



Co-funded by
the European Union



Prueba de Diagnóstico 2+

Guía docente

Contenidos

Prólogo	4
1 Objetivos y principios rectores de <i>DiToM</i>	5
¿Qué son las pruebas de diagnóstico <i>DiToM</i> y qué logran?	5
¿Qué son las “competencias matemáticas clave”?	6
2 Instrucciones para administrar la prueba de diagnóstico 2+	10
3 Explicaciones y sugerencias de apoyo relativas a las tareas individuales de <i>DiToM</i> 2+	28
Tarea 1: Conteo	28
Tarea 2: Compresión de números cardinales / agrupamientos	29
Tarea 3: Contar hacia adelante y hacia atrás	30
Tarea 4: Notación de números de dos dígitos	31
Tarea 5: Dividir por la mitad	32
Tarea 6: Números en la recta numérica	33
Tarea 7: Hechos numéricos básicos (descomposición de números hasta 10)	34
Tarea 8: Suma	35
Tarea 9: Resta	36
Tarea 10: Compresión de las operaciones (suma)	37
Tarea 11: Compresión de las operaciones (resta)	38
Tarea 12: Tablas de multiplicar	39
Tarea 13: Compresión de las operaciones (multiplicación)	40
Tarea 14: Compresión de las operaciones (agrupamiento)	41
Tarea 15: Compresión de las operaciones (reparto)	42
4 Notas sobre la evaluación y documentación de los resultados	43
Los “umbrales críticos de puntuación” para <i>DiToM</i> 2+ y cómo interpretarlos	43
Evaluación y puntuación de la prueba de diagnóstico <i>DiToM</i> 2+ (máx. 15 puntos)	45
5 Referencias	49

Prólogo

Este manual está diseñado para ayudarle a administrar la prueba de diagnóstico *DiToM 2+* y a utilizar los resultados de la prueba de manera eficaz con su clase. En las siguientes páginas encontrará:

1. una breve introducción a los objetivos y principios rectores del proyecto Erasmus+ *DiToM*;
2. instrucciones detalladas y paso a paso para realizar *DiToM 2+* en el aula;
3. explicaciones concisas de cada tarea de *DiToM 2+*, incluidas notas sobre posibles estrategias de apoyo para el alumnado cuyos resultados de la prueba de diagnóstico indiquen lagunas de aprendizaje en competencias matemáticas clave;
4. orientaciones sobre cómo evaluar y documentar los resultados.

La guía de administración (Sección 2) y las tablas de evaluación descritas (Sección 4) también se pueden descargar por separado como archivos PDF individuales en www.ditom.org/

Recomendamos imprimir la guía de administración a doble cara y encuadernarla con espiral. En el cuadernillo que obtendrá, puede mantener la página dirigida al profesorado para leer las instrucciones en voz alta, mientras que la página dirigida al alumnado suele incluir un ejemplo que le ayuda a explicar lo que se espera que hagan los alumnos y las alumnas.

1 Objetivos y principios rectores de *DiToM*

El aprendizaje de las matemáticas avanza por etapas: los nuevos conocimientos se basan en una comprensión previa sólida. Cuando faltan ideas y conceptos fundamentales, a los estudiantes les resulta cada vez más difícil comprender y dar sentido al contenido matemático que se basa en esos fundamentos. Estudios nacionales e internacionales muestran que una proporción significativa de estudiantes ya no alcanza los estándares mínimos en matemáticas en la enseñanza primaria y, por las razones descritas anteriormente, es casi inevitable que sigan teniendo dificultades en la enseñanza secundaria. Es alarmante que muchos jóvenes terminen la educación obligatoria sin haber alcanzado el nivel básico de alfabetización matemática que, según la OCDE, es esencial para “participar plenamente en la vida social”.

Para contrarrestar esta situación, el profesorado debe ser capaz de identificar las dificultades de aprendizaje de las matemáticas, a ser posible de forma temprana y lo más precisa posible. Solo sobre esta base se pueden adoptar medidas de apoyo específicas. Aquí es precisamente donde entra en juego el proyecto de la UE *Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)*. En el marco de una colaboración entre Alemania, Francia, Grecia, Croacia, Italia, Suecia y España, se han desarrollado cinco instrumentos de evaluación interconectados. Estas herramientas permiten al profesorado, al final o al comienzo del curso escolar, obtener una visión general concisa del alumnado que corre el riesgo de quedarse atrás en matemáticas si no reciben medidas de apoyo específicas.

Las pruebas de diagnóstico siguen un ciclo de dos años:

- **Prueba de diagnóstico 0:** inicio de la enseñanza primaria
- **Prueba de diagnóstico 2+:** final del 2º curso / inicio del 3º curso
- **Prueba de diagnóstico 4+:** final del 4º curso / inicio del 5º curso
- **Prueba de diagnóstico 6+:** final del 6º curso / inicio de 1º de ESO
- **Prueba de diagnóstico 8+:** final del 2º de ESO / inicio de 3º de ESO

¿Qué son las pruebas de diagnóstico *DiToM* y qué logran?

Las cinco evaluaciones son pruebas escritas centradas en las competencias matemáticas clave que deben dominarse al inicio de un curso para poder aprender nuevos contenidos con comprensión. Cada prueba puede administrarse a toda la clase en una sola sesión y, utilizando las herramientas de puntuación proporcionadas (véase la Sección 4), evaluarse con una inversión de tiempo relativamente pequeña. Los resultados ofrecen al profesorado una visión general inicial estructurada del alumnado que probablemente necesite apoyo adicional en áreas concretas.

La palabra “*probablemente*” es crucial: una prueba de diagnóstico **no** sustituye a una evaluación individual y cualitativa del estado de aprendizaje de un alumno o una alumna. En el mejor de los casos, proporciona pistas iniciales sobre las estrategias o enfoques de solución que un alumno o una alumna puede haber utilizado. Para obtener una comprensión más detallada, es necesario realizar observaciones específicas y mantener conversaciones individuales, utilizando tareas más diferenciadas. Sin embargo, la prueba de diagnóstico

puede servir como un valioso punto de partida para determinar qué alumnado se beneficiaría más de esas evaluaciones de seguimiento.

¿Qué son las “competencias matemáticas clave”?

Como se ha señalado anteriormente, las matemáticas escolares se caracterizan por una “*jerarquía interna de aprendizaje*” (Wittmann, 2015, p. 199). Esto es especialmente cierto en los ámbitos de la aritmética (números y operaciones) y el álgebra, precisamente las áreas en las que se centran intencionadamente las pruebas de *DiToM*. En estos ámbitos, es posible identificar en cada etapa del aprendizaje las *competencias clave*, aquellas sin las cuales no es posible un aprendizaje significativo y sostenible.

Por ejemplo: para trabajar con éxito con los números naturales, el alumnado debe comprenderlos en términos del concepto de *parte-todo*, un proceso de desarrollo que debe completarse durante el primer año escolar. El concepto de parte-todo significa, por ejemplo, que el número siete se entiende como un todo compuesto por partes: cinco y dos, cuatro y tres, uno y seis, etc. Esta comprensión debe convertirse entonces en algo automático: un alumno o una alumna no debería necesitar un esfuerzo consciente para reconocer el cinco como la parte que falta del siete cuando se le da el dos como la otra parte. En otras palabras, el alumnado debe pensar automáticamente en los números en términos de sus descomposiciones y relaciones. Esta combinación de *comprensión* y *automatización* es característica de muchas competencias clave: solo cuando ciertas habilidades se automatizan se puede liberar la capacidad mental para abordar retos matemáticos de mayor nivel.

El hecho de que la competencia clave de “pensar en los números como composiciones” (o “descomposición numérica”) esté bien establecida se puede observar, por ejemplo, en las estrategias de cálculo de un alumno o una alumna. Un o una estudiante que piensa en el siete como cinco y dos resolverá $7 - 5$ sin esfuerzo, incluso en el primer año escolar, sin contar. Sin embargo, el alumnado que carecen de esta competencia suele seguir utilizando estrategias de conteo laboriosas y propensas a errores hasta bien entrados los cursos de primaria y secundaria. Las sumas y restas basadas en el conteo pronto se vuelven inmanejables cuando se trata de números de dos o tres dígitos. Este alumnado también tiene dificultades para utilizar las relaciones entre las operaciones de multiplicación, por ejemplo, reconocer que 9×6 es seis menos que el resultado fácil de recordar 10×6 . Las deficiencias en una competencia clave (comprender los números como composiciones) dificultan así la adquisición de otras (sumas, restas, multiplicaciones), que a su vez son requisitos previos para habilidades más avanzadas (divisiones, razonamiento proporcional, etc.).

Esta cadena continúa más allá de la educación primaria: el alumnado que tiene dificultades con los números naturales se enfrentará a dificultades aún mayores con las fracciones y los decimales. Más adelante, el álgebra se basa en conocimientos que deberían haberse adquirido al trabajar con las operaciones básicas en educación primaria. Sin esos conocimientos, el álgebra puede parecer al alumnado un código indescifrable.

