komplexa textuppgifter.

Screening 2+ kontrollerar medvetet inte om eleven löser uppgiften med hjälp av division. Det beror på om och i vilken utsträckning division redan har behandlats i undervisningen, särskilt i samband med textuppgifter. Uppgift 14 bedömer endast om eleven kan förstå den situation som beskrivs i texten och lösa problemet som den innehåller. De kan använda bilden, rita i den, prova olika saker och inte tänka på division alls.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

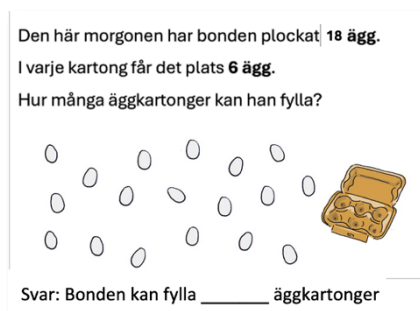
Lösningen 12 (eller 13 eller 11 vid räknepel) kan troligen förklaras av att eleven löste (eller räknade) $18-6$. De kan också lägga ihop 18 och 6; om additionen är korrekt får de 24; om det finns räknepel kan det också bli 25 eller 23. Om en elev använde bilden som hjälp för att lösa uppgiften, ger en felaktig lösning vanligtvis också ledtrådar till vad som ledde till svaret.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Som redan kommenterats i uppgift 10, 11 och 13 med avseende på de andra tre grundläggande aritmetiska operationerna, kräver utvecklingen av grundläggande begrepp att eleven kopplar operationen till vardagliga erfarenheter. När det gäller division är det viktigt att utgå från erfarenheter inom områdena innehållsdivisionsproblem (uppgift 14) och delningsdivisionsproblem (uppgift 15). Vardagliga innehållsproblem inkluderar: förpackningsuppgifter som den som formulerats här; grupperingsuppgifter (hur många lag med 6 barn kan bildas om det finns 18 barn i klassen?); mätuppgifter (hur många 2-litersdunkar kan fyllas med 10 liter juice?); pengaruppgifter som "Hur många glasskolor som kostar 10 kronor styck kan jag köpa om jag har 50 kronor att handla för?"

Divisionssymbolen bör introduceras i samband med lösningen av sådana problem (med hjälp av material), nämligen som en praktisk symbol för att anteckna problem av detta slag. Återigen är översättningar till andra representationer den andra riktningen också viktiga, dvs. att hitta på ordproblem för givna uttryck som $12/4$. Eleverna bör också översätta sådana uttryck till lämpliga materiella handlingar, rita tillhörande bilder och omvänt lära sig att tolka bilder som 3 lådor med 6 ägg vardera som (resultatet av) division. Från början bör också problem som involverar rest tas med, tillsammans med reflektioner över om och i vilken utsträckning rest spelar en roll för att hitta det rätta talet som efterfrågas som lösning på sådana problem.

I vilket fall som helst är det avgörande att elever lär sig att förstå division som en självständig aritmetisk operation och inte bara som "omvänd multiplikation". När det gäller skillnaden mellan innehålls- och delningsdivision är det viktigt att elever lär sig att "matematisera" verkliga situationer av båda typerna av division och att de associerar med verkliga problem i båda varianterna. Tekniska termer som "innehållsdivision" och "delningsdivision" hjälper dem inte i detta avseende, men det hjälper om de kan beskriva likheterna och skillnaderna mellan de två varianterna med sina egna ord.



Uppgift 15: Delningsdivision

Key skills som testas i denna uppgift

Lösa ett (uppläst) ordproblem där en total mängd måste delas upp i ett angivet antal undergrupper av lika storlek.

Varför är det en keyskill?

Precis som uppgift 14 kan uppgift 15 lösas matematiskt som en division, i detta fall $15/3=5$. Här motsvarar 3 antalet lika stora delar som det totala talet 15 delas upp i. Resultatet 5 anger storleken på en del. I litteraturen kallas detta för "delningsdivision", till skillnad från "innehållsdivision" (se uppgift 14), det andra viktiga grundbegreppet för division som elever bör utveckla och befästa i grundskolan. Som redan kommenterats i uppgift 14 är en gedigen förståelse av båda typerna av division en förutsättning för både nästa steg i progressionen inom skolmatematiken (till exempel förståelse av bråk, division av rationella tal...) och för att lösa mer komplexa textuppgifter.

På samma sätt har det redan kommenterats i uppgift 14 att screening 2+ medvetet inte kontrollerar om eleven löser uppgiften med hjälp av division. Om de gör det beror på om och i vilken utsträckning division redan har behandlats i undervisningen, särskilt i samband med textuppgifter. Uppgift 15 bedömer endast om eleven kan förstå situationen som beskrivs i texten och lösa problemet, även om de använder bilden, ritar i den, provar olika saker och inte tänker på division alls.

