



Federación
Española de
Sociedades de
Profesores de
Matemáticas



Prueba de Diagnóstico 4+

Guía docente



Co-funded by
the European Union

Disclaimer:

Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or Erasmus+ National Agency for Higher Education (German Academic Exchange Service). Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

Copyright:

All materials developed within the DiToM project are freely available as Open Educational Resources (OER). They are licensed under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License (CC BY-SA 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Contenidos

Prólogo	5
1) Objetivos y principios rectores de <i>DiToM</i>	6
¿Qué son las pruebas de diagnóstico <i>DiToM</i> y qué logran?.....	6
¿Qué son las “competencias matemáticas clave”?	7
2) Instrucciones para administrar la prueba de diagnóstico 4+	10
3) Explicaciones y sugerencias de apoyo relativas a las tareas individuales de <i>DiToM</i> 4+....	28
Tarea 1: Escritura de números.....	28
Tarea 2: Comparación de números.....	29
Tarea 3a: Suma de 1/10/100.....	30
Tarea 3b: Resta de 1/10/100.....	31
Tarea 4: Números en la recta numérica.....	32
Tarea 5: Reducción a la mitad de números hasta 10 000	33
Tarea 6a: Cálculo mental: sumas y restas.....	34
Tarea 6b: Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10.....	35
Tarea 7a: Sumas escritas.....	36
Tarea 7b: Restas escritas.....	37
Tarea 8: Comprensión de las operaciones (suma y resta)	38
Tarea 9: Hechos numéricos básicos de la multiplicación	39
Tarea 11: Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10.....	41
Tarea 12: Comprensión de las operaciones: desde una representación	42
Tarea 13: Comprensión de las operaciones: problemas de texto	44
4) Notas sobre la evaluación y documentación de los resultados	45
Los “umbrales críticos de puntuación” para <i>DiToM</i> 4+ y cómo interpretarlos	45
Evaluación y puntuación de la prueba de diagnóstico <i>DiToM</i> 4+ (máx. 16 puntos).....	47
5) Referencias.....	50

Prólogo

Este manual está diseñado para ayudarle a administrar la prueba de diagnóstico *DiToM 4+* y a utilizar los resultados de la prueba de manera eficaz con su clase. En las siguientes páginas encontrará:

1. una breve introducción a los objetivos y principios rectores del proyecto Erasmus+ *DiToM*;
2. instrucciones detalladas y paso a paso para realizar *DiToM 4+* en el aula;
3. explicaciones concisas de cada tarea de *DiToM 4+*, incluidas notas sobre posibles estrategias de apoyo para el alumnado cuyos resultados de la prueba de diagnóstico indiquen lagunas de aprendizaje en competencias matemáticas clave;
4. orientaciones sobre cómo evaluar y documentar los resultados.

La guía de administración (Sección 2) y las tablas de evaluación descritas (Sección 4) también se pueden descargar por separado como archivos PDF individuales en www.ditom.org/

Recomendamos imprimir la guía de administración a doble cara y encuadernarla con espiral. En el cuadernillo que obtendrá, puede mantener la página dirigida al profesorado para leer las instrucciones en voz alta, mientras que la página dirigida al alumnado suele incluir un ejemplo que le ayuda a explicar lo que se espera que hagan los alumnos y las alumnas.

1) Objetivos y principios rectores de *DiToM*

El aprendizaje de las matemáticas avanza por etapas: los nuevos conocimientos se basan en una comprensión previa sólida. Cuando faltan ideas y conceptos fundamentales, a los estudiantes les resulta cada vez más difícil comprender y dar sentido al contenido matemático que se basa en esos fundamentos. Estudios nacionales e internacionales muestran que una proporción significativa de estudiantes ya no alcanza los estándares mínimos en matemáticas en la enseñanza primaria y, por las razones descritas anteriormente, es casi inevitable que sigan teniendo dificultades en la enseñanza secundaria. Es alarmante que muchos jóvenes terminen la educación obligatoria sin haber alcanzado el nivel básico de alfabetización matemática que, según la OCDE, es esencial para “participar plenamente en la vida social”.

Para contrarrestar esta situación, el profesorado debe ser capaz de identificar las dificultades de aprendizaje de las matemáticas, a ser posible de forma temprana y lo más precisa posible. Solo sobre esta base se pueden adoptar medidas de apoyo específicas. Aquí es precisamente donde entra en juego el proyecto de la UE *Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)*. En el marco de una colaboración entre Alemania, Francia, Grecia, Croacia, Italia, Suecia y España, se han desarrollado cinco instrumentos de evaluación interconectados. Estas herramientas permiten al profesorado, al final o al comienzo del curso escolar, obtener una visión general concisa del alumnado que corre el riesgo de quedarse atrás en matemáticas si no reciben medidas de apoyo específicas.

Las pruebas de diagnóstico siguen un ciclo de dos años:

- **Prueba de diagnóstico 0:** inicio de la enseñanza primaria
- **Prueba de diagnóstico 2+:** final del 2º curso / inicio del 3º curso
- **Prueba de diagnóstico 4+:** final del 4º curso / inicio del 5º curso
- **Prueba de diagnóstico 6+:** final del 6º curso / inicio de 1º de ESO
- **Prueba de diagnóstico 8+:** final del 2º de ESO / inicio de 3º de ESO

¿Qué son las pruebas de diagnóstico *DiToM* y qué logran?

Las cinco evaluaciones son pruebas escritas centradas en las competencias matemáticas clave que deben dominarse al inicio de un curso para poder aprender nuevos contenidos con comprensión. Cada prueba puede administrarse a toda la clase en una sola sesión y, utilizando las herramientas de puntuación proporcionadas (véase la Sección 4), evaluarse con una inversión de tiempo relativamente pequeña. Los resultados ofrecen al profesorado una visión general inicial estructurada del alumnado que probablemente necesite apoyo adicional en áreas concretas.

La palabra “*probablemente*” es crucial: una prueba de diagnóstico **no** sustituye a una evaluación individual y cualitativa del estado de aprendizaje de un alumno o una alumna. En el mejor de los casos, proporciona pistas iniciales sobre las estrategias o enfoques de solución que un alumno o una alumna puede haber utilizado. Para obtener una comprensión más detallada, es necesario realizar observaciones específicas y mantener conversaciones individuales, utilizando tareas más diferenciadas. Sin embargo, la prueba de diagnóstico

puede servir como un valioso punto de partida para determinar qué alumnado se beneficiaría más de esas evaluaciones de seguimiento.

¿Qué son las “competencias matemáticas clave”?

Como se ha señalado anteriormente, las matemáticas escolares se caracterizan por una “*jerarquía interna de aprendizaje*” (Wittmann, 2015, p. 199). Esto es especialmente cierto en los ámbitos de la aritmética (números y operaciones) y el álgebra, precisamente las áreas en las que se centran intencionadamente las pruebas de *DiToM*. En estos ámbitos, es posible identificar en cada etapa del aprendizaje las *competencias clave*, aquellas sin las cuales no es posible un aprendizaje significativo y sostenible.

Por ejemplo: para trabajar con éxito con los números naturales, el alumnado debe comprenderlos en términos del concepto de parte-todo, un proceso de desarrollo que debe completarse durante el primer año escolar. El concepto de parte-todo significa, por ejemplo, que el número siete se entiende como un todo compuesto por partes: cinco y dos, cuatro y tres, uno y seis, etc. Esta comprensión debe convertirse entonces en algo automático: un alumno o una alumna no debería necesitar un esfuerzo consciente para reconocer el cinco como la parte que falta del siete cuando se le da el dos como la otra parte. En otras palabras, el alumnado debe pensar automáticamente en los números en términos de sus descomposiciones y relaciones. Esta combinación de comprensión y automatización es característica de muchas competencias clave: solo cuando ciertas habilidades se automatizan se puede liberar la capacidad mental para abordar retos matemáticos de mayor nivel.

El hecho de que la competencia clave de “pensar en los números como composiciones” (o “descomposición numérica”) esté bien establecida se puede observar, por ejemplo, en las estrategias de cálculo de un alumno o una alumna. Un o una estudiante que piensa en el siete como cinco y dos resolverá $7 - 5$ sin esfuerzo, incluso en el primer año escolar, sin contar. Sin embargo, el alumnado que carecen de esta competencia suele seguir utilizando estrategias de conteo laboriosas y propensas a errores hasta bien entrados los cursos de primaria y secundaria. Las sumas y restas basadas en el conteo pronto se vuelven inmanejables cuando se trata de números de dos o tres dígitos. Este alumnado también tiene dificultades para utilizar las relaciones entre las operaciones de multiplicación, por ejemplo, reconocer que 9×6 es seis menos que el resultado fácil de recordar 10×6 . Las deficiencias en una competencia clave (comprender los números como composiciones) dificultan así la adquisición de otras (sumas, restas, multiplicaciones), que a su vez son requisitos previos para habilidades más avanzadas (divisiones, razonamiento proporcional, etc.).

Esta cadena continúa más allá de la educación primaria: el alumnado que tiene dificultades con los números naturales se enfrentará a dificultades aún mayores con las fracciones y los decimales. Más adelante, el álgebra se basa en conocimientos que deberían haberse adquirido al trabajar con las operaciones básicas en educación primaria. Sin esos conocimientos, el álgebra puede parecer al alumnado un código indescifrable.

Por esta razón, las evaluaciones de *DiToM* se centran en las competencias clave, aquellas que deben estar bien establecidas al comienzo de los cursos 1º, 3º y 5º de educación primaria y 1º y 3º de ESO, para que el aprendizaje matemático posterior pueda continuar con éxito.

Después de administrar la prueba de diagnóstico *DiToM*, ¿qué sigue?

Utilizando las herramientas de evaluación descritas en el Sección 4, el profesorado crea una tabla (en Excel o en papel) que se puede leer en dos direcciones:

- **Por filas:** los resultados de cada estudiante muestran qué tareas fueron resueltas correctamente, parcialmente, incorrectamente o se dejaron en blanco, lo que da como resultado una puntuación global para ese o esa estudiante

- **Por columnas:** para cada tarea, la tabla muestra cuántos estudiantes la resolvieron correctamente, parcialmente, incorrectamente o no la resolvieron

Con respecto a los alumnos o las alumnas individuales:

DiToM no tiene como objetivo etiquetar al alumnado. Las evaluaciones no están diseñadas para identificar al alumnado “discalculia”. Los diagnósticos clínicos de ese tipo no abordan la cuestión fundamental que *DiToM* pretende responder: *¿Cómo puede el profesorado apoyar mejor al alumnado que tiene dificultades con las competencias aritméticas básicas?* El apoyo específico requiere una comprensión precisa del nivel de aprendizaje actual de cada estudiante. *DiToM* ayuda a identificar a aquellos que necesitan urgentemente una evaluación detallada, nada más y nada menos. La Sección 3 ofrece breves notas sobre qué tipo de apoyo de seguimiento puede ser útil para cada tarea específica.

Las “puntuaciones umbral críticas” analizadas en la Sección 4 se determinaron a partir de pruebas de diagnóstico *DiToM* realizadas a 8820 niños y niñas en los siete países socios. Mediante el *análisis de clases latentes* (véase Livingston, 2014), se agrupó al alumnado de la siguiente manera:

- **Grupo A:** alumnado que mostraba dificultades generalizadas en varias competencias clave
- **Grupo B:** alumnado que mostraba indicios de dificultades en áreas específicas.
- **Grupo C:** alumnado que no mostraba indicios importantes de dificultad.

Es importante recordar que cualquier evaluación solo captura una *instantánea*. Algunos alumnos y algunas alumnas pueden simplemente haber tenido un mal día o haber estado distraídos, otros y otras pueden haber copiado las respuestas a pesar de las precauciones. Por lo tanto, los resultados de las evaluaciones deben interpretarse con cautela. Siempre deben compararse con las observaciones diarias en el aula y utilizarse como punto de partida para una observación más específica y tareas de seguimiento en los días y semanas siguientes.

Si queda claro que un alumno o una alumna pertenece al **Grupo A**, hay motivos para esperar que sus dificultades matemáticas empeoren a lo largo del año escolar, a menos que se implementen intervenciones oportunas y eficaces. La Sección 3 solo puede sugerir orientaciones generales para tales intervenciones, basadas en las competencias clave evaluadas en cada tarea. Para obtener una orientación más amplia, debemos remitir al profesorado a la bibliografía educativa pertinente.

El alumnado del **Grupo B** también es probable que necesite apoyo específico en algunas áreas para progresar con éxito en su aprendizaje. Vale la pena recordar que todas las tareas de evaluación se refieren a *competencias clave*. La evaluación está diseñada intencionadamente para no distinguir entre el alumnado con alto rendimiento; lo ideal es que la mayoría del alumnado encuentre las tareas bastante fáciles. Por lo tanto, también deben tomarse en serio los posibles errores cometidos por el alumnado del **Grupo C** en tareas individuales, ya que pueden revelar lagunas en habilidades fundamentales clave.

Con una visión global de la clase:

Esto último se aplica especialmente cuando los resultados muestran que varios alumnos y varias alumnas han tenido dificultades con la misma tarea. Esto puede indicar que no han recibido suficiente práctica o que esta no ha estado bien enfocada en esa competencia, ya sea en su escolarización previa o antes de entrar en la escuela. En tales casos, es aún más importante que se les brinden ahora estas oportunidades de aprendizaje, incluso si el plan de estudios ya ha pasado a nuevos contenidos. Una vez más, es importante tener en cuenta la estructura jerárquica del aprendizaje de las matemáticas: cada nivel depende de una comprensión sólida de las competencias básicas antes de avanzar.