Por esta razón, las evaluaciones de *DiToM* se centran en las competencias clave, aquellas que deben estar bien establecidas al comienzo de los cursos 1º, 3º y 5º de educación primaria y 1º y 3º de ESO, para que el aprendizaje matemático posterior pueda continuar con éxito.

Después de administrar la prueba de diagnóstico *DiToM*, ¿qué sigue?

Utilizando las herramientas de evaluación descritas en la Sección 4, el profesorado crea una tabla (en Excel o en papel) que se puede leer en dos direcciones:

- **Por filas:** los resultados de cada estudiante muestran qué tareas fueron resueltas correctamente, parcialmente, incorrectamente o se dejaron en blanco, lo que da como resultado una puntuación global para ese o esa estudiante
- **Por columnas:** para cada tarea, la tabla muestra cuántos estudiantes la resolvieron correctamente, parcialmente, incorrectamente o no la resolvieron

Con respecto a los alumnos o las alumnas individuales:

DiToM no tiene como objetivo etiquetar al alumnado. Las evaluaciones no están diseñadas para identificar al alumnado “discalculia”. Los diagnósticos clínicos de ese tipo no abordan la cuestión fundamental que *DiToM* pretende responder: *¿Cómo puede el profesorado apoyar mejor al alumnado que tiene dificultades con las competencias aritméticas básicas?* El apoyo específico requiere una comprensión precisa del nivel de aprendizaje actual de cada estudiante. *DiToM* ayuda a identificar a aquellos que necesitan urgentemente una evaluación detallada, nada más y nada menos. La Sección 3 ofrece breves notas sobre qué tipo de apoyo de seguimiento puede ser útil para cada tarea específica.

Las “puntuaciones umbral críticas” analizadas en la Sección 4 se determinaron a partir de pruebas de diagnóstico *DiToM* realizadas a 8820 niños y niñas en los siete países socios. Mediante el *análisis de clases latentes* (véase Livingston, 2014), se agrupó al alumnado de la siguiente manera:

- **Grupo A:** alumnado que mostraba dificultades generalizadas en varias competencias clave
- **Grupo B:** alumnado que mostraba indicios de dificultades en áreas específicas.
- **Grupo C:** alumnado que no mostraba indicios importantes de dificultad.

Es importante recordar que cualquier evaluación solo captura una *instantánea*. Algunos alumnos y algunas alumnas pueden simplemente haber tenido un mal día o haber estado distraídos, otros y otras pueden haber copiado las respuestas a pesar de las precauciones. Por lo tanto, los resultados de las evaluaciones deben interpretarse con cautela. Siempre deben compararse con las observaciones diarias en el aula y utilizarse como punto de partida para una observación más específica y tareas de seguimiento en los días y semanas siguientes.

Si queda claro que un alumno o una alumna pertenece al **Grupo A**, hay motivos para esperar que sus dificultades matemáticas empeoren a lo largo del año escolar, a menos que se implementen intervenciones oportunas y eficaces. La Sección 3 solo puede sugerir orientaciones generales para tales intervenciones, basadas en las competencias clave evaluadas en cada tarea. Para obtener una orientación más amplia, debemos remitir al profesorado a la bibliografía educativa pertinente.

El alumnado del **Grupo B** también es probable que necesite apoyo específico en algunas áreas para progresar con éxito en su aprendizaje. Vale la pena recordar que todas las tareas de evaluación se refieren a *competencias clave*. La evaluación está diseñada intencionadamente para no distinguir entre el alumnado con alto rendimiento; lo ideal es que la mayoría del alumnado encuentre las tareas bastante fáciles. Por lo tanto, también deben tomarse en serio los posibles errores cometidos por el alumnado del **Grupo C** en tareas individuales, ya que pueden revelar lagunas en habilidades fundamentales clave.

Con una visión global de la clase:

Esto último se aplica especialmente cuando los resultados muestran que varios alumnos y varias alumnas han tenido dificultades con la misma tarea. Esto puede indicar que no han recibido suficiente práctica o que esta no ha estado bien enfocada en esa competencia, ya sea en su escolarización previa o antes de entrar en la escuela. En tales casos, es aún más importante que se les brinden ahora estas oportunidades de aprendizaje, incluso si el plan de estudios ya ha pasado a nuevos contenidos. Una vez más, es importante tener en cuenta

la estructura jerárquica del aprendizaje de las matemáticas: cada nivel depende de una comprensión sólida de las competencias básicas antes de avanzar.

2 Instrucciones para administrar la prueba de diagnóstico 2+

La prueba de diagnóstico *DiToM 2+* está diseñada para utilizarse con toda la clase al final del segundo curso o al comienzo del tercero de Educación Primaria.

Comprende las siguientes tareas:

1. Conteo
2. Compresión de números cardinales / agrupamientos
3. Contar hacia adelante y hacia atrás
4. Notación de números de dos dígitos
5. Dividir por la mitad
6. Números en la recta numérica
7. Hechos numéricos básicos (descomposición de números hasta 10)
8. Suma
9. Resta
10. Compresión de las operaciones (suma)
11. Compresión de las operaciones (resta)
12. Tablas de multiplicar
13. Compresión de las operaciones (multiplicación)
14. Compresión de las operaciones (agrupamiento)
15. Compresión de las operaciones (reparto)

La siguiente sección proporciona instrucciones detalladas, tarea por tarea, sobre lo que debe decirle al alumnado antes y durante la administración de la prueba.

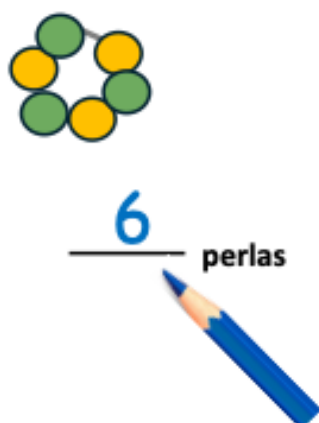
Estas instrucciones también están disponibles como un **archivo PDF independiente para descargar**, ampliado con páginas de muestra y en blanco para imprimir. Si imprime este archivo a doble cara y lo encuaderna con una espiral, tendrá un cuadernillo del que podrá leer las instrucciones en voz alta durante la prueba y consultar los puntos clave que debe tener en cuenta durante la administración. Las páginas adicionales incluidas en la versión impresa le permiten, si gira el lado izquierdo de cada doble página, sostener el cuadernillo y leer las instrucciones de la página que tiene delante, mientras que el alumnado puede ver en la parte posterior del cuadernillo la tarea de ejemplo correspondiente.

Antes y durante el reparto de los cuadernillos del test

- Explique al alumnado que al final del segundo curso y al comienzo del tercero le gustaría saber qué es lo que ya saben y pueden hacer.
- Diles que ahora cada estudiante recibirá un cuadernillo con tareas que deberá completar una tras otra.
- Haga hincapié en que es importante que cada estudiante trabaje de forma independiente y que copiar a un compañero o a una compañera no es útil. La respuesta de otro niño u otra niña podría ser incorrecta y, lo que es más importante, usted quiere saber qué es lo que cada estudiante ya sabe hacer bien por sí mismo y en qué aspectos aún necesita ayuda.
- Si es necesario y posible, coloque las mochilas escolares (o similares) entre el alumnado durante la realización de la prueba para dificultar que copien.
- Pida al alumnado que escriba con lápiz. Como borrar lleva tiempo, simplemente debe tachar los errores y escribir la respuesta correcta al lado. En la pizarra puede mostrar cómo hacerlo.
- Explique que es importante que todos y todas presten mucha atención y escuchen cuidadosamente sus instrucciones.
- Explique al alumnado que las tareas deben realizarse una tras otra y que siempre les explicará qué deben hacer antes de que empiecen. A veces también habrá un ejemplo. Recuérdeles que no sigan por su cuenta, aunque terminen una tarea antes que los demás. Solo deben pasar la página cuando usted se lo indique.
- Asegúrese de que todos los pupitres estén despejados y de que cada estudiante tenga solo un lápiz afilado delante de él o ella.
- Algunas tareas tienen **límite de tiempo**. Para evitar el estrés, no lo anuncie con antelación. En su lugar, dígalas que espera que resuelvan algunas de las tareas con bastante rapidez, ya que probablemente ya se las sepan de memoria. Anuncie que, cuando hayan trabajado durante un tiempo en una tarea, usted dirá “PARAD” y entonces todos deberán dejar de escribir. Haga hincapié en que no pasa nada si alguien no ha terminado en ese momento. El objetivo, durante la realización de toda la prueba, es crear un ambiente tranquilo y sin estrés.
- Para las tareas **sin límite de tiempo**, utilice su propio criterio para decidir cuándo decir «PARAD». Esto puede ser aconsejable para algunas de las tareas, una vez que la mayoría del alumnado hayan terminado. Algunos alumnos y algunas alumnas pueden tardar bastante más que la gran mayoría e, incluso con más tiempo, es posible que no completen la tarea. Sin embargo, si los demás tienen que esperar demasiado, puede surgir inquietud. Por lo tanto, puede ser mejor decir “PARAD” y asegurar a los que no han terminado que no pasa nada, y elogiar al alumnado por sus esfuerzos.
- Ahora reparta los cuadernillos. Insista en que deben permanecer cerrados sobre los pupitres hasta que usted les indique que pasen a la primera tarea. Pídeles primero que escriban su nombre en la portada.