Vilka typer av fel och andra tecken att uppmärksamma kan förväntas i den här uppgiften?

Delningsdivision är svårare att lösa grafiskt än innehållsdivision. I de senare (som problemet i uppgift 14) uppnås målet genom att ringa in delmängder av angiven storlek och räkna de resulterande delmängderna. I delningsdivision är det dock storleken på en delmängd som måste bestämmas genom att dra streck. I exempeluppgiften är detta möjligt genom att till exempel dra streck mellan äggen och de tre barnen så att de får lika många. Med hänsyn till att "dela lika". De ritade kopplingslinjerna blir snabbt förvirrande. Fel beror vanligtvis på räknefel, felaktiga ritade streck och liknande.

Vilket slags stöd kan ges till elever som uppvisar brister i denna uppgift?

Kommentarerna till uppgift 14 om innehållsdivision gäller även här. Observera att det finns olika åsikter i den aktuella litteraturen om matematikutbildning om det är mer effektivt att introducera innehållsdivision och delningsdivision mer eller mindre samtidigt eller att först fokusera på endast en av de två varianterna. Majoriteten av matematiklärarna rekommenderar dock att man koncentrerar sig på en av de två varianterna när man introducerar division i undervisningen. Innehållsdivision har fördelen att problemlösningen blir mer tillgänglig med hjälp av material och illustrationer (se ovan). I alla fall är det viktigt att eleven, när de väl har stött på problem som involverar båda varianterna som två typer av delning blir medvetna om likheterna och skillnaderna mellan dessa två typer. För att upprätthålla denna medvetenhet krävs upprepade, målinriktade undervisningsaktiviteter under en längre tid, men det är viktigt så att eleven kan utveckla en gedigen förståelse för division och fortsätta att utveckla den inom nya områden.



4 Information om utvärdering och dokumentation av resultat

Som stöd för att utvärdera testresultaten finns olika verktyg tillgängliga på <https://www.ditom.org/>:

Om du föredrar att utvärdera testerna manuellt finns följande blanketter för nedladdning:

- Ett **poängsättningsblad**, som för varje uppgift listar kriterierna för att ge en poäng, en halv poäng eller inga poäng (se sidan 40);
- En **resultatblankett** för att registrera och dokumentera hela klassens resultat (se sidan 41).
- En **resultatblankett** för att registrera och dokumentera en enskild elevs resultat, om du vill ha en individuell översikt (se sidan 42)

Ett mycket mindre tidskrävande alternativ är att utvärdera resultaten i Excel på din dator. För detta ändamål kan du ladda ner:

- En **förprogrammerad Excel-fil** med två arbetsblad som du kan växla mellan via flikarna längst ner till vänster.

I bladet med rubriken "**kvalitativ**" anger du helt enkelt, i lämplig kolumn för varje elev, det svar som eleven skrev i sitt testhäfte som svar på varje deluppgift. Om en elev lämnade en uppgift tom, ange 999.

När du är klar med att mata in data, växla till bladet "**kvantitativ**". Programmet kommer då automatiskt att indikera om varje deluppgift besvarades korrekt (1) eller felaktigt (0) och beräkna lämplig poäng för varje övergripande uppgift (1 / 0,5 / 0). I slutet av varje rad hittar du andelen korrekt lösta uppgifter och den totala poängen för den enskilda eleven. I slutet av varje kolumn hittar du andelen elever i klassen som löste just den uppgiften korrekt.

“Cut off score” (gränsvärden) för elevens svar för *DiToM 2+* – och hur man tolkar dem

Som förklarats i avsnitt 1 är *DiToM* inte avsett för att sortera elever i olika nivåer. Se diskussionen om *DiToM*s mål och vägledande principer i det avsnittet.

Där hittar du också en mer detaljerad förklaring av de fastställda gränsvärdena av “cut off score” som fastställdes baserat på pilottester av *DiToM* (för version 2+, med 2 020 elever i projektets sju partnerländer) med hjälp av den statistiska metoden “Latent Class Analysis”. Denna metod gör det möjligt att tilldela elever, baserat på deras totala poäng i *DiToM 2+*, en av följande tre grupper:

Antal rätta svar	Grupp
0 till 9	A - Tecken på omfattande svårigheter inom flera viktiga områden
9,5 till 12,5	B - Tecken på svårigheter inom vissa viktiga områden
13 to 15	C- Inga tecken på större svårigheter inom viktiga områden

En sista anmärkning med hänvisning till avsnitt 1: Tänk på att en screening bara ger en ögonblicksbild. Resultaten bör därför jämföras med dina egna observationer och erfarenheter i klassrummet och, där så anges, användas

som utgångspunkt för uppföljningsintervjuer med enskilda elever – för att fördjupa, förfina eller utöka din förståelse, och vid behov, för att åtminstone delvis justera dina slutsatser.