2) Instrucciones para administrar la prueba de diagnóstico 4+

La prueba de diagnóstico *DiToM 4+* está diseñada para utilizarse con toda la clase al final de cuarto curso o al comienzo del quinto de Educación Primaria.

Comprende las siguientes tareas:

- 1 Escritura de números
- 2 Comparación de números
- 3a Suma de $1/10/100$
- 3b Resta de $1/10/100$
- 4 Números en la recta numérica
- 5 Reducción a la mitad de números hasta 10 000
- 6a Cálculo mental: sumas y restas
- 6b Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10
- 7a Sumas escritas
- 7b Restas escritas
- 8 Comprensión de las operaciones (suma y resta)
- 9 Hechos numéricos básicos de la multiplicación
- 10 Hechos numéricos básicos de la división
- 11 Cálculo mental: Trabajando con múltiplos de 10
- 12 Comprensión de las operaciones: desde una representación
- 13 Comprensión de las operaciones: Problemas de texto

La siguiente sección proporciona instrucciones detalladas, tarea por tarea, sobre lo que debe decirle al alumnado antes y durante la administración de la prueba.

Estas instrucciones también están disponibles como un **archivo PDF independiente para descargar**, ampliado con páginas de muestra y en blanco para imprimir. Si imprime este archivo a doble cara y lo encuaderna con una espiral, tendrá un cuadernillo del que podrá leer las instrucciones en voz alta durante la prueba y consultar los puntos clave que debe tener en cuenta durante la administración. Las páginas adicionales incluidas en la versión impresa le permiten, si gira el lado izquierdo de cada doble página, sostener el cuadernillo y leer las instrucciones de la página que tiene delante, mientras que el alumnado puede ver en la parte posterior del cuadernillo la tarea de ejemplo correspondiente.

Antes y durante el reparto de los cuadernillos del test

- Explique al alumnado que al final del cuarto curso y al comienzo del quinto le gustaría saber qué es lo que ya saben y pueden hacer.
- Diles que ahora cada estudiante recibirá un cuadernillo con tareas que deberá completar una tras otra.
- Haga hincapié en que es importante que cada estudiante trabaje de forma independiente y que copiar a un compañero o a una compañera no es útil. La respuesta de otro niño u otra niña podría ser incorrecta y, lo que es más importante, usted quiere saber qué es lo que cada estudiante ya sabe hacer bien por sí mismo y en qué aspectos aún necesita ayuda.
- Si es necesario y posible, coloque las mochilas escolares (o similares) entre el alumnado durante la realización de la prueba para dificultar que copien.
- Pida al alumnado que escriba con lápiz. Como borrar lleva tiempo, simplemente debe tachar los errores y escribir la respuesta correcta al lado. En la pizarra puede mostrar cómo hacerlo.
- Explique que es importante que todos y todas presten mucha atención y escuchen cuidadosamente sus instrucciones.
- Explique al alumnado que las tareas deben realizarse una tras otra y que siempre les explicará qué deben hacer antes de que empiecen. A veces también habrá un ejemplo. Recuérdeles que no sigan por su cuenta, aunque terminen una tarea antes que los demás. Solo deben pasar la página cuando usted se lo indique.
- Asegúrese de que todos los pupitres estén despejados y de que cada estudiante tenga solo un lápiz afilado delante de él o ella.
- Algunas tareas tienen **límite de tiempo**. Para evitar el estrés, no lo anuncie con antelación. En su lugar, dígalos que espera que resuelvan algunas de las tareas con bastante rapidez, ya que probablemente ya se las sepan de memoria. Anuncie que, cuando hayan trabajado durante un tiempo en una tarea, usted dirá “PARAD” y entonces todos deberán dejar de escribir. Haga hincapié en que no pasa nada si alguien no ha terminado en ese momento. El objetivo, durante la realización de toda la prueba, es crear un ambiente tranquilo y sin estrés.
- Para las tareas **sin límite de tiempo**, utilice su propio criterio para decidir cuándo decir «PARAD». Esto puede ser aconsejable para algunas de las tareas, una vez que la mayoría del alumnado hayan terminado. Algunos alumnos y algunas alumnas pueden tardar bastante más que la gran mayoría e, incluso con más tiempo, es posible que no completen la tarea. Sin embargo, si los demás tienen que esperar demasiado, puede surgir inquietud. Por lo tanto, puede ser mejor decir “PARAD” y asegurar a los que no han terminado que no pasa nada, y elogiar al alumnado por sus esfuerzos.
- Ahora reparta los cuadernillos. Insista en que deben permanecer cerrados sobre los pupitres hasta que usted les indique que pasen a la primera tarea. Pídales primero que escriban su nombre en la portada.

1 Escritura de números

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

a) _____
b) _____
c) _____

“Ahora, por favor, pasa la página para ver la primera actividad.

Veréis tres líneas de la a) a la c). Os dictaré tres números para que los escribáis uno debajo del otro.

Estos son los tres números:

→ *Lee cada número **dos veces***

Después del primer y del segundo número, di: Ahora escuchad el siguiente número.

a) **cinco mil ocheta y nueve** (5,089)

b) **cuarenta y tres mil cinco** (43,005)

c) **Trescientos mil quinientos** (300,500)

Os voy explicar la siguiente actividad. ¡NO paséis de página todavía!”

2 Comparación de números

Ejemplo

→ Escribe los siguientes ejemplos en la pizarra

500 550

600 550

“Comparemos el primer par de números: 500 es más pequeño que 550. Así que escribimos el signo *menor que* en medio: $500 < 550$ ”

→ Escribe el símbolo $<$ entre el primer par de números

“Ahora veamos el segundo par de números. 600 es mayor que 550. Así que escribimos el signo *mayor que* en medio: $600 > 550$ ”

→ Escribe el símbolo $>$ entre el segundo par de números

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

“Ahora, por favor, id a la página de la siguiente actividad.

“Aquí veis otros tres pares de números. Comparad los números y escribid el símbolo correcto en medio.

a)	6 001	5 999
b)	7 955	7 599
c)	99 899	102 101

Cuando terminéis, dejad el lápiz sobre la mesa.

“Os voy explicar la siguiente actividad. ¡NO paséis de página todavía!”

3a Suma de 1/10/100

Ejemplo

“La siguiente actividad es para saber cuánto es un número aumentado en un número determinado de unidades. Os voy a dar un ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra 1 más que 236: _____*

Uno más que 236 es ... (deja que el alumnado responda primero) 237.

→ *Escribe 237 en la línea que sigue a 236*

Siguiente ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra 10 más que 350: _____*

Diez más que 350 es ... (deja que el alumnado responda primero) 360.

→ *Escribe 360 en la línea que sigue a 350*

Último ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra 100 más que 570: _____*

Cien más que 570 es ... (deja que el alumnado responda primero) 670.”

→ *Escribe 670 en la línea que sigue a 570*

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

“Ahora pasad la página para ver la actividad.

Aquí podéis ver tres números.

La actividad consiste en averiguar cuánto es *1 más*, después *10 más* y finalmente *100 más*. Pensad y escribid los números correctos sobre las líneas.

a) 1 más que 9 899: _____

b) 10 más que 4 590: _____

c) 100 más que 3 900: _____

Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa.

Os voy explicar la siguiente actividad. ¡NO paséis de página todavía!”

3b Resta de 1/10/100

Ejemplo

“Esta actividad es similar a la que acabamos de hacer. Pero esta vez es sobre qué es un número menos que un número dado.

Veamos un ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra 1 menos que 236:* _____

Uno menos que 236 es ... (deja que el alumnado responda primero) 235.

→ *Escribe 235 en la línea que sigue a 236*

Siguiente ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra 10 menos que 350:* _____

Diez menos que 350 es ... (deja que el alumnado responda primero) 340.

→ *Escribe 340 en la línea que sigue a 350*

Último ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra 100 menos que 570:* _____

Cien menos que 570 es ... (deja que el alumnado responda primero) 470.

→ *Escribe 470 en la línea que sigue a 570*

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

“Ahora pasad la página para ver la actividad.

Aquí podéis ver tres números.

Tenéis que averiguar cuánto es *1 menos*, después *10 menos* y, por último, *100 menos*. Pensad y escribid los números sobre las líneas.

a) 1 menos que 7 000: _____

b) 10 menos que 3 500: _____

c) 100 menos que 4 000: _____

Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa.

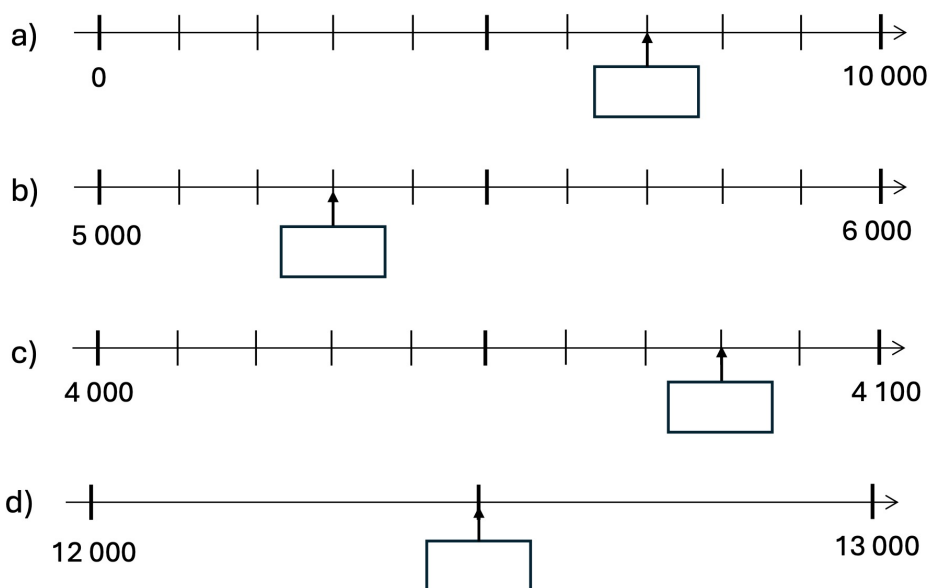
Vayamos a la siguiente actividad. Esta vez, no necesitamos ningún ejemplo, así que pasad a la página siguiente, por favor.”

4 Números en la recta numérica

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo



“Aquí veis tres rectas numéricas diferentes.
Escribe los números que faltan en los casilleros.
Las flechas señalan el lugar del número que se pide.

Pero, ¡cuidado! Las rectas numéricas son diferentes.

En cada recta numérica, fíjate en los números que ya están escritos y en cuántas márcas hay entre estos números.

Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.

No paséis a la página siguiente todavía. Primero, os explicaré en qué consiste la siguiente actividad.”

5 Reducción de números a la mitad hasta 10 000

Ejemplo

“La siguiente actividad es sobre dividir por la mitad.
Veamos un ejemplo:

→ *Escribe en la pizarra la mitad de 400: _____*

la mitad de 400 es (deja que *el alumnado responda primero*) 200.”

→ *Escribe la mitad de 400: **200** en la pizarra*

Ejercicio del test

Tiempo límite:
40 segundos

a) La mitad de 1 000: _____

b) La mitad de 500: _____

c) La mitad de 3 000: _____

d) La mitad de 700: _____

“Ahora, por favor, pasad a la siguiente página para ver la nueva actividad.

Aquí veis cuatro números.

Escribid la mitad de cada uno de ellos.

¡Comenzamos!

→ *Cuenta mentalmente hasta 40 para controlar el tiempo*

Dejad el lápiz sobre la mesa ya. No importa si no habéis terminado todavía. Por favor, no escribáis más en esta página y escuchadme. Os voy a explicar en qué consiste la siguiente actividad. NO paséis a la página siguiente todavía.”

6a Cálculo mental: Sumas y restas

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

a) $248 + 252 =$ _____

b) $637 + 99 =$ _____

c) $723 - 24 =$ _____

d) $453 - 99 =$ _____

Tiempo límite:
60 segundos

“La siguiente actividad es de sumas y restas.

En la siguiente página, veréis dos sumas y dos restas que tendréis que realizar.”

Mirad los **números** antes de **comenzar a operar**. Se trata de números especiales, así que intentad encontrar un modo **sencillo** para calcular el resultado de las operaciones.

Calculad mentalmente y después escribid el resultado.

Ahora pasad a la página siguiente.

Como os dije: mirad los números, antes de calcular y tened cuidado: primero aparecen dos sumas y después dos restas. Comenzad ahora.

→ *Cuenta mentalmente hasta 60 para controlar el tiempo*

Por favor, dejad los lápices sobre la mesa ya.

Como os dije, ¡no importa si no habéis terminado! Por favor, no escribáis más y escuchadme.

Os explicaré en que consiste la siguiente actividad.”

6b Cálculo mental: Trabajando con múltiplos de 10

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Tiempo límite:
60 segundos

a) $3\ 600 + 900 =$ _____

b) $56\ 000 + 8\ 000 =$ _____

c) $3\ 200 - 700 =$ _____

d) $54\ 000 - 5\ 000 =$ _____

“En la siguiente página, encontraréis unas cuantas operaciones más.

Pasad a la página siguiente.

De nuevo, mirad a los números y prestad atención a los signos de sumar y de restar.

Comenzamos.

→ *Cuenta mentalmente hasta 60 para controlar el tiempo*

Por favor, dejad el lápiz sobre la mesa.

Ya sabéis, no importa si no habéis terminado.

Por favor, pasad a la página siguiente.”