1 Conteo

Ejemplo



"Mirad esta pulsera. Está hecha con seis perlas.
Por eso, el número que está escrito aquí es **6**."

→ *Señala el número.*

"La pulsera está hecha con seis perlas, por eso aquí escribimos 6, porque hay seis perlas."

Ejercicio del test

Sin límite de tiempo



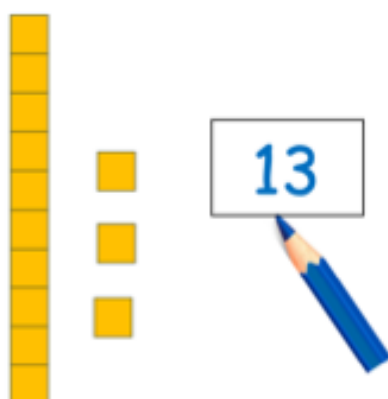
"Ahora abrid el cuadernillo por la primera actividad."

"Aquí veis otra pulsera.
Contad **en silencio** las perlas de esta pulsera y escribid el número de perlas en la línea."

"Cuando hayas terminado, deja el lápiz sobre la mesa."

2 Compresión de números cardinales / agrupamientos

Ejemplo



“Fijaos en este dibujo. Muestra el número **trece**. **Diez** aquí y **tres** aquí.”

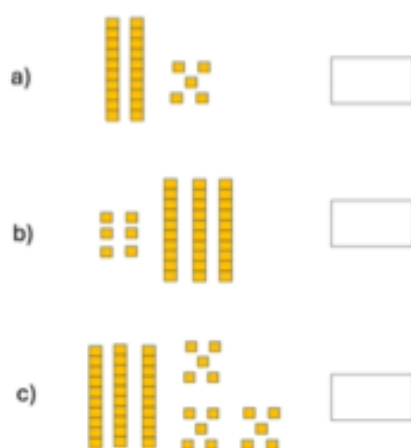
Siempre hay diez en una barra, esto son diez, y tres en unidades simples”

→ Señala primero la barra y después los cuadrados

“Así que tenemos 10 y 3. Juntos son 13. Por tanto, escribimos el número **13** en el recuadro.”

→ Señala el recuadro

Ejercicio del test



“Por favor, pasad a la página siguiente donde está la nueva actividad.”

“Aquí podéis ver otros tres dibujos. Escribe cada número en el recuadro situado junto al dibujo. Podéis empezar ya.”

→ Cuenta mentalmente hasta 30 para controlar el tiempo

“Pasamos a la siguiente actividad. No importa si no habéis terminado.”

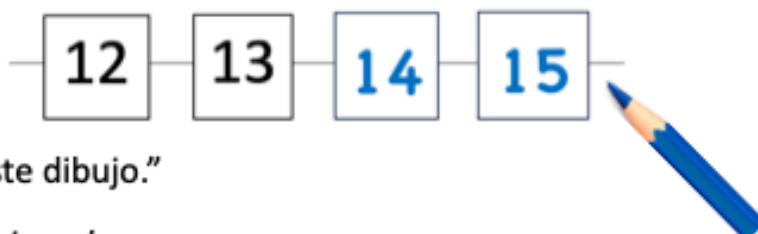
“Por favor, mirad este dibujo.”

→ Señala al ejemplo de la actividad 3

Tiempo de trabajo:
30 segundos

3 Contar hacia adelante y hacia atrás

Ejemplo



“Observad este dibujo.”

→ Señala el ejemplo

“Aquí hay cuatro números escritos en una fila. Empieza con los números doce, trece y el número que va a continuación es el **catorce**, por eso 14 es el número que está escrito en la siguiente casilla. Después del catorce va el **15**, por eso 15 está escrito en la siguiente casilla.”

→ Señala primero el 14 y después el 15

“Los cuatro número en esta secuencia son 12, 13, **14** y **15**.”

Sin límite de
tiempo

Ejercicio del test

“Por favor, pasad a la página siguiente para realizar la siguiente actividad.”

“Ahora tenemos una secuencia de cinco números en una fila. Escribe los números que faltan en las casillas correspondientes.”

“¡Presta atención: algunas veces necesitarás encontrar el número que va antes que otro número!”

“Cuando hayas terminado, deja el lápiz sobre la mesa.”



4 Notación de números de dos dígitos

Ejemplo

22

18



“Cuanto queremos escribir el número ‘veintidós’, escribimos esto: 22.”

→ Señala el número 22

“Y cuando queremos escribir el número ‘dieciocho’, escribimos esto: 18.”

→ Señala el número 18

Sin límite de
tiempo

Ejercicio del test

a) _____

b) _____

c) _____

d) _____

e) _____

“Ahora quiero que vosotros escribáis los números.”

“Por favor, pasad a la página siguiente para ver la nueva actividad. Veréis cinco apartados, del a) al e), uno debajo de otro.”

“Os voy a dictar 5 números. Uno después de otro. Escuchad con atención y escribid el número:

a) Treinta y cuatro (34)

b) Quince (15)

c) Cuarenta y tres (43)

d) Cincuenta (50)


e) Sesenta y siete (67)”

“Veamos ahora la siguiente actividad.”

5 Dividir por la mitad

Ejemplo

La mitad de 10: 5



“La mitad de diez es cinco.”

→ Señala el ejemplo

“Por eso escribimos 5.”

Ejercicio del test

Tiempo de trabajo :
30 segundos

a) La mitad de 12: _____

b) La mitad de 16: _____

c) La mitad de 60: _____

d) La mitad de 80: _____

e) La mitad de 50: _____

“Por favor, pasad a la página siguiente. Veréis cinco números. Escribid cuál es la **mitad** de esos números.”

“¡Empezad ya!”

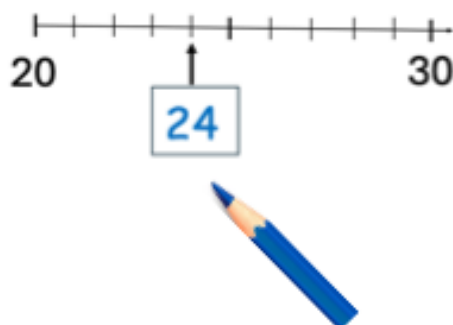
→ Cuenta mentalmente hasta 30 para controlar el tiempo

“Pasemos a la siguiente actividad. No importa si no habéis podido terminar.

→ Señala el ejemplo de la actividad 6.

6 Números en la recta numérica

Ejemplo



“Aquí vemos la recta numérica desde el 20 al 30.”

→ Señala la recta moviendo tu dedo a lo largo de la línea desde el 20 al 30

“Estamos buscando el número que se corresponde con el recuadro.”

→ Señala el recuadro

“Comprobad vosotros mismos – es el número 24. Por eso hay un 24 escrito en el recuadro.”

Sin límite de tiempo

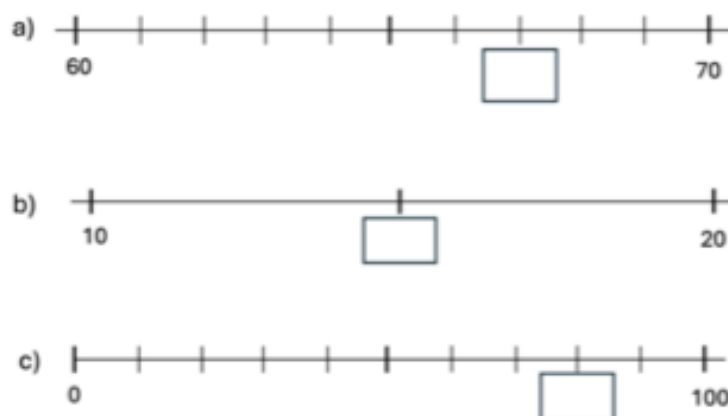
Ejercicio del test

“Por favor, pasad a la página siguiente donde encontraréis la actividad nueva. Aquí veréis tres rectas numéricas distintas.”

“¡Fijaos ciudadanosamente en los números que aparecen en cada una de las rectas numéricas!”

“En cada línea, prestad atención y escribid el número correcto en el recuadro.”

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.”



7 Hechos numéricos básicos (descomposición de números hasta 10)

Ejemplo

5	
3	2



"Aquí podéis ver que el número cinco está en el casillero de arriba."