Poängbedömning DiToM Screening 2+ (max. 15 poäng)

1	Talraden	1 P. 0 P.	Rätt svar (23) Alla andra svar
2	Representationer av total och ental	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla tre rätt (25, 36, 45) Två rätt Alla andra svar
3	Talets grannar, räkna framåt och bakåt	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla tre raderna rätt (39, 40, 41) (86 .. 89, 90) (58, 59, 60 ...) Två rader helt rätt Alla andra svar
4	Skriva tvåsiffriga tal	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla fem numren (30, 12, 43, 14, 71) Fyra rätt Alla andra svar
5	Hälften	1 P. 0,5 P. 0 P.	All fem rätt (6, 8, 30, 40, 25) Fyra rätt Alla andra svar
6	Tallinjen, ordinalitet	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla tre rätt (67, 80, 15) Två rätt Alla andra svar
7	Dela upp tal	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla sex rätt (5, 4, 6, 3, 7, 5) Fem rätt Alla andra svar
8	Addition	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla fem rätt (39, 80, 90, 67, 33) Fyra rätt Alla andra svar
9	Subtraktion	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla fem rätt (42, 30, 11, 26, 17) Fyra rätt Alla andra svar
10	Operativ förståelse (addition)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rätt term och svar ($12 + 6 = 18$) Antingen rätt term eller rätt svar Alla andra svar
11	Operativ förståelse (subtraktion)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rätt term och svar ($28 - 3 = 25$) Antingen rätt term eller rätt svar Alla andra svar
12	Talfakta multiplikation	1 P. 0,5 P. 0 P.	Alla sex rätt (14, 20, 80, 18, 70, 30) Fyra eller fem rätt Alla andra svar
13	Operativ förståelse (multiplikation)	1 P. 0 P.	Rätt faktor ($5 \cdot 4$ or $4 \cdot 5$), svaret spelar ingen roll Alla andra svar
14	Innehållsdivision	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rätt svar (3 ägg kartonger), ritandet spelar ingen roll Grupper av sex är inringade men inget svar Alla andra svar
15	Delningsdivision	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rätt svar (5 choklad ägg), ritandet spelar ingen roll Rätt draget med streck men inget svar Alla andra svar

Namn: _____

Datum: _____

Resultatsblankett DiToM Screening 2+

Uppgift	Rätt svar	Elevens svar	Poäng
1	23		
2.a	25		
2.b	36		
2.c	45		
3.a	394041		
3.b	868990		
3.c	585960		
4.a	30		
4.b	12		
4.c	43		
4.d	14		
4.e	71		
5.a	6		
5.b	8		
5.c	30		
5.d	40		
5.e	25		
6.a	67		
6.b	15		
6.c	80		
7.a	5		
7.b	4		
7.c	6		
7.d	3		
7.e	7		
7.f	5		

Uppgift	Rätt svar	Elevens svar	Poäng
8.a	39		
8.b	80		
8.c	90		
8.d	67		
8.e	33		
9.a	42		
9.b	30		
9.c	11		
9.d	26		
9.e	17		
10 part 1	12+6=18		
10 part 2	18		
11 part 1	28-3=25		
11 part 2	25		
12.a	14		
12.b	20		
12.c	80		
12.d	18		
12.e	70		
12.f	30		
13	5*4 or 4*5		
14	3		
15	5		

Totala poäng av 15

Kommentar: _____

Referenser

Anthony, G. J., & Walshaw, M. A. (2004). Zero: A "none" number? *Teaching children mathematics*, 11(1), 38-42.
<https://doi.org/10.5951/TCM.11.1.0038>

Clarke, B., & Shinn, M. R. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School psychology review*, 33(2), 234-248.
<https://doi.org/10.1080/02796015.2004.12086245>

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for research in mathematics education*, 28(2), 130-162.
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.2.0130>

Gelman, R., & Galistel, C. R. (1983). The child's understanding of number. In M. Donaldson, R. Grieve, & C. Pratt (Eds.), *Early childhood development and education*. Oxford: Basil Blackwell.

Houdement, C., & Tempier, F. (2019). Understanding place value with numeration units. *ZDM*, 51(1), 25-37.
<https://doi.org/10.1007/s11858-018-0985-6>

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J. S., Penner-Wilger, M., Bisanz, J., & Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through grade 2. *Journal of experimental child psychology*, 93(4), 285-303.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.11.002>

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum.

McIntosh, A. (2020). *Förstå och använda tal : en handbok* (Upplaga 2). Nationellt centrum för matematikutbildning. Okamoto, Y., & Case, R. (1996). Ii. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61(1-2), 27-58. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x>

Papadopoulos, I. (2013). Using calculators for assessing pupils' conceptualization on place-value. *International journal of mathematical education in science and technology*, 44(4), 523-544.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2012.756549>