7a Sumas escritas

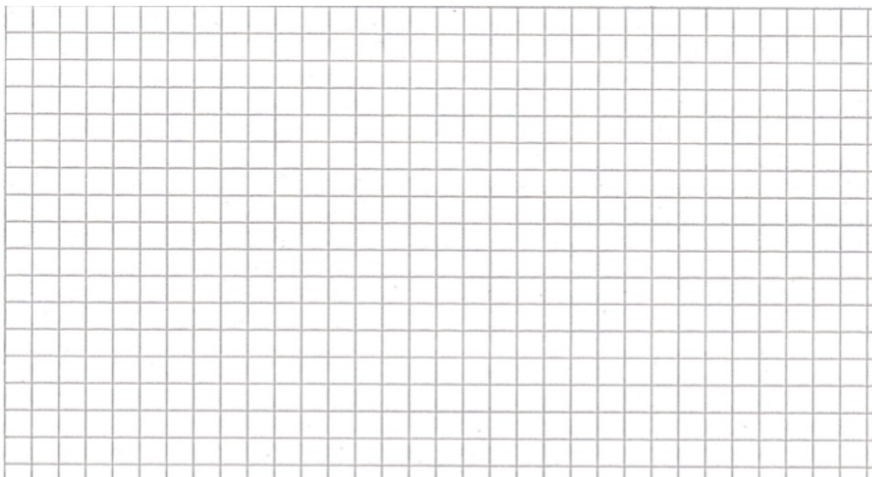
No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

a) $548 + 36$

b) $760 + 564$



“Aquí tenemos otras dos sumas más.

Esta vez tenéis que calcularlas, realizando la suma **por escrito**.

Comenzad cada suma escribiendo un número debajo del otro y operando después.

Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.
No paséis todavía a la siguiente página.”

7b Restas escritas

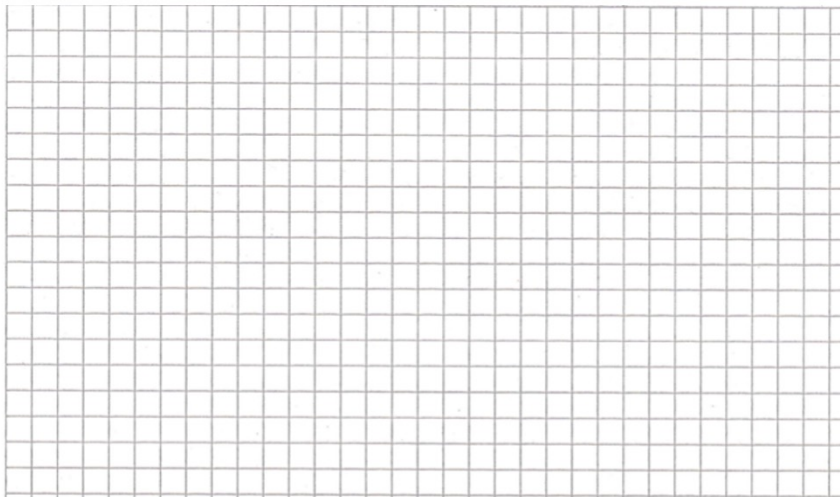
No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

a) $711 - 67$

b) $806 - 534$



“Por favor, pasad ahora a la página siguiente. Aquí veis dos operaciones más. En esa ocasión se trata de restas.

Esta vez tenéis que calcular el resultado, realizando la resta **por escrito**.

Comenzad cada resta escribiendo un número debajo de otro y operando después.

Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.”
No paséis a la página siguiente hasta que os lo diga, por favor.”

8 Comprensión de las operaciones

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

David tiene 35 años.
Él es 4 años mayor que Helena.
¿Cuántos años tiene Helena?

Cálculos:

Respuesta: Helena tiene _____ años.

“Por favor, pasad ahora a la siguiente página.

La actividad de esta página es un problema. Os lo leeré:

David tiene 35 años. El es 4 años mayor que Helena. ¿Cuántos años tiene Helena?

→ *Léelo dos veces*

Escribid las operaciones que realicéis y vuestras respuestas.

¡No es suficiente escribir solo el resultado, debéis escribir la operación también!

Cuando hayáis terminado, por favor, dejad el lápiz sobre la mesa y esperad.

Antes de ir a la siguiente página, os voy a explicar la próxima actividad. Es sobre multiplicación.

¡Tenéis que intentar escribir los resultados correctos tan rápido como podáis!”

9 Hechos numéricos básicos de la multiplicación

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

a) $6 \times 1 =$ _____
b) $10 \times 8 =$ _____
c) $8 \times 4 =$ _____
d) $7 \times 9 =$ _____
e) $9 \times 0 =$ _____
f) $7 \times 5 =$ _____

Tiempo límite:
30 segundos

“Ahora podéis pasar a la página siguiente.

Aquí están las multiplicaciones que tenéis que resolver. ¡Comenzamos!

→ *Cuenta mentalmente hasta 30 para controlar el tiempo*

Por favor, dejad los lápices sobre la mesa ya.

No os agobiéis. ¡No importa si no habéis realizados todas las multiplicaciones!

No escribáis más en esta página. Os voy a explicar la siguiente actividad:

En la siguiente página, encontraréis algunas divisiones.

De nuevo, ¡intentad escribid los resultados correctos tan rápido como podáis!

¡Y no os agobiéis, simplemente hacedlo lo mejor que podáis!

Pasad a la página para hacer la actividad.”

10 Hechos numéricos básicos de la división

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

a) $80 : 10 = \underline{\quad}$

b) $6 : 6 = \underline{\quad}$

c) $28 : 4 = \underline{\quad}$

d) $72 : 9 = \underline{\quad}$

e) $30 : 5 = \underline{\quad}$

f) $7 : 1 = \underline{\quad}$

Tiempo límite:
30 segundos

“Aquí están las divisiones. ¡Comenzamos!

→ *Cuenta mentalmente hasta 30 para controlar el tiempo*

Por favor, dejad los lápices sobre la mesa ya.

De nuevo: ¡No hay ningún problema si no habéis realizado todas las divisiones!”

¡Por favor, pasad a la página siguiente!”

11 Cálculo mental: Trabajando con múltiplos de 10

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

a) $7 \times 5\,000 =$ _____	
b) $50 \times 20 =$ _____	
.....	
c) $60\,000 : 100 =$ _____	
d) $3\,000 : 5 =$ _____	

“Aquí tenemos dos multiplicaciones y dos divisiones.

Esta vez, los números son grandes, así que no hay problema si necesitáis más tiempo.

¡Prestad atención a los ceros!

Haced los cálculos mentalmente y escribid solo el resultado.

¡Tened cuidado: primero, hay dos multiplicaciones y después dos divisiones!

Comenzamos. Cuando hayáis terminado, dejad los lápices sobre la mesa y esperad.

¡Bien hecho! ¡Habéis realizado muchos cálculos!

Continuamos. Quedan pocas actividades ya, y ninguna con operaciones para calcular.

Por favor, pasad a la página siguiente.”

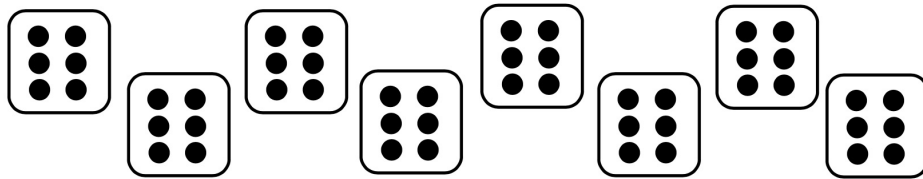
12 Comprensión de la operación multiplicación: desde una representación

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

Existe un cálculo para averiguar el número total de puntos que hay debajo.



Escribe una operación de multiplicación que se ajuste a los puntos representados en la imagen.

¡No es necesario que escribas el número total de puntos resultante!

Operación: _____

“Mirad este dibujo. ¡Aquí podéis ver ocho dados iguales!

Para averiguar el número total de puntos, podemos contar todos los puntos, lo cual es muy tedioso, o podemos averiguarlo realizando una operación.

La actividad consiste en escribir esta multiplicación que se ajusta a los puntos representados en la imagen.

¡No tenéis que escribir el resultado, sino la operación que permite saber cuántos puntos hay en total en el dibujo!

Escribid la operación sobre la línea.

Una vez que hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa y esperad.

Ahora pasad a la página siguiente. Es la última actividad. Dejadme que os explique en qué consiste.”

13 Comprensión de las operaciones: problemas de texto

No se requiere ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo

a)	Un panadero compra 24 paquetes de huevos. En cada paquete hay 6 huevos. ¿Cuántos huevos compra el panadero?	$24 : 6$	1
b)	Hay 24 huevos en varios paquetes. En cada paquete caben 6 huevos. ¿Cuántos paquetes hay?	$24 - 6$	2
c)	En el frigorífico hay 24 huevos. Un cocinero saca 6 huevos del frigorífico. ¿Cuántos huevos quedan en el frigorífico?	24×6	3
		$24 + 6$	4

“Aquí vemos tres problemas distintos y cuatro operaciones diferentes, todas con los mismos números.

Primero, leeré yo los tres problemas de la izquierda.

→ *Lee los tres problemas uno detrás de otro*

A la derecha podéis ver cuatro operaciones.

¿Cuál va con cada uno de los tres problemas?

Unid con líneas cada problema con su correspondiente operación.

No tenéis que calcular el resultado.

Simplemente conectar cada problema con la operación adecuada.

¡Evidentemente, una de las operaciones no se corresponde con ninguno de los problemas!

Una vez que hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa y cerrad vuestros cuadernillos. Pasaré por las mesas recogéndooslos.

→ *Después de recoger los cuadernillos agradece al alumnado el duro trabajo que han realizado y prémiales con un juego, una salida al patio, ...*

3) Explicaciones y sugerencias de apoyo relativas a las tareas individuales de *DiToM 4+*

Tarea 1: Escritura de números

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la capacidad del alumnado para traducir lo que escucha al número escrito correcto, es decir, colocar las cifras en el orden adecuado.

a)	5 089
b)	43 005
c)	300 500

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Ser capaces de escuchar un número y escribirlo correctamente en cifras es una habilidad básica de la competencia numérica, porque demuestra que el alumnado puede:

- traducir entre representaciones orales y escritas, lo cual es fundamental para seguir instrucciones matemáticas, interpretar problemas enunciados y comunicar ideas matemáticas con claridad;
- trabajar con fluidez con los números, lo que significa que están mejor preparadas y preparados para realizar operaciones aritméticas, comparar y ordenar números y reconocer patrones numéricos;
- usar la memoria de trabajo y la atención, lo que implica que las y los estudiantes pueden mantener el número en mente y secuenciar correctamente sus cifras, fortaleciendo así sus habilidades generales de pensamiento y memoria;
- aplicar sus conocimientos numéricos en situaciones cotidianas, por ejemplo, escribir fechas, medidas o información personal.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Cuando se pide al alumnado que escriba números como 5 089, 43 005 o 300 500, pueden aparecer distintos tipos de errores, cada uno de los cuales señala dificultades diferentes en el procesamiento y la escritura de números. Las y los estudiantes pueden colocar mal o invertir algunas cifras, por ejemplo escribiendo 5 089 como 5 809, lo que muestra dificultad para mantener el orden correcto de las cifras. Los números que contienen ceros en medio o entre cifras suelen presentar problemas particulares, ya que pueden omitir o colocar mal esos ceros; por ejemplo, escribir 43 005 como 4305 o 300 500 como 3 005 000. Algunas alumnas y algunos alumnos también pueden tener dificultades con el uso de los separadores, ya sea omitiéndolos por completo o malinterpretando la coma o el punto como un separador decimal. Además, pueden saltarse partes del número, lo que sugiere problemas con la memoria de trabajo o con la atención sostenida mientras escriben. El alumnado también puede oír mal o no entender bien el número, confundiendo cifras que suenan de forma similar o necesitando que se les repita varias veces, lo que puede indicar dificultades de comprensión auditiva o de concentración. Otro error posible es que las y los estudiantes escriban las palabras en el mismo orden en que las escuchan: “cinco mil ochenta y nueve” → 5 000 809.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

El alumnado que tiene dificultades para escribir números que se leen en voz alta suele beneficiarse de un apoyo que pone el énfasis en reconocer patrones dentro de los números, en lugar de escribir cada cifra de forma aislada. Para los números con más de cuatro cifras, es útil mostrar al alumnado que los números están formados por grupos repetidos de tres cifras —centenas, decenas y unidades—, y cómo estos grupos forman los miles, decenas de millar, centenas de millar y cantidades superiores. El uso de herramientas visuales como cuadros, rejillas numéricas o códigos de valor posicional puede facilitar la comprensión de estos patrones. La práctica debería animar al alumnado a escribir cada grupo como una unidad y a relacionar el número oral con estos bloques, en lugar de centrarse únicamente en cada cifra individual. Fortalecer las habilidades de escucha, memoria y secuenciación sigue siendo útil, pero el objetivo principal es ayudar al alumnado a reconocer y utilizar los patrones repetidos de los números grandes, de modo que puedan escribirlos de forma precisa y con seguridad. Además, los ejercicios orales en los que el profesorado cuenta en voz alta en incrementos de 10 o de 100 mientras se escriben los números pueden ser un enfoque muy útil.