→ *Señala con tu dedo al número 5*

"Como podéis ver, podemos descomponer el número cinco en dos números. Si uno de ellos es el tres..."

→ *Señala al número 3*

"... entonces el número que falta es el dos, ya que tres más dos es cinco."

→ *Señala los números a la vez que vas hablando*

"Entonces, el número cinco se puede descomponer en los números tres y dos. Juntos dos y tres hacen cinco."

**Tiempo de trabajo:
30 segundos**

Ejercicio del test

a)

6	
1	

b)

7	
3	

c)

8	
2	

d)

8	
5	

e)

9	
2	

f)

9	
4	

"Ahora, por favor, pasad a la página siguiente. En ella veréis más números para descomponer."

"Observad con atención los números que están en el casillero de arriba y después escribid los números que faltan en los casilleros vacíos. Los dos números de los casilleros inferiores suman el número del casillero superior."

"¡Por favor, empezad ahora!"

→ *Cuenta mentalmente hasta 30 para controlar el tiempo*

"Por favor, parad. No importa si no habéis podido terminar."

8 Suma

No es necesario ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de
tiempo

a) $32 + 7 =$

“Para esta actividad, no es necesario ningún ejemplo, porque todos vosotros sabéis lo que hay que hacer. Vamos a hacer **sumas**.”

b) $6 + 74 =$

“Por favor, pasad a la página siguiente, donde veréis alguna sumas.”

c) $60 + 30 =$

“¡Comenzad a hacerlas ahora!”

d) $27 + 40 =$

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.”

e) $25 + 8 =$

“Hasta ahora lo habéis hecho muy bien, y ya hemos hecho más de la mitad de las actividades. Levantaos y estiraos un poco.”

→ *Haz tú lo mismo*

“Nos sentimos mejor, ¿verdad? Por favor, sentaos de nuevo.”

9 Resta

No es necesario ejemplo

Sin límite de
tiempo

Ejercicio del test

a) $48 - 6 =$

“Ahora, por favor, pasad a la página siguiente del cuadernillo y veréis una actividad con **restas.**”

b) $37 - 7 =$

c) $20 - 9 =$

“Ahora vamos a hacer restas. Recordadlo.”

“¡Comenzad a hacer las siguientes restas!”

d) $56 - 30 =$

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa.”

e) $25 - 8 =$

10 Compresión de las operaciones (suma)

No es necesario ejemplo

Sin límite de
tiempo

Ejercicio del test

“Ahora, por favor, pasad a la página siguiente y mirad la siguiente actividad. Os la voy a leer.”

→ Lee el problema **dos veces** en voz alta haciendo hincapié en la información que está escrita en **negrita**.

En el camino al colegio:
En el autobús hay **12** estudiantes.
En la siguiente parada, suben **otros 6** estudiantes.
¿Cuántos estudiantes hay ahora en el autobús?



Operación: _____

Respuesta: Ahora hay _____ estudiantes en el autobús.

“Ahora haced el problema. Es importante que escribáis la operación con el resultado sobre la línea. Después rellenad también el resultado en la respuesta.”

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa.”

11 Comprensión de las operaciones (resta)

No es necesario ejemplo

Sin límite de
tiempo

Ejercicio del test

“Por favor, pasad a la página siguiente y mirar el siguiente problema.”


“Ahora el autobús está de vuelta y los niños y niñas vuelven a casa.”

→ *Lee el problema **dos veces** en voz alta, haciendo hincapié en la información que aparece en negrita*

De vuelta a casa:
En el autobús hay **28** estudiantes.
En la primera parada, se bajan **3** estudiantes.
¿Cuántos estudiantes quedan en el autobús?

Operación: _____

Respuesta: Ahora hay _____ estudiantes en el autobús.



“Ahora haced el problema. De nuevo, es importante que escribáis vuestros cálculos en la línea de la operación. Después, rellenad el resultado sobre la línea de la respuesta.”

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.”

12 Tablas de multiplicar

No es necesario ejemplo

Ejercicio del test

Tiempo de trabajo:
30 segundos

a) $7 \times 2 =$

“Para realizar la siguiente actividad, tampoco necesitamos ejemplo, porque todos vosotros sabéis lo que hay que hacer.”

b) $4 \times 5 =$

“Vamos a hacer multiplicaciones.”

c) $8 \times 10 =$

“Por favor, pasad a la página siguiente y veréis algunas multiplicaciones.”

d) $9 \times 2 =$

e) $10 \times 7 =$

“¡Comenzad a hacerlas ahora!”

f) $5 \times 6 =$

→ *Cuenta mentalmente hasta 30 para controlar el tiempo*

“Por favor, parad. No importa si no habéis terminado todas las multiplicaciones. Continuemos.”

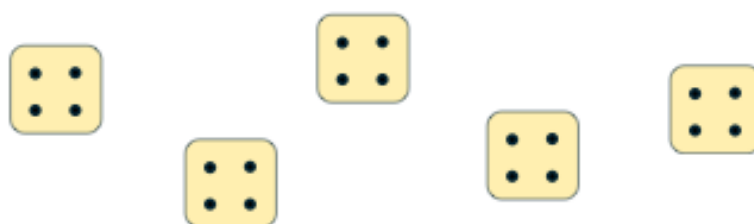
13 Compresión de las operaciones (multiplicación)

No es necesario ejemplo

Ejercicio del test

Sin límite de
tiempo

“Por favor, pasad a la página siguiente y mirad la actividad.”



Operación: _____

“Mirad con atención al dibujo. Representa una **multiplicación**.”

“Escribid esta **multiplicación** sobre la línea que está debajo del dibujo.”

“Si lo sabéis, también podéis escribir el resultado. Pero esto es voluntario. Lo que es más importantes es que escribáis la operación.”

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.”

14 Compresión de las operaciones (Agrupamiento)

No se da ningún ejemplo porque revelaría la estrategia de resolución

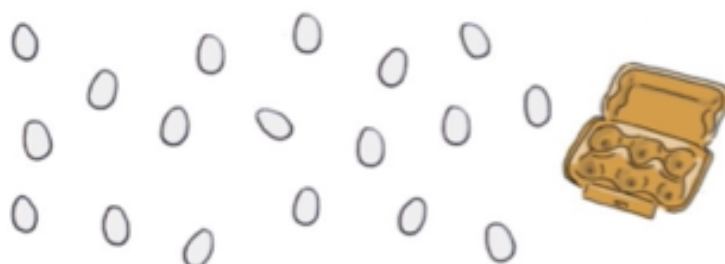
Ejercicio del test

Sin límite de
tiempo

“Solo dos actividades más y terminamos. Lo estáis haciendo genial. Veamos el penúltimo problema. Por favor, pasad a la página siguiente.”

→ *Lee el problema en voz alta **dos veces**, hacienda hincapié en la información que aparece en negrita*

Esta mañana un granjero ha recogido **18 huevos**. En cada huevera caben **6 huevos**.
¿Cuántas hueveras puede llenar el granjero?



Respuesta: El granjero puede llenar _____ hueveras.

“Ahora resolved este problema. Podéis dibujar la solución usando la imagen o escribir las operaciones al lado de los huevos. Es importante que escribáis el número que da la solución en la línea de la respuesta.”

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, por favor.”

15 Compresión de las operaciones (Reparto)

No se da ningún ejemplo porque revelaría la estrategia de resolución

Sin límite de
tiempo

Ejercicio del test

“Por favor, pasad a la página siguiente. Esta es la última actividad.”

→ *Lee el problema en voz alta **dos veces**, haciendo hincapié en la información que aparece en negrita*

La abuela ha comprado **15 huevos de chocolate** para **regalárselos a sus 3 nietos**.
Todos tienen que recibir **el mismo número de huevos**. ¿Cuántos huevos de chocolate le da a cada nieto?



Respuesta: Cada nieto consigue _____ huevos de chocolate.

“Por favor, resolved el último problema. Como antes, podéis dibujar la solución usando la imagen o escribir los cálculos al lado de los huevos. Es importante que escribáis el número de la solución en la línea de la respuesta.”

“Cuando hayáis terminado, dejad el lápiz sobre la mesa, junto al cuadernillo y pasaré a recogerlo.”

→ *Después de recoger todos los cuadernillos, agradece al alumnado su buen trabajo y cooperación. Como agradecimiento los puedes dejar salir a dar una vuelta al patio, jugar con ellos a algún juego o recompensarlos del modo que mejor consideres.*

3 Explicaciones y sugerencias de apoyo relativas a las tareas individuales de *DiToM 2+*

Tarea 1: Conteo

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Contar cantidades ordenadas mayores que 20

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Aprender la serie de palabras numéricas y adherirse a los principios del conteo (véase más abajo) al determinar un número mediante el conteo son pasos importantes para llegar a una comprensión sólida de los números naturales. Ser capaz de determinar el número de elementos de un conjunto contando es un requisito previo para poder descubrir e investigar las relaciones entre números. Las relaciones “uno más/uno menos” entre dos números vecinos en la recta numérica y “parte-todo” dentro de los llamados tríos numéricos (p.ej. 3, 5 y 8; 8 el todo, 3 y 5 sus partes) son fundamentales. Por supuesto, contar con precisión también es una habilidad importante en la vida cotidiana.



¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Para contar correctamente las 23 cuentas en la Tarea 1, el alumno o la alumna debe dominar la serie de palabras numéricas hasta “veintitrés” y adherirse al principio uno-a-uno al contar las cuentas. Que un alumno o una alumna haya fallado en la asignación uno-a-uno, por haber omitido o contando dos veces cuentas individuales, es particularmente probable si falla el número correcto por uno (p. ej., 22 o 24). La disposición de las cuentas en el círculo también exige un enfoque planificado, lo que significa que el niño debe elegir una cuenta de inicio y asegurarse que esta y las siguientes no se cuenten dos veces. El nudo se incluyó deliberadamente en la ilustración para facilitar esto, pero el alumno o la alumna puede usarlo con este propósito o no.

La tarea requiere escribir el número determinado usando numerales. Por ejemplo, el número “veintitrés” debe escribirse como “23”. Errores como escribir “32” (o “42” en combinación con un error de conteo) podrían indicar un problema con la escritura de números de dos cifras en lugar de con el conteo (véase la Tarea 4).

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

La tarea se eligió deliberadamente como tarea de inicio porque el alumnado al final del segundo curso escolar probablemente la encontrará fácil y raramente cometerá errores. Si se comete un error, esto no significa necesariamente que el alumno o la alumna tenga problemas con los principios del conteo. Contar correctamente siempre requiere concentración, así como la comprensión de los principios de conteo.

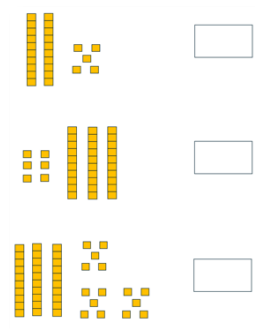
Sin embargo, un error en la Tarea 1 debería ser motivo para comprobar más exhaustivamente las habilidades de conteo del alumno o de la alumna fuera de la prueba de diagnóstico. Al hacerlo, debe ir más allá de los principios cubiertos aquí (orden estable y principio uno-a-uno): ¿es consciente el alumno o la alumna de la diferencia entre el uso cardinal (p. ej. “ocho cuentas” como resultado de un conteo) y ordinal (p. ej. “la octava cuenta”) de las palabras numéricas? ¿Sabe el alumno o la alumna que una vez que se ha determinado un número por conteo, este no cambia (y, por tanto, no hace falta volver a contar) si cambia el orden de los elementos? ¿Se da cuenta de que no importa si cuentan de izquierda a derecha (o en el sentido de las agujas del reloj o en el sentido contrario) siempre que cada elemento se cuente exactamente una vez? Si todavía hay incertidumbres en tales cuestiones al final del segundo curso escolar o más tarde, es necesario trabajar urgentemente con el alumno o la alumna en las habilidades básicas de conteo.

Si los errores indican problemas con la escritura de números de dos cifras con numerales (véase arriba), el rendimiento del mismo alumno o de la misma alumna en la Tarea 4 podría aportar más pistas. En el comentario a la Tarea 4 encontrará información sobre posibles medidas de apoyo para alumnado que tiene dificultades en este ámbito.

Tarea 2: Compresión de números cardinales / agrupamientos

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Percepción de representaciones estructuradas de números de dos cifras, agrupamiento.



¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Una sólida comprensión del sistema posicional decimal es la base para poder calcular con flexibilidad con números de varias cifras (y posteriormente también con números decimales) y para relacionar estos números entre sí y en el mundo en el que vivimos (p. ej., estimar, hacer cálculos aproximados, valorar correctamente proporciones cuantitativas en situaciones de la vida real...).

La comprensión del sistema decimal es multifacética. Para operar con éxito con números de dos cifras, el alumnado debe distinguir decenas y unidades y entender que una decena equivale a diez unidades (principio de agrupamiento). Conectado con esto, deben comprender el valor posicional de los dígitos dentro de un número de dos cifras. Dado el número 25, la cifra 2 representa dos decenas (valor posicional) y la cifra 5 representa cinco unidades. Este conocimiento es también clave para poder traducir una representación estructurada de un número de dos cifras (y más), en esta tarea por medio (de representación pictórica) de bloques Dienes, a una representación simbólica y viceversa.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El alumnado que aún no comprende la diferencia entre decenas y unidades podría simplemente contar los objetos presentados y para el primer número (25) llegar a 7, es decir 2 barras y 5 cubos, 7 objetos en total. Otro error posible es no prestar atención al orden en el que han de escribirse los dígitos. Por ejemplo, para el segundo número (36), el alumnado podría no atender al valor posicional y escribir el número en el orden de la representación, es decir 6 unidades y 3 decenas: 63. También pueden producirse errores debido a un mal conteo, p. ej. un alumno o una alumna podría llegar a 44 para el tercer número (45) por haber contado mal catorce en lugar de quince unidades. Otro error posible escribir 315 para el tercer número (3 para las decenas, 15 para las unidades, sin tener en cuenta que 10 unidades forman otra decena).

Tenga en cuenta que las unidades en las ilustraciones están dispuestas deliberadamente de tal manera que el alumnado no tenga que contarlas si reconoce la estructura subyacente y posee el conocimiento numérico relevante (p.ej. $3+3=6$ en el segundo número). El límite de tiempo está fijado deliberadamente tan ajustado para que el alumnado que cuenta todas las unidades probablemente no termine y/o cometa errores de conteo. No obstante, es en beneficio del alumnado que la prueba de diagnóstico proporcione evidencias si todavía no conoce o no usa tales estructuras numéricas para la comprensión casi simultánea. Esto es especialmente cierto para la comprensión de que $5+5=10$ y que 10 unidades forman una decena, lo cual es necesario para reconocer rápidamente el tercer número como 45.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Esta tarea emplea imágenes de barras de diez y cubos de unidad. Si este material no se ha utilizado en clase, las dificultades con esta tarea podrían deberse simplemente a ello. En este caso, para evaluar la habilidad clave aquí tratada, podría ser más apropiado usar una tarea diferente con material con el que su alumnado esté familiarizado.

En cualquier caso, es importante trabajar con el alumnado en la comprensión de los principios de agrupamiento y valor posicional usando material. En cuando al tipo de materiales adecuados para ello, conviene plantear primero actividades en las que el alumnado deba formar decenas a partir de diez objetos y aprender a tener en cuenta estas decenas a la hora de determinar y anotar el número total de objetos.

Posteriormente, para ampliar y consolidar la comprensión, son útiles los soportes pre-estructurados como las barras de diez y los cubos de unidad. El alumnado debería explorar el número de cubos en una barra (siempre 10) y usar este conocimiento en actividades como reemplazar grupos de 10 cubos individuales por una barra ("intercambio") para así gestionar grandes cantidades de cubos.

El alumnado que no presta atención al orden de las cifras y confunde números como 34 y 43 necesita ver la diferencia entre sus representaciones cardinales. Esto se puede lograr resaltando el valor posicional (decenas/unidades) de las dos cifras 3 y 4 para entender que 34 significa 3 decenas y 4 unidades, mientras que 43 representa 4 decenas y 3 unidades.

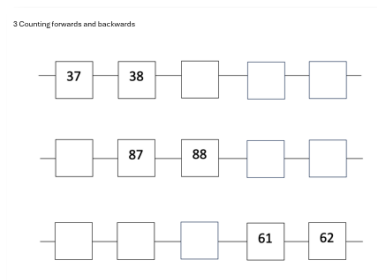
Tarea 3: Contar hacia adelante y hacia atrás

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Continuar la serie de números naturales en ambas direcciones partiendo de un número de dos cifras, superando y descendiendo decenas exactas.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Dominar la serie de palabras numéricas es esencial para contar hacia adelante y hacia atrás. Contar hacia adelante es particularmente importante en la vida cotidiana. Los números de inicio para esta tarea se han elegido de modo que haya que sobrepasar o situarse por debajo de decenas exactas. Por ello, los errores en esta tarea pueden indicar una falta de comprensión del sistema posicional decimal (agrupamiento y desagrupamiento). Por otro lado, ser capaz de contar no significa necesariamente que el alumno o la alumna tenga una comprensión sólida del principio de agrupamiento. Por ello, la Tarea 3 solo cubre un aspecto de lo que es importante como requisito previo para un aprendizaje posterior. Para más información sobre la importancia del valor posicional, véase el comentario de la Tarea 2.



¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Errores como 39-30-31 (fila 1) o 89-80 (fila 2) sugieren una comprensión insuficiente del principio de agrupamiento. Empezar en la fila 3 con la decena equivocada (p. ej. 78-79-60) indica problemas con el desagrupamiento.

En la fila 2, en la primera casilla, un alumno o una alumna podría insertar el número que continua después de la última casilla vacía de la derecha. En este caso, podría escribir 91-87-88-89-90, y el problema no residiría en dominar el agrupamiento sino en la comprensión del formato de la tarea. Esto se puede aclarar hablando con el niño.

Del mismo modo, si en la fila 3, un alumno o una alumna continúa hacia la izquierda con 63-64-65, puede ser simplemente porque ha malinterpretado la tarea. No obstante, también es posible que el alumno o la alumna se vea abrumado por la tarea de continuar la fila en orden inverso y por ello haga lo que le resulta más fácil. En tales casos, debe buscarse una aclaración adicional mediante diálogo cara a cara. Otro tipo de error posible se refiere a problemas con la grafía de los números de dos cifras, por ejemplo, que la fila 1 se continúe con el número 84 (véase la Tarea 4).

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Si se producen errores en esta tarea, primero compruebe de forma oral las habilidades de conteo de alumno o de la alumna. Estas habilidades no pueden evaluarse directamente con una prueba en papel. Es particularmente importante determinar si el alumno o la alumna puede contar de forma fluida y segura hacia adelante y hacia atrás desde cualquier número de dos cifras y si puede también superar y descender de decenas exactas sin problemas.

No obstante, las dificultades en esta área no deberían contrarrestarse con ejercicios verbales puros de conteo. Si un alumno o una alumna presenta de forma persistente problemas para contar por encima o por debajo de decenas, probablemente carece de comprensión del principio de agrupamiento: cada 10 unidades constituyen una decena, por lo que 39 en la serie de números naturales es seguido por 40, 89 por 90, y así sucesivamente. Las actividades de agrupamiento con material ayudan a desarrollar esta comprensión (véase la Tarea 2).

Las dificultades análogas son incluso más frecuentes al desagrupar y, por tanto, al descender por debajo de decenas exactas. Esto hace que el uso de materiales adecuados sean aún más importante. Para quitar una unidad de 70, que está representado por siete barras de diez, hay que “desagrupar” (intercambiar) una barra por diez unidades. Así $70 - 1 = 69$ y por eso 69 está antes que 70 en la fila de números.

Tarea 4: Notación de números de dos dígitos

“Thirty-four” → 34

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Escribir los números que se escuchan, usando notación numérica.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad *clave*?

Si el alumnado comete errores repetidamente o muestra inseguridad al traducir de la forma oral a la forma escrita de números de dos cifras, encontrará dificultades para participar en las clases de matemáticas, así como en el manejo de números de dos o más cifras en situaciones de la vida cotidiana. Esto va más allá de la escritura y lectura de números en notación numérica: incluso al hacer cálculo mental, los números escritos en numerables se traducen internamente a palabras numéricas, y los números calculados mentalmente deben escribirse en notación numérica.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

La construcción de palabras numéricas para los números de dos cifras es un reto para el alumnado en todas las lenguas europeas. Tomamos aquí como ejemplo el idioma alemán: los nombres alemanes para los números del 10 al 19 siguen reglas diferentes a las de los números del 20 al 99. Desde “trece – dreizehn” en adelante hay un “giro” en el que el valor posicional escrito a la izquierda (primero en la dirección de la escritura) se pronuncia después del valor de las unidades escrito a la derecha. Por tanto, un error común es el “intercambio de dígitos”, por ejemplo, cuando se dice “treinta y cuatro – vierunddreißig”, escriben 43. También se producen confusiones con 15 – “fünfzehn” (podría escribirse 50) y 50 – “fünfzig” (podría escribirse 15).

Si un docente en países germanoparlantes observa que, al escribir un número de dos cifras, un alumno o una alumna escribe primero la cifra de las unidades y después, a la izquierda de ella, la de las decenas y, por tanto, el resultado es correcto, debe considerar que es una señal de alarma. A la larga no es una buena idea escribir los números de esta manera.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Si un alumno o una alumna comete de forma persistente errores o muestra inseguridad en este ámbito, primero debe comprobarse su comprensión de los principios de posición y agrupamiento. Solo tiene sentido trabajar la formación de palabras numéricas y, a partir de ello, practicar la lectura y escritura de números de dos cifras una vez que el alumnado comprenda qué son las decenas (diez unidades agrupadas forman una nueva unidad; principio de agrupamiento) y que la posición de un dígito proporciona información sobre si es una decena o una unidad (principio posicional).

Incluso alumnado que comprende los principios de agrupamiento y posición puede tener dificultades con las peculiaridades de la formación de palabras numéricas (véase arriba). Esto es especialmente cierto para el alumnado con otra lengua materna. Por ejemplo, en las escuelas de habla alemana los docentes deberían tener en cuenta que, mayoritariamente, en otras lenguas, los números escritos con letras o dichos oralmente no presentan inversión a partir de 21.

El primer paso para ofrecer ayuda es discutir, en clase, a fondo y de forma reiterada las reglas y excepciones de la formación de los números escritos con letras o dichos oralmente.

Posteriormente se recomienda un “entrenamiento auditivo” regular. El docente pronuncia un número y el alumnado se concentra en oír solamente el número de decenas. Alternativamente, el alumnado se concentra en el número de unidades y en la posición de las unidades en el número dado. En cada caso, el alumnado no debe escribir el número completo, sino escuchar con atención, reflexionando sobre el valor posicional. La escritura por dictado solo debe practicarse posteriormente. Los dictados con calculadora también han demostrado ser beneficiosos. Cuando el alumnado teclea en la calculadora los números que ha oído, la calculadora les obliga a introducir primero las decenas y, por tanto, tiene que analizar el número de decenas y unidades que tiene el número que ha oído.

Tarea 5: Dividir por la mitad

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Partir por la mitad números de dos cifras, incluyendo decenas puras con un número impar de decenas.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Partir por la mitad (al igual que hacer el doble) es una operación aritmética básica en sí misma. Por tanto, duplicar y partir por la mitad deben trabajarse desde el primer curso, inicialmente en el rango hasta 10 y 20, y *automatizarse* lo antes posible. Poder partir por la mitad de forma rápida y segura más allá de 20 es la base para el manejo flexible de números de dos cifras (y más adelante, usando estrategias análogas, de números de más cifras).

Al trabajar con multiplicaciones sencillas, usando hechos básicos (véase la Tarea 12), es importante que el alumnado pueda dividir decenas por la mitad rápidamente y con seguridad. Por ejemplo, para obtener 5×7 de 10×7 , un alumno o una alumna debe saber que 35 es la mitad de 70. Partir por la mitad es también extremadamente útil al dividir. Por ejemplo, $48 \div 4$ puede resolverse partiendo por la mitad dos veces ($48 \div 2 = 24$, $24 \div 2 = 12$).

Partir por la mitad en el nivel de dificultad de esta tarea es una operación básica que debería ser (casi) automática al final del segundo curso escolar. De ahí el límite de tiempo para ella en la prueba de diagnóstico. Al realizar la prueba, por supuesto, es importante que el alumnado no se sienta *estresado*. En el Manual pueden encontrarse recomendaciones para la implementación.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los errores al dividir por la mitad números de dos cifras suelen indicar problemas con el sistema decimal: alumnado que, por ejemplo, no piensa en 16 como $10+6$, sino como “un 1 y un 6”, puede determinar 13 como mitad (6 se divide por la mitad correctamente, pero no saben cómo manejar el 1 y lo vuelven a escribir), o incluso solo 3 (se ignora el 1 en la posición de las decenas). De forma análoga, un alumno o una alumna puede determinar 11 como la mitad de 12.

Para el alumnado que usa (supuestamente) duplicaciones memorizadas en el rango de los números naturales hasta el 20, el error podría ser, por ejemplo, dar 9 como mitad de 16 (memorización incorrecta $9+9=18$) o 7 como mitad de 12 (memorización incorrecta $7+7=14$).

Hay alumnado que evita escribir la respuesta si no la saben. Otro alumnado, si le preguntamos por la mitad de 50 (de igual modo con 30, 70, 90) puede responder que 50 no puede ser dividido por la mitad. Esto sugiere que lo considera como “cinco-cero”, y no como cinco decenas. Del mismo modo, otro alumnado podría dar como respuesta 20 o 30, pensando en $2+3$ como la división de 5 en partes lo más próximas posible. También pueden surgir errores al no recordar la mitad 60 y 80 (dando 40 como la mitad de 60 y, a la inversa, 30 como la mitad de 80).

Cualquier tipo de error debería investigarse hablando con el alumno o la alumna. Si es más que un descuido, se producirá de forma repetida y en la conversación se podrá identificar la fuente del error.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como operación básica importante (véase arriba), dividir por la mitad debe trabajarse con cuidado y con ayuda de material mucho antes de que se trate el concepto más amplio de “división” en general. Dividir por la mitad los números hasta el 20 debe trabajarse junto con duplicar los números hasta el 10, interpretando la mitad como lo contrario de la duplicación correspondiente. Al duplicar los números del 6 al 9, la estrategia del “poder del cinco” es útil: para duplicar 8, por ejemplo 8 puede pensarse como $5+3$. $5+5=10$, $3+3=6$, el doble de 8 es por tanto 16 ($10+6$). La mitad de 16, inversamente, es 8. Las representaciones con los dedos de 8 (dos alumnos o alumnas trabajando juntos), usadas sin conteo, son apropiadas para trabajar el poder del cinco, al igual que las correspondientes representaciones hasta el número 20, que se interpretan según el poder del cinco.

Dividir por la mitad decenas puras, como 30, 50, 70 y 90, es una actividad importante para adquirir una comprensión básica del sistema posicional. Por ejemplo, para dividir por la mitad 50, debe desagruparse una decena. Se puede pedir al alumnado que represente 50 (30, 70 o 90) con 5 (3, 7 o 9) barras de diez o billetes de juguete y averigüe cómo dividir la cantidad en dos partes iguales. Si pueden usar el material, incluso alumnado con dificultades de aprendizaje a menudo descubre por sí mismo que, en tales casos, una de las decenas debe intercambiarse por diez unidades. Sin embargo, es crucial que esto después se resuelva mediante representaciones mentales y, a la larga, incluso automatizando. Trabajar así las mitades también ayuda a consolidar la comprensión del sistema decimal.

Half of 12: _____

Half of 16: _____

Half of 60: _____

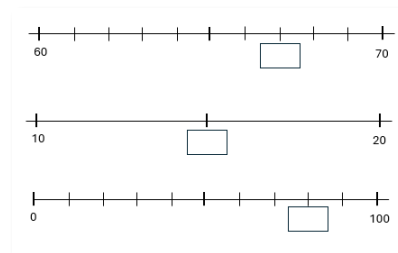
Half of 80: _____

Half of 50: _____

Tarea 6: Números en la recta numérica

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Asignar los números de dos cifras apropiados a marcas dadas en una recta numérica, teniendo en cuenta las diferentes escalas usadas en las rectas.



¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Las representaciones en rectas numéricas son herramientas importantes en las clases de matemáticas desde primaria a secundaria. Los números en cualquier rango, y no solo los naturales, pueden representarse en rectas numéricas con un esfuerzo mínimo. Las representaciones en rectas pueden ayudar a clarificar y comprender relaciones entre números y operaciones con números. Sin embargo, esto requiere una interpretación sólida de tales representaciones.

La Tarea 6 examina un aspecto importante de tales interpretaciones: la observación de diferentes escalas. Así, la distancia entre dos marcas adyacentes en la primera recta representa una unidad, en la segunda cinco y en la tercera diez. Para determinar correctamente las marcas mostradas, el alumnado debe tener en cuenta las marcas etiquetadas de los extremos, así como al número de marcas equidistantes entre las marcas de los extremos.

Además de las habilidades relacionadas con el medio de representación en sí, la tarea aporta información sobre si el alumnado puede dividir por la mitad (p.ej. 5 como mitad de 10 en la recta 2) y sobre su habilidad para trabajar con números de dos cifras. En la recta 1, dependiendo de su estrategia, el alumnado o bien continuará contando desde 60 o reconocerá la marca central entre 60 y 70 como 65 y continuará contando desde allí. En la recta 3, podría contar de diez en diez, empezando desde 0, pero también desde 50, si usan la marca central. Alternativamente, podrían reconocer que cada distancia es de diez unidades y que faltan dos decenas desde la marca mostrada hasta 100.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Pueden producirse errores de conteo en la recta 1 (p.ej. 66 o 68, en lugar del correcto 67). Si un alumno o una alumna escribe 76, probablemente se deba a problemas con la escritura de números (véase la Tarea 4). En combinación con un error de conteo, tales problemas (confundir los numerales) pueden llevar a escribir 86 en lugar de 68. Si un alumno o una alumna escribe 7, ignorando las decenas, este error, como otros, no debe descartarse con ligereza como un descuido. Solo un diálogo en el que se invite al alumno o a la alumna explicar su proceso mental puede aclarar la razón del error.

Lo mismo ocurre si se da 5 como número medio en la recta 2 en lugar de 15. Errores como 14, 16 o 17 indican que el alumno o la alumna contó desde 10 y visualizó, o realmente trazó marcas a intervalos elegidos (estimados) por él o ella. Si un alumno o una alumna escribe 11 o 19, probablemente haya contado hacia delante o hacia atrás de uno en uno desde la marca del extremo izquierdo o derecho, sin prestar atención a la escala de cinco ni a la proporcionalidad requerida en la recta numérica.

De forma similar, un alumno o una alumna puede llegar a 98 en la recta 3. Otros errores posibles son dar como respuesta 40, si cuenta en pasos de cinco y empezando por 0, o 90, si cuenta hacia atrás en pasos de cinco empezando en 100. Como se ha explicado, la claridad sobre cómo surgen estos y otros errores requiere un diálogo individual con el alumno o la alumna en cuestión.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Muchos libros de texto de 2º curso de primaria presentan rectas numéricas con marcas primarias o incluso únicamente con marcas a intervalos de una unidad. Además, algunos autores de libros de texto parecen suponer que las representaciones en rectas hablan por sí mismas. Sin embargo, es importante enseñar específicamente al alumnado cómo interpretar rectas numéricas no solo en términos de conteo, sino también y de manera más importante, en términos de *medida*. Por ejemplo, el alumnado debería entender que la marca 8 en una recta entre 0 y 10 indica que la distancia desde 0 a 8 tiene una *longitud de ocho unidades*. Esta distancia puede dividirse en cinco y tres unidades o por la mitad en dos secciones de cuatro unidades cada una, y así sucesivamente. Posteriormente, el alumnado debería aprender a reconocer *distancias de diez unidades* dentro de rectas numéricas de 0 a 100 y entender que las rectas numéricas pueden escalarse de manera diferente. Dependiendo de la distancia elegida para representar las unidades (o las decenas) en una recta numérica dada, las distancias para dos, tres y, así sucesivamente, hasta diez unidades (o dos, tres y, así sucesivamente, hasta diez decenas) son múltiplos de esta distancia unidad elegida.

Tarea 7: Hechos numéricos básicos (descomposición de números hasta 10)

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Hechos numéricos básicos (descomposición de números hasta 10).

a)	b)	c)	d)	e)	f)
6	7	8	8	9	9
1	3	2	5	2	4

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Para el desarrollo posterior de las habilidades aritméticas es fundamental que el alumnado aprenda a entender los números naturales (inicialmente hasta el 10) como composiciones de números (concepto parte-todo) y automatice todas las maneras en las que los números hasta 10 pueden componerse o descomponerse en dos números. Por ejemplo, si un alumno o una alumna asocia automáticamente el número 8 con $2+6$ (subtarea c) y $5+3$ (subtarea d), podrá resolver problemas como $2+6$, $8-6$, $8-5$, $3+5$, $3+_=0$, y así sucesivamente, sin tener que contar. Podrá descomponer fácilmente una tarea como $37+8$ en dos pasos más sencillos: $37+3$, $40+5$. Del mismo modo, podrá descomponer $32-8$ en $32-2$, $30-6$. La descomposición de números hasta el 10 debe automatizarse al finalizar el primer año de enseñanza obligatoria, de ahí el límite de tiempo en la prueba de diagnóstico. Para evitar estrés en el alumnado, véanse las recomendaciones del Manual.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los errores podrían indicar una memorización incorrecta, por ejemplo, si un alumno o una alumna introduce el número 4 en la subtarea 1 o el número 5 en la subtarea 2. Especialmente en tales casos, donde el número es incorrecto por una unidad, un error de conteo también podrá estar detrás. El alumno o la alumna no habría recuperado de la memoria un número incorrecto, sino que habría intentado resolver la descomposición mediante conteo y (típicamente) habría contado más por uno.

Los errores como insertar 7 en la subtarea a) sugieren que el alumno o la alumna ha malinterpretado la tarea y calculado la *suma* de los dos números dados. Si en su clase nunca ha practicado las descomposiciones numéricas en el formato usado aquí, tales errores no deberían tomarse como una declaración válida sobre la habilidad del alumnado para descomponer números. En tal caso sería mejor comprobar la descomposición numérica pedida aquí en otra forma, escrita u oral. No obstante, también es posible que tales errores se deban a automatismos no acompañados de comprensión. Las conversaciones individuales pueden arrojar luz sobre esto.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Si el alumnado no ha automatizado la descomposición de números hasta el 10 al final del primer año de escolarización obligatoria, probablemente experimentarán dificultades significativas en el futuro. En tales casos, una discusión individual debe aclarar primero si los problemas se deben a la falta de automatización o a la carencia de la comprensión fundamental de que los números están compuestos por números (concepto parte-todo).