Tarea 2: Comparación de números

a)	6 001	5 999
b)	7 955	7 599
c)	99 899	102 101

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la capacidad del alumnado para comparar números de varias cifras y para representar la comparación de forma precisa utilizando los símbolos de “mayor que”, “menor que” o “igual”.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Comparar números es una habilidad clave porque es fundamental para comprender el tamaño y el orden de los números. Cuando el alumnado compara números, empieza a reconocer patrones en las cifras y cómo los números aumentan o disminuyen, lo que contribuye al desarrollo de la comprensión del valor posicional. Esta habilidad también fortalece el pensamiento lógico y la toma de decisiones, ya que las y los estudiantes deben analizar los números con atención para determinar cuál es mayor, cuál es menor o si son iguales. Comparar números constituye la base de muchas tareas matemáticas futuras, como la comprensión de desigualdades, la resolución de problemas aritméticos y el trabajo con números decimales.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Cuando se pide al alumnado que coloque el símbolo correcto ($<$, $>$, $=$) entre números como 5 999 y 6 001, después entre 7 955 y 7 599, o entre 99 899 y 102 101, pueden aparecer varios errores habituales. Un error frecuente es fijarse en la última cifra en lugar de considerar el número completo. Por ejemplo, una o un estudiante podría escribir $5\ 999 > 6\ 001$ porque el 9 es mayor que el 1 en la posición de las unidades. De manera similar, en el ejemplo con 7 955 y 7 599, algunas alumnas o algunos alumnos pueden comparar solo las dos últimas cifras (55 frente a 99) y concluir incorrectamente que $7\ 955 < 7\ 599$, ignorando la posición de las centenas. Otro error común es la confusión por el número de cifras, en la que el alumnado piensa que $99\ 899 > 102\ 101$ porque “99...” parece mayor que “10...”. Algunas alumnas y algunos alumnos también pueden usar incorrectamente el signo igual, por ejemplo escribiendo $7\ 955 = 7\ 599$ porque los números “se parecen mucho”. También puede darse el caso de errores en la orientación del símbolo, donde una o un estudiante sabe que 5 999 es menor que 6 001, pero aun así escribe $5\ 999 > 6\ 001$, lo que refleja confusión sobre la dirección del signo de desigualdad. Es importante prestar atención a señales de alerta como que el alumnado haga las comparaciones de forma lenta o con dudas, que se base de manera constante únicamente en la última cifra, que utilice repetidamente el signo “=” como opción segura, o que aplique atajos incorrectos como “el número con la última cifra más grande es el mayor”. Todos estos comportamientos indican dificultades en la comprensión del valor posicional o en el uso correcto de los símbolos de comparación.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Cuando el alumnado tiene dificultades para comparar números, a menudo observamos dos tipos principales de errores. Algunas alumnas y algunos alumnos sí saben qué número es mayor o menor, pero usan el símbolo incorrecto ($<$, $>$, $=$). Otras y otros estudiantes, en cambio, no logran determinar cuál número es mayor, y a veces se confunden por el valor aislado de una única cifra. El apoyo puede adaptarse a cada situación. Para el alumnado que confunde los símbolos, resulta útil enseñar explícitamente el significado de cada signo, pedirles que verbalicen su razonamiento antes de escribir y ofrecerles práctica centrada en el uso correcto del símbolo. Para quienes tienen dificultades para comprender qué número es mayor, el profesorado puede guiarles a comparar los números cifra a cifra de izquierda a derecha, comenzar con números enteros más simples antes de avanzar hacia números mayores y decimales, y animarles a explicar su pensamiento, de modo que desarrollen una comprensión genuina en lugar de limitarse a seguir reglas.

Tarea 3a: Suma de 1/10/100

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la comprensión del valor posicional por parte del alumnado y su capacidad para sumar 1, 10 o 100 correctamente, incluyendo el manejo de los reagrupamientos o llevadas, y para trabajar con precisión con números de varias cifras.

1 más que 9 899: _____

10 más que 4 590: _____

100 más que 3 900: _____

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Sumar 1, 10 o 100 con reagrupación es una habilidad clave porque ayuda al alumnado a comprender cómo cambian los números en función del valor posicional. Refuerza la idea de que las cifras en distintas posiciones representan valores diferentes y muestra cómo llevar o “reagrupar” cuando una cifra supera el 9. Dominar esta habilidad es esencial para el cálculo mental, la suma con números más grandes y operaciones aritméticas posteriores, ya que desarrolla tanto la comprensión conceptual como la fluidez procedimental. También ayuda al alumnado a reconocer patrones en los números y a aplicar la suma en situaciones prácticas y cotidianas.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Algunas alumnas y algunos alumnos pueden sumar en el lugar equivocado; por ejemplo, sumar 100 a 3 900 y escribir 3 910 en lugar de 4 000, o sumar 10 a 4 590 y escribir 4 690. También puede ocurrir que estudiantes no lleven o no reagrupen correctamente, sin darse cuenta de que sumar 1 a 9 899 hace que aumenten las cifras de las decenas y de las centenas según sea necesario hasta llegar a 9 900. Otro error frecuente es malinterpretar qué significa “1 más”, “10 más” o “100 más”, aplicando la suma al dígito incorrecto. Asimismo, algunas alumnas y algunos alumnos pueden seguir patrones simples de manera incorrecta, como aumentar siempre la última cifra o modificar solo una posición sin tener en cuenta la estructura del número. Estos errores suelen indicar dificultades en la comprensión del valor posicional, en el proceso de llevar o reagrupar y en conectar la suma con la posición adecuada dentro de números de varias cifras, aspectos esenciales para un cálculo preciso y para una aritmética mental eficaz.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Si una alumna o un alumno tiene dificultades para sumar 1, 10 o 100, es importante evaluar primero su comprensión del sistema decimal y del valor posicional. El apoyo puede empezar con actividades concretas utilizando materiales manipulativos, como unidades, decenas y centenas, para formar paquetes y ayudarles a ver cómo cambian los números cuando se suma. Después, conviene centrarse en tareas en las que sea necesario llevar o reagrupar; por ejemplo, sumar 1 a 9 899 o sumar 100 a 3 900. De forma gradual, el alumnado debería practicar la resolución de estas tareas sin materiales, basándose en sus experiencias concretas anteriores. A lo largo de todo el proceso, es útil animar a cada alumna o alumno a verbalizar su razonamiento, primero con acompañamiento y más adelante de manera autónoma, para favorecer la interiorización del principio de reagrupación y la realización de sumas con precisión.

Tarea 3b: Resta de 1/10/100

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la comprensión del valor posicional del alumnado y su capacidad para restar 1, 10 o 100 correctamente, incluyendo la gestión del desagrupamiento o del préstamo, así como el trabajo preciso con números de varias cifras.

1 menos que 7 000: _____

10 menos que 3 500: _____

100 menos que 4 000: _____

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Una comprensión sólida del sistema decimal de valor posicional constituye la base para realizar cálculos flexibles con números de varias cifras (y, más adelante, con números decimales), así como para relacionar estos números entre sí y con el mundo en el que vivimos (por ejemplo, estimar, hacer cálculos aproximados y valorar correctamente proporciones cuantitativas en situaciones de la vida real).

La capacidad de resolver tareas que implican el desagrupamiento de unidades decimales indica un nivel de comprensión más alto que las tareas que requieren reagrupar; las dificultades con el desagrupamiento son más frecuentes.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El alumnado puede responder que 1 menos que 7 000 es 6 000, o (si ha aprendido que estas respuestas deben incluir uno o más 9) 7 009 o 6 009 (también son posibles otras respuestas). 10 menos que 3 500 podría ser, entre otras, 3 400 o 2 500. 100 menos que 4 000 podría ser 3 000 (también pueden aparecer otras respuestas incorrectas).

Más allá de los errores o de la falta de respuesta, debe considerarse una señal de alerta si una alumna o un alumno se apoya únicamente en la resta algorítmica para hallar las respuestas, incluso cuando estas sean correctas. El alumnado debería poder dar las respuestas rápidamente, basándose en su comprensión de que un millar equivale a diez centenas, una centena equivale a diez decenas, y así sucesivamente.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como se ha señalado, la comprensión del valor posicional tiene múltiples facetas. Si una alumna o un alumno presenta dificultades con esta tarea, se recomienda realizar una evaluación más completa de su comprensión actual de los principios del sistema decimal.

Dependiendo de los resultados de esta clarificación detallada del nivel de aprendizaje, puede ser necesario revisar con la alumna o el alumno un concepto fundamental del principio de reagrupación. Es importante utilizar tareas en las que el alumnado forme paquetes decimales con materiales adecuados. Sobre esta base, el enfoque debería desplazarse hacia tareas específicas que requieran desagrupar, como en la Tarea *DiToM* 3b o 5 (por ejemplo, dividir por la mitad 3 000). Como siempre, es fundamental ayudar al alumnado a progresar hacia la resolución de estas tareas sin materiales, apoyándose en sus experiencias previas con acciones concretas. Para favorecer una interiorización efectiva, se debe animar repetidamente a las alumnas y alumnos a verbalizar sus acciones, tanto mientras las realizan como, progresivamente, de manera anticipada.

Tarea 4: Números en la recta numérica

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la capacidad del alumnado para reconocer intervalos y distancias entre números en una recta numérica y para colocar números (hasta 100 000) en la posición correcta dentro de rectas numéricas.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Colocar los números correctamente en una recta numérica es un aspecto de la comprensión de las relaciones numéricas, especialmente de los **números** ordinales (qué números van antes o después de otros). Esto ayuda al alumnado a visualizar el tamaño y la posición de los números, a desarrollar un sólido sentido de la magnitud numérica y a comprender las relaciones entre distintos números. Además, refuerza la comprensión del valor posicional mostrando cómo las cifras contribuyen al valor total de un número.

Representar números en una recta numérica es esencial para muchas otras habilidades, como redondear números y estimar sumas y diferencias. La representación de los números en una recta numérica se utiliza más adelante para trabajar con fracciones, decimales, medidas y escalas.

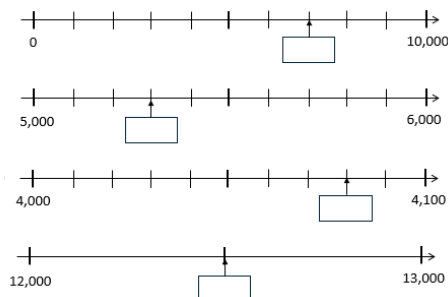
¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Algunas niñas y algunos niños cuentan las marcas de la recta sin comprender realmente la escala, lo que les lleva a cometer errores (especialmente cuando los intervalos no son de 1). Un error frecuente es ignorar el papel del cero dentro de los números (omitirlo o colocarlo en una posición incorrecta). Por ejemplo, en la tarea 4a, pueden escribir 700 en lugar de 7 000, o en la tarea 4b, escribir 5 030 en lugar de 5 300. A veces, los errores que el alumnado comete en esta tarea reflejan malentendidos más profundos relacionados con el sentido numérico o el valor posicional. Por ejemplo, pueden colocar números en un orden incorrecto (como situar 70 000 antes que 10 000), lo que indica confusión sobre el orden numérico.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Si un alumno o una alumna no puede hacer un juicio razonable sobre dónde colocar un número, esto puede indicar una comprensión numérica débil. El profesorado debe determinar si la dificultad está relacionada con el conteo (por ejemplo, saltarse números), con una mala comprensión del valor posicional (por ejemplo, confundir 100 con 10), con la escala (por ejemplo, no entender el espaciado uniforme) o con omitir o colocar mal los ceros.

El alumnado se beneficia de practicar tareas que implican colocar números en una recta numérica. Es recomendable centrarse en rectas numéricas parcialmente completadas, que el alumnado deba completar con los números que faltan. Los puntos de referencia codificados por colores (por ejemplo, 0, 10, 100) pueden reforzar la comprensión. También es aconsejable practicar la colocación de números sin marcas exactas y animar al alumnado a estimar basándose en puntos de referencia conocidos. El profesorado también puede pedir al alumnado que explique por qué ha colocado los números en un lugar determinado. Cuando sea posible, se pueden usar rectas numéricas interactivas que permitan arrastrar y soltar números. Los contextos reales (por ejemplo, líneas del tiempo, reglas, escalas de temperatura) también pueden ser útiles para una mejor comprensión.



Tarea 5: Reducción a la mitad de números hasta 10 000

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez y comprensión conceptual para calcular la mitad de números grandes utilizando estrategias mentales eficientes, incluido el razonamiento basado en el valor posicional y el reagrupamiento.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Calcular la mitad de números grandes es fundamental para operaciones de división más complejas, ya que sirve como un paso intermedio para dividir entre otros números (por ejemplo, números pares) mediante reducción a la mitad repetida y la unitización en las distintas posiciones del valor posicional. El alumnado que ya ha desarrollado la habilidad de calcular mitades muestra un sentido numérico más sólido y una mejor comprensión del valor posicional, reconociendo cómo se comportan las cifras en diferentes posiciones cuando se dividen. Además, calcular la mitad es esencial para desarrollar estrategias de cálculo mental que van más allá de la división. Por ejemplo, las técnicas de reducción a la mitad y hacer el doble pueden emplearse para simplificar problemas de multiplicación, encontrar porcentajes (como el 50 % o el 25 %) y trabajar con fracciones, lo que también apoya el razonamiento proporcional. Asimismo, calcular la mitad tiene aplicaciones reales importantes que el alumnado encuentra de forma habitual. Desde repartir cantidades a partes iguales entre dos personas hasta calcular descuentos, medir ingredientes al cocinar o determinar intervalos de tiempo, la capacidad de dividir cantidades por la mitad de manera rápida y precisa es prácticamente invaluable. Cuando el alumnado alcanza fluidez al calcular mitades, puede dedicar sus recursos cognitivos al razonamiento de nivel superior y a la resolución de problemas.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los errores de cálculo son frecuentes. El alumnado puede dividir incorrectamente los dígitos sin considerar el valor posicional; por ejemplo, interpretar “la mitad de 3 000” como “la mitad de 3, la mitad de 0, la mitad de 0, la mitad de 0” en lugar de reconocer que 3 000 son 3 millares. Algunas estudiantes cometen errores en hechos básicos de la reducción a la mitad, como afirmar que la mitad de 1 000 es 50 en lugar de 500, lo que indica vacíos en la comprensión de cómo el valor posicional afecta a la división. Las concepciones erróneas sobre el valor posicional representan dificultades conceptuales más serias. Por ejemplo, al dividir 7 000 por dos pueden dar respuestas como 350 en lugar de 3 500, lo que muestra que comprenden la aritmética (la mitad de 7 es 3,5) pero no aplican correctamente el concepto de valor posicional para ubicar los dígitos. Señales de alerta incluyen la dependencia excesiva de estrategias de conteo o algoritmos escritos para problemas que deberían resolverse mentalmente, como usar la división larga para hallar la mitad de 1 000. El rendimiento inconsistente —resolver correctamente algunas mitades y fallar en otras similares— sugiere una comprensión conceptual débil. Además, quienes evitan estos problemas o expresan ansiedad pueden carecer de confianza en su conocimiento del valor posicional o en hechos básicos de división por dos. La vacilación visible al trabajar con ceros en números grandes suele revelar incertidumbre sobre cómo el valor posicional afecta a la división.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Los apoyos concretos y visuales son esenciales para quienes tienen dificultades con conceptos abstractos. Se pueden utilizar materiales de valor posicional, como bloques base diez o tablas de valor posicional, para mostrar cómo afecta la división por la mitad a las diferentes posiciones. Por ejemplo, se puede explicar que dividir 1.000 por la mitad implica separar 10 centenas en dos grupos de 5 centenas, obteniendo 500. También son útiles las rectas numéricas, los arreglos o los bloques base diez para ilustrar la relación entre dividir por la mitad y dividir entre 2. Es importante que el alumnado conozca los hechos básicos de división por dos con cifras simples y múltiplos de 10, así como patrones: si la mitad de 10 es 5, la de 100 es 50 y la de 1 000 es 500. Conviene integrar estimaciones y preguntas comparativas, utilizando una estrategia de “predecir y comprobar” para evaluar la razonabilidad antes de calcular; por ejemplo: “¿Está la mitad de 700 más cerca de 300 o de 400? ¿Por qué?”. Se recomienda usar varios métodos (tablas bloques, cálculo mental) y reflexionar sobre su eficiencia. Los contextos reales, como “Una receta requiere 1.000 g de harina; ¿cuánto se necesita para media preparación?”, ayudan a verificar resultados. También se pueden diseñar representaciones de patrones y relacionar la división por la mitad con cuartos y con la técnica de duplicar y dividir.

a) La mitad de 1 000: _____

b) La mitad 500: _____

c) La mitad de 700: _____

d) La mitad de 3 000: _____

Tarea 6a: Cálculo mental: sumas y restas

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez en la aplicación de estrategias de cálculo mental para la suma y la resta, utilizando métodos de compensación, estrategias con números cercanos y comprensión del valor posicional.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Dominar las estrategias de cálculo mental es fundamental para el aprendizaje matemático avanzado, ya que el alumnado desarrolla la flexibilidad numérica necesaria para abordar problemas complejos de varios pasos, el razonamiento algebraico y el pensamiento proporcional en cursos posteriores. Estas estrategias mejoran significativamente la eficiencia en la resolución de problemas al reducir la carga cognitiva, permitiendo centrarse en comprender el contexto, elegir la operación adecuada y profundizar en el razonamiento matemático. Además, están vinculadas al conocimiento conceptual de los números, sus relaciones, el sentido numérico y el valor posicional (por ejemplo, cuando el alumnado reconoce que $248 + 252$ puede resolverse pensando " $248 + 2 + 250$ " o incluso " $(250 - 2) + (250 + 2)$ ", o que $637 + 199$ se simplifica como " $637 + 200 - 1$ "), formando la base para aprendizajes posteriores con decimales, fracciones y razonamiento proporcional. Finalmente, la capacidad de realizar cálculos mentales de forma rápida y precisa mediante estrategias de compensación y estimación resulta invaluable en numerosas situaciones prácticas cotidianas.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los errores de cálculo se producen cuando el alumnado tiene dificultades con las estrategias de compensación. Pueden identificar que 199 está cerca de 200, pero olvidar ajustar la respuesta final, calculando $637 + 199$ como $637 + 200 = 837$ sin restar 1. También pueden cometer errores aritméticos con números ajustados, como calcular mal $248 + 250$ o $723 - 20$, lo que muestra vacíos en hechos numéricos básicos que agravan los problemas estratégicos. Los errores en la elección de estrategias indican dificultades conceptuales: aplicar compensación cuando métodos más simples serían mejores o no reconocer cuándo los números están lo bastante cerca de múltiplos de 10 o 100 para ajustar. Otras veces usan estrategias de conteo ineficientes o intentan reproducir algoritmos escritos mentalmente, lo que provoca errores y aumenta la carga cognitiva. Las concepciones erróneas sobre el valor posicional se evidencian cuando no comprenden cómo afectan los ajustes a la posición de los dígitos; por ejemplo, al resolver $453 - 199$ pueden restar 200 y sumar 1 para obtener 254 en lugar de aplicar el procedimiento correcto. El rendimiento inconsistente, el evitar estrategias mentales o la ansiedad ante "hacer cálculos en la cabeza" pueden indicar una base débil en el sentido numérico.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

El profesorado debe explicar la jerarquía de competencias de cálculo y su relación con la comprensión del valor posicional. Se pueden usar rectas numéricas para ilustrar los métodos de compensación, mostrando, por ejemplo, cómo $637 + 199$ puede representarse saltando hasta 837 ($637 + 200$) y retrocediendo uno. Las tablas de valor posicional ayudan a comprender cómo afectan los ajustes a los dígitos en operaciones como $453 - 199$. Los bloques base diez permiten modelar "números amigables", mostrando por qué $248 + 252$ se simplifica al reescribirlo como $250 + 250$. Es importante enseñar al alumnado a reconocer números cercanos y cuándo las estrategias de compensación son más efectivas. Conviene identificar números próximos a múltiplos de 10 o 100 (como 199, 201, 98, 102) y practicar el proceso en dos pasos: ajustar para crear números amigables y compensar en sentido contrario. Se recomienda usar problemas diseñados para estos patrones, como $248 + 252$ (casi dobles), $637 + 199$ (cerca de centenas) y $723 - 24$ (cerca de decenas). El profesorado puede preguntar: "¿Están estos números cerca de múltiplos de 10 o 100?" y "¿Ayudaría ajustar?". Los pasos son: identificar números cercanos, decidir el ajuste, calcular con números amigables y compensar en sentido contrario. Es útil conectar con situaciones reales, por ejemplo: "Un viaje escolar cuesta 199 € por persona. Si el alojamiento y las comidas cuestan 637 €, ¿cuánto se necesita cada uno aproximadamente?". La práctica debe avanzar de ejercicios simples a complejos, empezando por ajustes únicos ($37 + 19 = 37 + 20 - 1$) antes de pasar a números mayores. Las conversaciones matemáticas permiten compartir estrategias y desarrollar flexibilidad. Se recomienda combinar evaluación formal e informal, usando sesiones de cálculo mental para valorar la elección de estrategias y pedir al alumnado que explique su razonamiento para detectar errores. Proyectos creativos, como diseñar juegos de cálculo mental o crear carteles de estrategias, fomentan una participación más profunda y la comunicación matemática.

a) $248 + 52 = \underline{\quad}$

b) $637 + 99 = \underline{\quad}$

c) $723 - 24 = \underline{\quad}$

d) $453 - 99 = \underline{\quad}$

Tarea 6b: Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez en la aplicación del conocimiento del valor posicional para realizar cálculos mentales con múltiplos de centenas y millares, centrándose en la operación de los dígitos según su posición y en el uso de ceros como marcadores durante la suma y la resta.

a) $3\ 600 + 900 =$ _____

b) $56\ 000 + 8\ 000 =$ _____

c) $3\ 200 - 700 =$ _____

d) $54\ 000 - 5\ 000 =$ _____

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Dominar el cálculo mental con millares y centenas demuestra la comprensión del sistema decimal y del valor posicional, que es fundamental para trabajar con números grandes, decimales y razonamiento algebraico. Cuando el alumnado manipula mentalmente números como $3\ 600 + 900$ o $54\ 000 - 5\ 000$, comprende el valor de cada dígito y cómo las operaciones afectan a las posiciones. Estas estrategias mejoran el cálculo y el sentido numérico. Pensar de forma flexible sobre los números, por ejemplo, “36 centenas más 9 centenas son 45 centenas” o “54 millares menos 5 millares”, desarrolla el sentido numérico. Esta fluidez permite centrarse en el razonamiento más que en el cálculo. Estas habilidades preparan para los métodos escritos formales. Quienes pueden visualizar combinaciones de millares y centenas comprenden mejor la suma y la resta en columnas. Las estrategias mentales también apoyan la estimación y la verificación. La comprensión del valor posicional con números grandes tiene aplicaciones prácticas en la vida cotidiana, como en dinero, población, distancias o procesos de fabricación.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Las concepciones erróneas sobre el valor posicional representan un desafío conceptual importante. El alumnado puede tratar los dígitos de forma independiente, sin comprender su posición dentro del número. Por ejemplo, al calcular $3\ 600 + 900$, pueden sumar $3 + 9$ y $6 + 0$ por separado, obteniendo respuestas como 12 600 en lugar de reconocer que son 36 centenas más 9 centenas. A menudo les cuesta entender que 54 000 contiene 54 millares y lo ven como dígitos aislados. Los errores relacionados con el cero ocurren cuando no comprenden su función como marcador de posición en números grandes: pueden perder o añadir ceros de forma incorrecta, calculando $56\ 000 + 8\ 000$ como 5 680 o 640 000 en lugar de 64 000. También se producen interferencias con algoritmos cuando intentan aplicar métodos escritos sin comprenderlos, lo que lleva a errores con números de distinta longitud o con ceros. Señales de alerta incluyen confusión al combinar números, como afirmar que $3\ 200 - 700$ implica “restar 7 de 3” en lugar de reconocer que son 32 centenas menos 7 centenas. Quienes dan respuestas inapropiadas muestran vacíos en el sentido numérico y en la comprensión del valor posicional. El alumnado que evita estos problemas o recurre a estrategias de conteo ineficientes suele carecer de confianza en sus bases sobre el valor posicional.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Las estrategias de apoyo deben desarrollar la comprensión conceptual del valor posicional y la fluidez en el cálculo. Los recursos visuales ayudan a comprender el valor posicional con números grandes. Se pueden usar materiales base diez para mostrar cómo se combinan millares y centenas. Por ejemplo, $3\ 600 + 900$ puede representarse con 36 cuadrados de centenas más 9 cuadrados de centenas para visualizar 4 500. Las rectas numéricas en centenas o millares ayudan a visualizar los cálculos y entender la magnitud. El lenguaje que agrupa unidades facilita reconocer patrones. Es útil enseñar a identificar unidades: “3 600 son 36 centenas, 900 son 9 centenas, así que 36 centenas más 9 centenas son 45 centenas, que equivalen a 4 500”. Para $54\ 000 - 5\ 000$, conviene enfatizar: “54 millares menos 5 millares son 49 millares”. Este lenguaje conecta números con cantidades y apoya el cálculo. La progresión debe comenzar con ejemplos simples antes de aumentar la complejidad, empezando por centenas y luego millares. Se recomienda usar secuencias que muestren patrones (por ejemplo, comparar $36 + 9 = 45$ con $360 + 90 = 450$ y $3\ 600 + 900 = 4\ 500$). La estimación ayuda a detectar respuestas poco razonables (por ejemplo, “3 600 está cerca de 4 000 y 900 cerca de 1 000, así que el resultado debe estar cerca de 5 000”). Es importante fomentar la comprobación mediante operaciones inversas. Los contextos reales hacen que los cálculos sean significativos, como: “Una fábrica produce 54 000 piezas por semana. Esta semana fabrica 5 000 menos. ¿Cuántas produce?”. También se pueden presentar soluciones incorrectas y pedir al alumnado que identifique los errores. Los retos adicionales pueden motivar a quienes tienen más confianza, reforzando conceptos. Por ejemplo: “Calcula $3\ 600 + 900 - 700$ ” o explora patrones como “Si $54\ 000 - 5\ 000 = 49\ 000$, ¿cuánto es $54\ 000 - 4\ 000$?”.

Tarea 7a: Sumas escritas

a) $548 + 36$

b) $760 + 564$



Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez en la aplicación del método formal de suma en columnas con números de hasta tres cifras, incluyendo la alineación según el valor posicional, la reagrupación y el procedimiento sistemático de cálculo columna por columna.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Dominar los métodos escritos formales para la suma es esencial en la educación matemática primaria en algunos países. Estos métodos ofrecen estrategias fiables para cálculos con números grandes que no pueden resolverse mentalmente. Cuando el alumnado realiza sumas en columna, desarrolla herramientas necesarias para resolver problemas de varios pasos.

Los métodos escritos formales, cuando se enseñan adecuadamente, refuerzan la comprensión de las relaciones de valor posicional en el sistema decimal. Alinear los dígitos, reagrupar entre posiciones y reconocer las operaciones fortalece la comprensión conceptual de la estructura numérica. La fluidez en el valor posicional prepara para trabajar con decimales, fracciones y razonamiento algebraico. Estos algoritmos proporcionan mecanismos de verificación y soluciones alternativas. El alumnado que domina tanto los métodos mentales como los escritos puede elegir estrategias adecuadas y comprobar respuestas usando diferentes enfoques. Esta flexibilidad aumenta la confianza en la resolución de problemas.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los errores de alineación y de valor posicional son problemas fundamentales que afectan a la exactitud del cálculo. El alumnado puede desalinearse los dígitos al preparar la operación, por ejemplo, colocando $548 + 36$ con el 6 debajo del 4 en lugar del 8. Las dificultades para comprender el valor posicional en columnas pueden generar confusión sobre la posición de los dígitos durante la reagrupación. Los errores en la reagrupación surgen cuando no se entiende el intercambio entre posiciones. Entre los errores comunes están olvidar llevar cuando la suma supera nueve o llevar cantidades incorrectas. También se producen errores algorítmicos cuando se aplican los procedimientos de forma incorrecta, como trabajar de izquierda a derecha en lugar de derecha a izquierda, o confundir operaciones. Algunas personas aplican reglas de manera inapropiada, por ejemplo, llevando siempre 1. Las señales de alerta incluyen dificultades con números que contienen ceros (por ejemplo, $806 + 534$) y respuestas inadecuadas, que indican un sentido numérico deficiente. El alumnado que evita los métodos escritos puede carecer de confianza en sus habilidades básicas.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Las representaciones concretas y visuales proporcionan un apoyo esencial para que el alumnado desarrolle la comprensión de los métodos escritos formales. Se pueden usar bloques base diez para modelar el intercambio durante la reagrupación, mostrando cómo 10 unidades se convierten en 1 decena al calcular $548 + 36$. Las tablas de valor posicional ayudan a visualizar la alineación en columnas y a comprender la posición de los dígitos. Los modelos visuales, como la notación desarrollada, sirven de puente entre las estrategias mentales y los algoritmos, mostrando cómo $548 + 36$ se relaciona con $(500 + 40 + 8) + (30 + 6)$. La enseñanza sistemática debe enfatizar una secuencia lógica y conectar las acciones con el razonamiento matemático. Es importante enseñar rutinas: alinear los dígitos según el valor posicional, empezar por la columna de las unidades, calcular las sumas y reagrupar cuando sea necesario. Se recomienda usar un lenguaje coherente y animar al alumnado a verbalizar su pensamiento. La práctica guiada con análisis de errores ayuda a reconocer ideas equivocadas. Se pueden presentar ejemplos con errores y pedir que los identifiquen, por ejemplo, mostrar $548 + 36 = 574$ y discutir por qué es incorrecto. La progresión debe ir de cálculos simples a complejos: comenzar con sumas que no requieren reagrupación, pasar a problemas con un solo intercambio y avanzar hacia operaciones con varias reagrupaciones. Los problemas contextualizados hacen que los métodos formales sean significativos, como: "Un colegio organiza una caminata solidaria. El tercer curso recauda 548 € y el cuarto curso recauda 36 €. ¿Cuánto han recaudado?". Es útil enseñar a estimar antes de calcular y comprobar con operaciones inversas. Las actividades de ampliación pueden motivar al alumnado con más confianza, reforzando conceptos mediante problemas de varios pasos o explicando métodos a estudiantes más jóvenes. Para quienes necesitan apoyo en el valor posicional, se pueden usar recursos estructurados como los materiales de NCETM sobre suma y resta en columnas.

Tarea 7b: Restas escritas

a) $711 - 67$

b) $806 - 534$



Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez en la aplicación del método formal de resta en columnas con números de hasta tres cifras, incluyendo la alineación según el valor posicional, la reagrupación y el procedimiento sistemático de cálculo columna por columna.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Dominar los métodos escritos formales para la resta es esencial en la educación matemática primaria en algunos países. Estos métodos permiten realizar cálculos precisos con números grandes en problemas de varios pasos. Cuando se enseñan adecuadamente, refuerzan la comprensión del valor posicional en el sistema decimal. Alinear los dígitos, reagrupar y reconocer las operaciones fortalece la comprensión conceptual. La fluidez en el valor posicional prepara para trabajar con decimales, fracciones y razonamiento algebraico. Estos algoritmos proporcionan mecanismos de verificación y soluciones alternativas. El dominio de la resta escrita complementa los métodos mentales al ofrecer un enfoque alternativo y una herramienta para comprobar resultados, lo que mejora la elección estratégica y la exactitud.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los errores relacionados con el valor posicional y la alineación afectan a la exactitud del cálculo. El alumnado puede desalinearse los dígitos al preparar la operación, por ejemplo, colocando $981 - 37$ con el 3 debajo del 9 en lugar del 8. Las dificultades con la reagrupación pueden llevar a olvidar los intercambios cuando el dígito superior es menor, pedir prestado en columnas incorrectas, no reducir la cifra después de pedir prestado o intentar “llevar” en la resta como en la suma. Algunas personas restan el dígito menor del mayor sin considerar la posición, lo que indica confusión sobre la dirección de la resta y el intercambio. Surgen problemas con minuendos que contienen ceros, lo que provoca omitir intercambios, perder ceros o no modificar cifras superiores tras pedir prestado. Los errores algorítmicos aparecen cuando se aplican los procedimientos de forma incorrecta, como trabajar de izquierda a derecha en lugar de derecha a izquierda, mezclar pasos de suma y resta o manejar mal los dígitos prestados. Las señales de alerta incluyen dificultades con números que contienen ceros (por ejemplo, $806 - 534$), recurrir a contar hacia atrás, manejar de forma inconsistente problemas similares, ansiedad por la disposición y falta de estimación para comprobar resultados.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Las representaciones concretas proporcionan un apoyo esencial para que el alumnado comprenda los métodos escritos formales de resta. Se pueden usar bloques base diez o fichas de valor posicional para modelar el intercambio durante la reagrupación, mostrando cómo una decena se convierte en diez unidades cuando el dígito superior es menor (por ejemplo, en $806 - 534$, intercambiar una decena para completar la resta en la columna de las unidades). Las tablas de valor posicional ayudan a visualizar la alineación en columnas y la posición de los dígitos; los modelos visuales, como la notación desarrollada, sirven de puente entre las estrategias mentales y los algoritmos, mostrando cómo $806 - 534$ se relaciona con $(800 + 0 + 6) - (500 + 30 + 4)$ y dónde se producen los intercambios. La enseñanza sistemática debe enfatizar pasos lógicos y conectar las acciones con el razonamiento; enseñar rutinas: alinear los dígitos según el valor posicional, empezar por la columna de las unidades, comparar dígitos, reagrupar cuando sea necesario, restar en la columna, registrar el resultado y ajustar la siguiente columna tras el intercambio. La práctica guiada con análisis de errores ayuda a reconocer ideas equivocadas; se pueden presentar ejemplos con errores típicos y pedir que los corrijan (por ejemplo, mostrar una solución a $760 - 564$ que resta el dígito menor del mayor sin considerar la posición y discutir por qué la reagrupación correcta da 196). La progresión debe ir de cálculos simples a complejos: comenzar con restas que no requieren intercambio, avanzar a aquellas que necesitan pedir prestado en una o varias columnas, incluyendo cadenas de reagrupación y ceros (por ejemplo, $1\ 200 - 487$). Los problemas contextualizados hacen que los métodos formales sean significativos, como: “Un cine tiene 760 asientos. Se han vendido 564 entradas. ¿Cuántos asientos quedan libres?”. Es útil enseñar a estimar antes de calcular (por ejemplo, $806 - 534$ debe estar entre 200 y 300) y comprobar con operaciones inversas. Las actividades de ampliación pueden desafiar al alumnado y reforzar conceptos mediante problemas de varios pasos o explorando métodos con números mayores. Para quienes necesitan apoyo en el valor posicional, se pueden usar recursos estructurados como los materiales del NCETM sobre suma y resta en columnas.

Tarea 8: Comprensión de las operaciones (suma y resta)

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Comprender y resolver problemas aritméticos que implican comparación por diferencia. En este caso, relacionados con edades.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Esta habilidad pone de manifiesto capacidades matemáticas específicas.

Permite al alumnado traducir situaciones reales en operaciones matemáticas, conectando conceptos abstractos con la vida cotidiana. Desarrolla destrezas esenciales de resta y razonamiento lógico, incluyendo la interpretación de términos comparativos como «más que», lo que refuerza tanto las competencias matemáticas como lingüísticas. Aplicar esta habilidad en contextos familiares, como el cálculo de edades, hace que el aprendizaje sea más significativo. En última instancia, agudiza el pensamiento matemático y proporciona herramientas transferibles para la resolución de problemas, constituyendo un componente fundamental de la alfabetización numérica que sustenta aprendizajes futuros en matemáticas y otras áreas.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El alumnado suele tener dificultades con los problemas de diferencia de edad, lo que revela carencias importantes en la comprensión. Un error frecuente es interpretar mal el lenguaje comparativo, por ejemplo, asumir que «más que» implica sumar en lugar de restar, lo que conduce a operaciones incorrectas. Incluso cuando se elige la operación adecuada, los errores de cálculo en restas básicas indican problemas más amplios de fluidez aritmética. También se observan dificultades conceptuales más profundas: algunas personas emplean operaciones incorrectas, como multiplicación o división, lo que muestra una desconexión entre el problema y la estrategia elegida. Otras tienen problemas para explicar su razonamiento, lo que indica una conciencia metacognitiva limitada. El uso persistente de métodos concretos de conteo (por ejemplo, dedos o dibujos) en problemas que requieren cálculo mental suele señalar un sentido numérico poco desarrollado y un retraso en el pensamiento abstracto. Estos patrones evidencian lagunas fundamentales que requieren una enseñanza dirigida para desarrollar tanto la comprensión conceptual como la fluidez procedimental.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Para apoyar al alumnado que tiene dificultades con problemas de comparación aditiva, es esencial reforzar tanto la comprensión conceptual de la resta como la relación entre resta y suma. Muchas dificultades surgen de concebir la resta únicamente como “quitar”, sin entender su significado como comparación entre cantidades ni su conexión con la suma.

1. Uso de materiales manipulativos. Este apoyo se centra en comprender la resta. Utilizar objetos como bloques o fichas ayuda a visualizar qué significa “4 años menos” como diferencia entre dos cantidades. El alumnado puede ver físicamente que la edad de Helena debe ser menor que la de David, reforzando la idea de la resta como comparación y no como simple eliminación.
2. Representaciones visuales (modelos de barras). Este apoyo aborda tanto la comprensión de la resta como su relación con la suma. Los modelos de barras muestran la edad de David (35) como una barra y la de Helena como una barra más corta (35 – 4). Ver la diferencia de forma visual —y notar que la barra de Helena se obtiene restando, o que sumando 4 se vuelve a la barra de David— conecta claramente ambas operaciones.
3. Andamiaje verbal (preguntas orientadoras). Este apoyo se centra en comprender la resta. Preguntas como “¿Quién es mayor?”, “¿La edad de Helena debe ser mayor o menor?” y “¿Qué operación expresa la diferencia?” ayudan al alumnado a identificar que el problema describe una relación comparativa. Esta guía les orienta a elegir la resta como la operación que expresa esa diferencia.
4. Comprobación inversa (verificación mediante suma). Este apoyo se centra en la relación entre suma y resta. Animar al alumnado a comprobar su respuesta preguntando: “Si Helena tiene 31 años, ¿ $31 + 4 = 35$?” refuerza la idea de que la suma y la resta son operaciones inversas. Esta verificación consolida la comprensión de que ambas expresan la misma relación desde perspectivas diferentes.

David tiene 35 años.

Él es 4 años mayor que Helena.

¿Cuántos años tiene Helena?

Cálculos:

Respuesta: Helena tiene _____ años.

Tarea 9: Hechos numéricos básicos de la multiplicación

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez y automatización en la recuperación de hechos básicos de multiplicación (0-10).

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Dominar los hechos básicos de multiplicación es esencial por varias razones. En primer lugar, proporciona una base sólida para las matemáticas avanzadas. Cuando el alumnado puede recordar rápidamente las multiplicaciones, realiza con mayor eficiencia operaciones como la multiplicación y división de varios dígitos y aborda temas como fracciones y álgebra con más facilidad. En segundo lugar, aumenta la eficacia en la resolución de problemas al reducir la carga cognitiva: en lugar de dedicar energía mental a cálculos básicos, puede centrarse en seleccionar y aplicar estrategias adecuadas. Por último, la fluidez en multiplicación tiene aplicaciones significativas en la vida real, desde calcular costes y medidas hasta gestionar el tiempo de manera eficaz. El objetivo final es alcanzar la automatización, es decir, la recuperación instantánea de los hechos, ya que la dependencia continua del conteo o la repetición puede obstaculizar el progreso y generar dificultades al abordar conceptos matemáticos más avanzados.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El alumnado que aprende la multiplicación puede mostrar errores y señales de alerta que indican dificultades para dominar los hechos. Un error común es dar productos incorrectos, como aplicar mal hechos conocidos (por ejemplo, responder $7 \times 5 = 30$ en lugar de 35) o confundir hechos relacionados (por ejemplo, responder $7 \times 9 = 72$ y $8 \times 9 = 63$). Otro problema frecuente es la lentitud en la respuesta, con vacilaciones o dependencia del conteo con los dedos incluso en hechos simples como 3×2 . Algunas personas omiten ítems o adivinan respuestas, produciendo números aleatorios en lugar de resultados calculados.

Entre las señales importantes se encuentra la dependencia excesiva de estrategias aditivas, como sumar repetidamente en lugar de recordar el hecho multiplicativo. La falta de precisión consistente —por ejemplo, saber 5×4 pero no 5×6 — indica una comprensión inestable. En otras palabras, la comprensión de la multiplicación no está consolidada: el alumnado entiende el concepto solo parcialmente y necesita reforzar su conocimiento para ganar confianza y exactitud en todas las multiplicaciones. Finalmente, la ansiedad visible, el estrés o conductas de evitación son indicadores claros de que la multiplicación es una fuente significativa de frustración o falta de confianza.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Para apoyar al alumnado con dificultades en hechos básicos de multiplicación, es esencial estructurar el apoyo de forma progresiva, asegurando primero la comprensión conceptual y después la automatización, basándose en relaciones entre hechos conocidos.

1. Comprobar la comprensión operativa. Este apoyo garantiza que el alumnado entiende qué significa multiplicar antes de memorizar las tablas. Por ejemplo: ¿sabe que 7×5 significa “7 grupos de 5”? ¿Puede representarlo con dibujos, bloques o situaciones reales? Es aconsejable no avanzar si solo suma de memoria sin comprender la operación.
2. Comprobar la automatización de hechos clave. Algunas multiplicaciones son fundamentales y más fáciles de automatizar, por lo que conviene empezar revisando las tablas del 2, 5 y 10. Asegurar que el alumnado las conoce con rapidez y sin errores. Si no están automatizadas, es preferible reforzarlas antes de pasar a otras.
3. Derivar otros hechos a partir de los conocidos. Una vez dominadas las tablas principales, mostrar cómo obtener otras multiplicaciones a partir de hechos conocidos. Por ejemplo, si sabe que $5 \times 5 = 25$, entonces $6 \times 5 = 25 + 5$. Si sabe que $8 \times 4 = 32$, entonces $4 \times 8 = 32$ (propiedad conmutativa). Esto reduce la carga de memorización y fomenta la comprensión de relaciones entre operaciones, permitiendo estrategias flexibles.
4. Automatización basada en la comprensión. Finalmente, reforzar todas las tablas para que sean rápidas y fiables, pero siempre basadas en la comprensión de las relaciones entre hechos:
 - Combinaciones fáciles derivadas de las conocidas.
 - Uso de patrones y propiedades (propiedad conmutativa, multiplicación por 0 y 1).Esto asegura que la automatización sea sólida y flexible, no solo memoria mecánica.

a) $6 \times 1 = \underline{\quad}$

b) $10 \times 8 = \underline{\quad}$

c) $8 \times 4 = \underline{\quad}$

d) $7 \times 9 = \underline{\quad}$

e) $9 \times 0 = \underline{\quad}$

f) $7 \times 5 = \underline{\quad}$

Tarea 10: Hechos numéricos básicos de la división

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Fluidez y comprensión conceptual de los hechos básicos de división (1-10).

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Dominar los hechos básicos de división es esencial por varias razones. Proporciona una base sólida para las matemáticas avanzadas, apoyando el aprendizaje en áreas como fracciones, división larga, álgebra y resolución de problemas con razones. También fortalece la fluidez en la división al reforzar la relación inversa entre ambas operaciones, ayudando al alumnado a desarrollar una comprensión recíproca de cómo están conectadas. Más allá del aula, la división se utiliza en situaciones cotidianas, desde repartir objetos de manera equitativa hasta calcular tasas. La verdadera fluidez se demuestra mediante la recuperación automática de estos hechos, sin depender de estrategias de conteo ni de comprobaciones repetidas con multiplicación.

a) $80 : 10 = \underline{\quad}$

b) $6 : 6 = \underline{\quad}$

c) $28 : 4 = \underline{\quad}$

d) $72 : 9 = \underline{\quad}$

e) $30 : 5 = \underline{\quad}$

f) $7 : 1 = \underline{\quad}$

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El alumnado suele presentar dificultades con los conceptos fundamentales de división de manera previsible:

- **Confusión de operaciones**, resolviendo mediante multiplicación en lugar de división (por ejemplo, calcular $30 \div 5$ como $30 \times 5 = 150$).
- **Recuerdo incompleto de hechos**, especialmente con divisores menos frecuentes (por ejemplo, confundir $72 \div 9$ y responder 9).
- **Aplicación incorrecta de reglas de identidad o del cero** (por ejemplo, confundir $7 \div 1$ con 7×0).

Estos patrones revelan tanto lagunas en el cálculo como dificultades conceptuales en la comprensión de las operaciones inversas, que requieren una intervención específica.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Para apoyar al alumnado con dificultades en división básica, conviene organizar la ayuda de forma progresiva: primero asegurando la comprensión conceptual de la multiplicación, después la relación inversa con la división y finalmente la automatización basada en la comprensión.

1. Comprobar la comprensión operativa de la multiplicación. Antes de trabajar la división, asegurarse de que el alumnado entiende la multiplicación: ¿sabe que $10 \times 8 = 80$ significa “10 grupos de 8” o “8 grupos de 10”? ¿Puede representarlo con bloques, dibujos o situaciones reales (por ejemplo, 8 bolsas con 10 caramelos cada una)? Esto proporciona la base necesaria para realizar divisiones correctamente.
2. Comprobar la automatización de las tablas clave. Asegurar que el alumnado domina las tablas más importantes: 2, 5 y 10, y después las demás. La división básica depende del conocimiento de la multiplicación: por ejemplo, para resolver $72 \div 9$, debe reconocer que $9 \times 8 = 72$. Si las tablas no están automatizadas, conviene reforzarlas antes de avanzar.
3. Introducir la comprensión conceptual de la división. Explicar que la división es la operación inversa de la multiplicación: “Si $10 \times 8 = 80$, entonces $80 \div 10 = 8$ y $80 \div 8 = 10$ ”. Usar representaciones visuales: diagramas de agrupamiento, arreglos o dibujos que muestren cómo dividir objetos en partes iguales. Pedir al alumnado que verbalice qué significa dividir: “Reparte 80 caramelos en 10 bolsas. ¿Cuántos caramelos hay en cada bolsa?”.
4. Trabajar la derivación de hechos de división a partir de multiplicaciones conocidas. Conectar las divisiones con multiplicaciones ya dominadas:
 - $24 \div 4 \rightarrow “4 \times ? = 24” \rightarrow 4 \times 6 = 24 \rightarrow$ respuesta: 6.
 - $36 \div 6 \rightarrow “6 \times ? = 36” \rightarrow 6 \times 6 = 36 \rightarrow$ respuesta: 6.Esto reduce la carga de memorización y ayuda a comprender que la división siempre puede derivarse de la multiplicación.
5. Automatización basada en la comprensión. Reforzar todas las divisiones básicas hasta que sean rápidas y fiables, siempre basadas en la comprensión de la multiplicación y la relación inversa. Practicar patrones y propiedades: división por 1, división por el mismo número (resultado 1), relación con la multiplicación por 0. Esto asegura que la automatización sea sólida, flexible y funcional.

Tarea 11: Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10

- | |
|------------------------------|
| a) $7 \times 5\,000 =$ _____ |
| b) $50 \times 20 =$ _____ |
| c) $60\,000 : 100 =$ _____ |
| d) $3\,000 : 5 =$ _____ |

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la capacidad del alumnado para realizar multiplicaciones y divisiones mentales con números que son múltiplos de diez, cien, mil, y así sucesivamente.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Una comprensión sólida del sistema de valor posicional decimal constituye la base para calcular con flexibilidad números de varios dígitos (y más adelante, números decimales) y para relacionarlos entre sí y con el mundo que nos rodea (por ejemplo, estimar, hacer cálculos aproximados o evaluar correctamente proporciones cuantitativas en situaciones reales). Comprender el valor posicional es una habilidad compleja. Si un número termina en un cero, los cálculos pueden realizarse usando el número completo de decenas, apoyándose en el conocimiento de números más pequeños. Si termina en dos ceros, se trabaja con centenas; con tres ceros, con millares, y así sucesivamente. Por ejemplo, $7 \times 5\,000$ es 7 veces 5 mil, lo que equivale a 35 mil, escrito como 35 000. También puede descomponerse en $7 \times 5 \times 1\,000$. Esto permite realizar cálculos mentales con números grandes. Esta habilidad también se utiliza para estimar el orden de magnitud de un cálculo. Por ejemplo, en lugar de calcular $7 \times 4\,957$, se puede calcular $7 \times 5\,000$ haciendo 7×5 mil y obtener 35 000 como orden de magnitud.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El razonamiento con unidades numéricas (decenas, centenas, millares, etc.) puede automatizarse manipulando ceros. Sin embargo, esta manipulación puede producir resultados “con ceros” incorrectos, especialmente cuando se aplica a decimales. Por ejemplo, dar 2,30 o 20,3 como resultado de la operación $2,3 \times 10$. Por ello, es importante no automatizar reglas sobre ceros sin comprender el razonamiento que las sustenta. La falta de respuesta puede indicar que el alumnado intenta realizar las operaciones mentalmente como lo haría en papel (DiToM-Tarea 7). Esta técnica no es el objetivo aquí, es más difícil de aplicar y propensa a errores.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como se ha señalado, la comprensión del valor posicional es multifacética. Si un niño tiene dificultades con esta tarea, se recomienda una evaluación más completa de su nivel actual de aprendizaje de los principios del sistema decimal. Hay dos aspectos que considerar: El aspecto decimal, que implica reconocer que una unidad de numeración (unidad, decena, centena, etc.) de cierto rango es diez veces la del rango inferior: 10 unidades = 1 decena; 10 decenas = 1 centena; 10 centenas = 1 millar, y así sucesivamente; y el aspecto posicional, según el cual el orden de los dígitos proporciona información sobre las unidades de medida en cuestión. Así, mientras “2 decenas y 3 unidades” se refiere a un número, solo “23” representa ese número, mientras que “32” se refiere a “3 decenas y 2 unidades”.

Dependiendo de los resultados de esta aclaración detallada del nivel de aprendizaje, puede ser necesario trabajar de nuevo con el alumnado en la comprensión fundamental del principio de agrupamiento. Aquí son importantes las tareas en las que el alumnado forma agrupaciones decimales con materiales adecuados. Sobre esta base, se debe centrar la atención en tareas específicas cuando sea necesario, como en DiToM-Tarea 3, 6 y 7. A continuación, se pueden proponer ejercicios cortos diarios, siguiendo una progresión didáctica basada en los conocimientos implicados (aspecto decimal, aspecto posicional). Se puede comenzar con números de dos cifras con unidades (u) y decenas (d). Por ejemplo: 3d 2u; 3d; 5u; 4u 2d; 4d 13u; 15u 3d; 35u 2d. Para 15u 3d, el procedimiento esperado no es un cálculo ($15 \times 1 + 3 \times 10$), sino el siguiente: dado que 15u son $10u + 5u$, entonces 15u son $1d + 5u$ (porque $10u = 1d$), por lo que obtenemos 1d 5u 3d, que es 5u 4d, escrito como “45”. Para números de tres cifras, también se aplicará la igualdad $10d = 1c$. Se puede considerar la siguiente progresión: 5c 3d 2u; 6c 4u 2d; 1c 2d; 3c 15u; 2c 4d 23u; 3c 15u 3d; 2c 14d 1u; 4u 21d 2c; 2c 14d 13u; 21d 15u 3c; 5c 9d 12u, y así sucesivamente. El trabajo continúa con números de cuatro cifras y otros más adelante. Como siempre, es importante ayudar al alumnado a progresar hacia la resolución de estas tareas sin materiales, basándose en sus experiencias previas con acciones materiales. Para una interiorización eficaz, es fundamental pedirles que verbalicen sus acciones de manera acompañada y cada vez más anticipatoria. Consejos didácticos para desarrollar la comprensión del sistema decimal pueden encontrarse, por ejemplo, en: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/> y en https://padlet.com/frederick_tempier/numerationdecimale-la0yr0317fhb.

Tarea 12: Comprensión de las operaciones: desde una representación

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la capacidad del alumnado para reconocer la estructura multiplicativa de una representación.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

La tarea consiste en reconocer una situación multiplicativa (ocho conjuntos de seis puntos cada uno) y producir una expresión aritmética (8×6 o 6×8) sin calcular el resultado. Más concretamente, requiere ir más allá de la notación aritmética de suma repetida ($6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$) para generar una notación aritmética correspondiente a la multiplicación (8×6). Esta tarea es fundamental porque exige identificar una situación multiplicativa para determinar el tipo de problema antes de realizar el cálculo. Permite al alumnado percibir la suma repetida como multiplicación, lo cual es necesario para:

- Construir las tablas de multiplicar.
- Comprender el significado de la palabra “veces” (en “32 veces 100”, que puede escribirse como 100×32 o 32×100).
- Entender las reglas basadas en la notación decimal al multiplicar un número en las decenas o centenas por un entero dado (la palabra “veces” significa que sumamos 32 veces cien), en lugar de depender de reglas sobre añadir ceros para multiplicar por 10.
- Comprender la distributividad (13 veces 5 es 10 veces 5 más 3 veces 5, lo que puede resolverse mediante suma repetida).

Esta tarea también permite evaluar la flexibilidad del alumnado para cambiar de una representación a otra, lo que implica un cambio de registro. Más concretamente, consiste en pasar de una representación en el registro simbólico a una representación en el registro de expresiones aritméticas.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Cuando la situación no se comprende:

- Respuesta incorrecta 8: se identifican globalmente los 8 conjuntos de 6 puntos, pero sin percibir que cada dado contiene una constelación de 6 puntos.
- Respuesta incorrecta 6: se perciben los 6 puntos de la constelación en un dado sin tener en cuenta los 8 dados.

Cuando no se percibe ni la situación aditiva ni la multiplicativa:

- Respuesta correcta 48: el alumnado puede usar un procedimiento de conteo para contar los 48 puntos.
- Respuestas incorrectas 47 o 49 u otras: se producen errores de conteo debido a la cantidad de elementos y al tiempo limitado para completar la tarea.

Cuando se percibe la situación aditiva pero no la multiplicativa:

- Respuesta correcta inesperada $6+6+6+6+6+6+6+6$: obtenida al considerar que hay 8 dados y que cada dado tiene un conjunto de 6 puntos.
- Respuesta correcta inesperada $8+8+8+8+8+8$: obtenida a partir de un conjunto de 6 puntos y, para cada punto, considerar que hay 8, ya que existen 8 conjuntos de seis puntos cada uno.

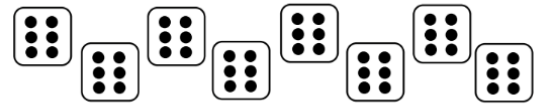
Estas respuestas, aunque correctas, muestran que el alumnado se quedó en la suma repetida y no la tradujo a multiplicación.

- Respuestas incorrectas $6+6+6+6+6+6+6+6$ o $6+6+6+6+6+6+6+6$: el número de iteraciones puede ser incorrecto.

Cuando se percibe la situación multiplicativa:

- Respuestas correctas 8×6 o 6×8 : el alumnado traduce mediante multiplicación que hay 8 conjuntos de seis puntos cada uno.
- A diferencia de otros países europeos, los currículos franceses no distinguen entre los significados atribuidos a estas dos notaciones. Por ello, el alumnado francés puede usar tanto 8×6 como 6×8 para expresar 8 conjuntos de seis puntos cada uno.

There is a calculation to figure out the total number of dots below.



Write down a multiplication task that fits the picture!
You do not need to write the resulting total number of dots!

Calculation : _____

- Respuestas incorrectas 7×6 , 6×6 o 9×6 : el número de ocurrencias correspondiente al número de dados con las seis constelaciones puede ser incorrecto.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Consejos para el aula:

- Presentar situaciones que impliquen manipulación o verbalización como la propuesta, enfatizando qué significan “multiplicado por b” y “a veces b” en el lenguaje cotidiano.
- Variar las variables didácticas para pasar de la suma repetida a la multiplicación.
- Trabajar la conmutatividad de la multiplicación.
- No introducir el signo “x” demasiado pronto.

Este tipo de situación no permite trabajar todos los significados que se pueden atribuir a la multiplicación. Por ejemplo: ¿cuántos menús diferentes se pueden crear con tres opciones de entrante, dos de plato principal y cuatro de postre? El resultado se obtiene mediante una multiplicación: $3 \times 2 \times 4$.

Tarea 13: Compresión de las operaciones: problemas de texto

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Esta tarea evalúa la capacidad del alumnado para reconocer un modelo aditivo o multiplicativo asociado a un problema aritmético de un solo paso.

¿Por qué es esta habilidad una *habilidad clave*?

Los problemas propuestos son de un solo paso, no contienen datos innecesarios y son similares a los que el alumnado ya ha encontrado en este nivel. El contexto (cajas de huevos para cocinar) pretende ser familiar para todos, lo que facilita la comprensión de la situación. Las cuatro fórmulas aritméticas propuestas repiten las cuatro operaciones con los mismos dos números del enunciado, en el mismo orden: primero 24, luego 6. La lectura de los textos por parte del docente garantiza que el alumnado con dificultades lectoras no se vea perjudicado.

Reconocer el modelo subyacente a un problema aritmético, especialmente en problemas simples como los propuestos, es una habilidad clave para comprender las operaciones y resolver problemas más complejos. También asegura que el alumnado pueda identificar estos modelos en problemas similares: una situación multiplicativa que implica hallar el producto (problema 1) o el número de partes (problema 2); una situación aditiva que implica reducción (problema 3). El objetivo aquí es garantizar que el alumnado pueda modelar un problema identificando la operación adecuada, sin dar el resultado. La capacidad de calcular (que se evalúa en otras tareas) y de producir una frase respuesta no se evalúan en este caso.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Una asociación incorrecta entre el texto y la operación puede explicarse por:

- Comprensión deficiente del texto o la situación: el alumnado no entiende el significado de un término (por ejemplo, confundir “sacar del frigorífico” con “añadir”), o una palabra le lleva a elegir la operación equivocada (por ejemplo, en francés, la palabra “quedan” en el problema 3 puede sugerir una división).
- Falta de reconocimiento del modelo u operación correcta.

Algunos estudiantes pueden resolver los problemas 1 y 2 usando suma o resta repetida; esto indica que aún no han construido modelos multiplicativos (multiplicación o división). Otros pueden resolver los tres problemas mediante dibujos, ya que las colecciones son lo bastante pequeñas para representarlas visualmente; en este caso, el ejercicio muestra que todavía no son capaces de producir notación aritmética.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como se ha mencionado, algunos estudiantes pueden resolver los problemas sin usar una operación; por ello, parece complementario sugerir que lo hagan sin pedirles que produzcan una operación. Por ejemplo, el docente podría reintroducir la multiplicación o la división como suma o resta repetida para un estudiante que no reconoce estas operaciones, pero que puede resolver los problemas 1 y 2 mediante suma o resta repetida.

Si el alumnado puede resolver el problema dibujando colecciones, esto muestra que la situación se comprende. Las tres operaciones pueden reintroducirse mediante verbalización, usando el dibujo y materiales que representen las colecciones en cuestión. Para ayudar a comprender mejor la situación, el docente puede pedir que el alumnado reformule el problema con sus propias palabras o cuente una historia; también puede escenificar la situación delante de la clase (con huevos, cajas, fichas, etc.). Existen varias formas de ayudar a reconocer el modelo subyacente al problema: el docente puede proporcionar materiales para representar la situación de manera simbólica, pedir que relacionen el problema con otro ya trabajado en clase o animarles a estimar el orden de magnitud del resultado.

Un panadero compra 24 paquetes de huevos. En cada paquete hay 6 huevos. ¿Cuántos huevos compra el panadero?	$24 : 6$
Hay 24 huevos en varios paquetes. En cada paquete caben 6 huevos. ¿Cuántos paquetes hay?	$24 - 6$
En el frigorífico hay 24 huevos. Un cocinero saca 6 huevos del frigorífico. ¿Cuántos huevos quedan en el frigorífico?	24×6
	$24 + 6$

4) Notas sobre la evaluación y documentación de los resultados

Para ayudarle a evaluar los resultados de las pruebas, hay varias herramientas disponibles para descargar en ditom.org/es/tests-sp:

Si prefiere evaluar las pruebas manualmente, le ofrecemos las siguientes ayudas:

- a) Una **hoja resumen para la puntuación**, que enumera para cada tarea los criterios para otorgar un punto, medio punto o ningún punto (see page 47);
- b) A **class evaluation sheet** for recording and documenting the results of the entire class (see page 48);
- c) An **individual evaluation sheet** for recording and documenting the results of a single child, if you wish to keep an individual overview (see page 49);

Una opción mucho menos laboriosa es evaluar los resultados en Excel usando su ordenador. Para ello, puede descargar:

- d) Un **archivo Excel preprogramado** con dos hojas de cálculo que aparecen en las pestañas de la parte inferior izquierda.

En la hoja llamada “**cualitativa**”, introduzca simplemente, en la columna correspondiente a cada estudiante, los números que el alumno o la alumna escribió en su cuadernillo de la prueba como respuestas a cada subtarea. Si un alumno o una alumna dejó una respuesta en blanco, introduzca 999.

Cuando haya terminado de introducir los datos, cambie a la hoja “**cuantitativa**”. El programa indicará automáticamente si cada subtarea se ha respondido correctamente (1) o incorrectamente (0) y calculará la puntuación adecuada para cada tarea global (1 / 0,5 / 0). Al final de cada fila, encontrará el porcentaje de tareas resueltas correctamente y la puntuación total de cada estudiante. Al final de cada columna, encontrará el porcentaje de estudiantes de la clase que han resuelto correctamente esa tarea en particular.

Los “umbrales críticos de puntuación” para DiToM 4+ y cómo interpretarlos

Como se explica en la Sección 1, *DiToM* no tiene por objeto etiquetar al alumnado. Consulte la sección dedicada a los objetivos y principios rectores de *DiToM*.

Allí también encontrará una explicación más detallada de los “umbrales de puntuación críticos”, que se determinaron a partir de las pruebas piloto de *DiToM* (para la versión 4+, con 934 estudiantes de los siete países socios del proyecto) utilizando el método estadístico del análisis de clases latentes. Este método permite asignar al alumnado, en función de su puntuación total en *DiToM* 4+, a uno de los tres grupos siguientes:

Rango de puntuación	Grupo
De 0 a 8.5	A - Signos de dificultades generales en varias áreas clave
De 9 a 12.5	B – Indicios de dificultades en algunas áreas clave
De 13 a 16	C- No hay indicios de dificultades importantes en áreas clave

Una nota final que remite a la Sección 1: tenga en cuenta que una evaluación solo ofrece una instantánea. Por lo tanto, los resultados deben compararse con sus propias observaciones y experiencias en el aula y, cuando sea necesario, utilizarse como punto de partida para entrevistas de seguimiento con alumnos y alumnas concretos, con el fin de profundizar, perfeccionar o ampliar su comprensión y, si es necesario, ajustar sus conclusiones, al menos en parte.

Evaluación y puntuación de la prueba de diagnóstico *DiToM 4+* (máx. 16 puntos)

1	Escritura de números	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los tres números correctos (5 089, 43 005, 300 500) Dos números correctos Cualquier otra solución
2	Comparación de números	1 P. 0,5 P. 0 P.	Las tres soluciones correctas (>, >, <) Dos soluciones correctas Cualquier otra solución
3a	Suma de 1/10/100	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los tres números correctos (9 900, 4 600, 4 000) Dos números correctos Cualquier otra solución
3b	Resta de 1/10/100	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los tres números correctos (6 999, 3 490, 3 900) Cos números correctos Cualquier otra solución
4	Números en la recta numérica	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cuatros números correctos (7 000, 5 300, 4 080, 12 500) Tres números correctos Cualquier otra solución
5	Reducción a la mitad de números hasta 10 000	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cuatros números correctos (500, 250, 350, 1 500) Tres números correctos Cualquier otra solución
6a	Cálculo mental: sumas y restas	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cuatro números correctos (300, 736, 699, 354) Tres números correctos Cualquier otra solución
6b	Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cuatros números correctos (4 500, 64 000, 2 500, 49 000) Tres números correctos Cualquier otra solución
7a	Sumas escritas	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los dos resultados correctos(584, 1 324) Un resultado correcto Cualquier otra solución
7b	Restas escritas	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los dos resultados correctos (644, 272) Un resultado correcto Cualquier otra solución
8	Compresión de las operaciones	1 P. 0,5 P. 0 P.	Operación y resultado correctos (35 - 4 =31) La operación o el resultado correcto Cualquier otra solución
9	Hechos numéricos básicos de la multiplicación	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los seis resultados correctos (6, 80, 32, 63, 0, 35) Cinco resultados correctos Cualquier otra solución
10	Hechos numéricos básicos de la división	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los seis resultados correctos (8, 1, 7, 8, 6, 7) Cinco resultados correctos Cualquier otra solución
11	Cálculo mental: trabajando con múltiplos de 10	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cuatros números correctos (35 000, 1 000, 600, 600) Tres números correctos Cualquier otra solución
12	Compresión de las operaciones: desde una representación	1 P. 0 P.	Operación correcta (8*6 o 6*8) Cualquier otra solución
13	Compresión de las operaciones: Problemas de texto	1 P. 0,5 P. 0 P.	Las tres soluciones correctas (a →3, b →1, c →2) Dos soluciones correctas Cualquier otra solución

Formulario de Evaluación de la Prueba de Diagnóstico DiToM 4+

Item	Respuesta correcta	Marcar Correcto / Incorrecto	Puntos
1.a	5 089		
1.b	43 005		
1.c	300 500		
2.a	>		
2.b	>		
2.c	<		
3a.a	9 900		
3a.b	4 600		
3a.c	4 000		
3b.a	6 999		
3b.b	3 490		
3b.c	3 900		
4.a	7 000		
4.b	5		
4.c	4 080		
4.d	12 500		
5.a	500		
5.b	250		
5.c	350		
5.d	1 500		
6a.a	300		
6a.b	736		
6a.c	699		
6a.d	354		
6b.a	4 500		
6b.b	64 000		
6b.c	2 500		
6b.d	49 000		

Item	Respuesta correcta	Marcar Correcto / Incorrecto	Puntos
7a.a	584		
7a.b	1 324		
7b.a	644		
7b.b	272		
8 part 1	35-4		
8 part 2	31		
9.a	6		
9.b	80		
9.c	32		
9.d	63		
9.e	0		
9.f	35		
10.a	8		
10.b	1		
10.c	7		
10.d	8		
10.e	6		
10.f	7		
11.a	35 000		
11.b	1 000		
11.c	600		
11.d	600		
12	8*6 or 6*8		
13.a	a) - 3		
13.b	b) - 1		
13.c	c) - 2		

Puntos obtenidos de un máximo de 16

Comentario _____

Valoración:

- Items del 1 al 3b y 13 los 3 correctos = 1 punto; 2 correctos = 0.5 puntos; 1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos
- Items del 4 al 6b y 11 los 4 correctos = 1 punto; 3 correctos = 0.5 puntos; 2,1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos
- Items del 7a al 8 los 2 correctos = 1 punto; 1 correcto = 0.5 puntos; 0 correctos o sin contestar = 0 puntos
- Items 9 y 10 los 6 correctos = 1 punto; 5 correctos = 0.5 puntos; 4,3,2,1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos
- Item 12 correcto = 1 punto; incorrecto = 0 puntos

5) Referencias

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT)*. 2nd edition. Educational Testing Service.

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), *Handbuch Inklusive Diagnostik* (S. 199–213). Beltz.