Las actividades con representaciones numéricas estructuradas ayudan a desarrollar la comprensión de partes y totales. Dependiendo de las representaciones usadas, para identificar las partes, el alumnado debe ser capaz de reconocer visualmente hasta cuatro sin contar. Sin embargo, se sabe que hay alumnado que no subitiza ni siquiera tres. En estos casos hay que desarrollar estrategias compensatorias, como representar el número tres dentro de un marco de cinco. Esto permite reconocer casi de inmediato el tres mediante los dos espacios vacíos, lo que incluso alumnado con habilidades limitadas de reconocimiento simultáneo suele percibir sin contar. Los dedos también ofrecen buenas oportunidades para hacer accesibles las relaciones parte-todo, hasta diez, a alumnado con dificultades de aprendizaje, siempre que aprendan a usarlos para representar números sin contar. Las representaciones con los dedos, así como las de puntos en marcos de cinco, diez, y más tarde veinte, pueden usarse para ejercicios rápidos: los números representados de forma estructurada deben captarse “de un vistazo”. Las descomposiciones de hacen posible esta comprensión sin contar deben verbalizarse por el alumnado y utilizarse también para realizar operaciones sin conteo. Por ejemplo, sin un alumno o una alumna registra ocho como cinco y tres, debe pensar qué ocurre si se quita cinco, etc.

Para alumnado con dificultades de aprendizaje es buena idea centrarse inicialmente en algunos tipos de descomposición (poder del cinco, descomposición en dos mitades) y reforzarlos. Posteriormente, el alumnado debería trabajar la comprensión de cómo se conectan las descomposiciones individuales de un número, según el principio de compensación: p ej., ocho es cinco y tres, pero también seis y dos; una parte sube en 1 y la otra baja en 1 para compensar. Solo a partir de tales razonamientos resulta prometedor intentar *automatizar* las descomposiciones básicas. El uso de tarjetas de repaso ha demostrado ser efectivo para conseguirlo.

Tarea 8: Suma

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Sumar en el rango de 0 a 100, incluyendo el paso de decena (traspaso de decena).

¿Por qué es esta habilidad una habilidad *clave*?

La capacidad de sumar rápida y exactamente de cabeza es una competencia matemática fundamental de gran importancia, incluso en la vida cotidiana. Esto sigue siendo cierto en la era digital, donde las calculadoras son accesibles. Si no se es capaz de calcular mentalmente, no se detectarán los cambios incorrectos. En la jerarquía de las matemáticas escolares, sumar números hasta 100 es un requisito previo para sumar números mayores. También es necesario para derivar hechos multiplicativos a partir de otros ya memorizados (p. ej. 6×7 a partir de 5×7 sumando $35 + 7$). Además, multiplicar números de dos dígitos y más requiere sumar resultados parciales, y así sucesivamente.

Es importante que el alumnado aprenda a resolver sumas *sin contar*, y esto debe trabajarse ya en el primer año de escolarización obligatoria. La prueba de diagnóstico no puede registrar qué estrategias (conteo o no conteo) usa el alumnado para resolver los problemas aritméticos. Sin embargo, en la medida de lo posible, en el aula, preste atención a si el alumnado cuenta abiertamente cuando trabaja en esta tarea o si da signos encubiertos de contar (mirar hacia arriba, mover la cabeza, ...). Para evitar estrés, no se fija límite de tiempo para esta tarea en la prueba de diagnóstico. No obstante, el alumnado que usa estrategias de conteo suele tardar considerablemente más en alcanzar la solución. Si observa esto, es una información adicional importante sobre si un alumno o una alumna necesitará apoyo para desarrollar estrategias de cálculo no basadas en el conteo.

$$32 + 7 =$$

$$6 + 74 =$$

$$60 + 30 =$$

$$27 + 40 =$$

$$25 + 8 =$$

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

El alumnado que cuenta (véase arriba) tiende a cometer más errores al sumar que el resto. Son típicos los “errores de una unidad” como $32+7=38$, porque 32 se cuenta como el primer número al contar hacia delante. Otros errores pueden explicarse por una mala interpretación de los dedos usados para contar. Por ejemplo, un alumno o una alumna que, para sumar $25+8$, primero muestra cinco dedos y luego quiere añadir ocho dedos de uno en uno, podría primero completar la segunda mano y luego continuar con la primera, cerrándola en un puño y estirando tres dedos más. Si luego todavía mantiene también los cinco dedos de la segunda mano ve ocho dedos y podría interpretar erróneamente esto como 38.

Una segunda fuente de errores implica problemas con unidades y decenas. Por ejemplo, $6+74$, una inversión de dígitos (47 en lugar de 74) puede llevar al resultado incorrecto de 53. En $27+40=76$, la inversión de dígitos probablemente ocurrió al escribir el resultado (76 en lugar de 67). Sumar 6 y 4 sin tener en cuenta el agrupamiento de una decena adicional necesario para $6+4$ conduce al resultado $6+74=70$. En $27+40$, sumar (o avanzar contando) 4 en lugar de 40 lleva al resultado 31. Otro posible error con $6+74$ es 134, si el alumnado primero suma $6+7=13$ y luego escribe un 4 tras el 13. Muchos errores solo pueden aclararse mediante discusiones individuales, y no siempre con completa certeza. Sin embargo, siempre vale la pena intentar comprenderlo, ya que a menudo hay un patrón tras los errores y, una vez entendido, el alumno o la alumna puede recibir una ayuda más efectiva.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Las actividades de apoyo en esta área son eficaces solo si se abordan las raíces de las dificultades aritméticas del alumno o la alumna. Si el alumnado suma contando, generalmente se trata de una comprensión insuficiente del pensamiento parte-todo en el rango de los números del 0 al 10 y a la falta de adquisición de las relaciones parte-todo automatizadas (véase la Tarea 7). Si el alumnado sigue mostrando déficits en este ámbito al final del segundo curso escolar y posteriormente, es urgente un trabajo de recuperación con actividades fundamentales. Estos casos a menudo requieren apoyo individual más allá de los posibles apoyos en el aula. Lo mismo ocurre si las dificultades con la suma se deben también, o principalmente, a déficits en la comprensión del sistema decimal.

Aunque trabajar estas dificultades fundamentales en niveles superiores de primaria es difícil y requiere perseverancia y paciencia por ambas partes (alumnado y profesorado), es la única manera de evitar que el alumno o la alumna tenga que enfrentarse a dificultades crecientes con cada curso. Emplear apoyos para ayudar al alumnado que suma contando (p. ej. Dándoles una tabla del 100) resultaría contraproducente.

Tarea 9: Resta

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Restar en el rango de 0 a 100, incluyendo el paso de decena.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad *clave*?

Lo dicho para la Tarea 8 (Suma) se aplica en gran medida aquí también.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Como en la Tarea 8 (Suma), los errores en la Tarea 9 suelen ser errores de conteo (“por una unidad”) o malas interpretaciones de los dedos usados para contar. También puede ser que un alumno o una alumna no haya usado el conteo para restar, pero haya cometido un error por memorización incorrecta de un hecho básico (P. ej. $8 - 6 = 3$).

Otros errores incluyen problemas con el sistema decimal, como intercambiar dígitos, enlazar incorrectamente decenas y unidades, y no tener en cuenta el desagrupamiento en tareas con paso de decena.

Finalmente, los errores pueden indicar una combinación ambas áreas de problemas mencionadas.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como se mencionó antes, todo lo comentado en la Tarea 8 (Suma) se aplica en gran medida también a esta tarea.

Los estudios muestran que las dificultades con la resta son incluso más comunes que con la suma. Sin embargo, desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas, esto no se debe a que restar sea *objetivamente* más difícil que sumar. Claro que lo es, si se utiliza el *conteo* como estrategia, porque contar hacia atrás se practica menos y es, por tanto, más propenso a errores. Si incluso alumnado que no resta contando encuentra la resta más difícil y comete más errores que al sumar, al menos parte de la explicación podría ser que la resta se ha tratado y practicado en clase con menos intensidad. Si la prueba de diagnóstico de su clase muestra diferencias claras en el rendimiento del alumnado en la suma y en la resta (presumiblemente a detrimento de la resta), esto debería ser una oportunidad para revisar la ponderación de las dos operaciones básicas en las lecciones.

$$48 - 6 =$$

$$37 - 7 =$$

$$20 - 9 =$$

$$56 - 30 =$$

$$25 - 8 =$$

Tarea 10: Compresión de las operaciones (suma)

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Resolver un problema de texto que puede solucionarse en un paso mediante la suma apropiada (“problema simplex”).

On the way to school:
There are 12 children on the school bus.
At the next stop, 6 more children get on.
How many children are now on the bus?



My calculation: _____

Now, there are _____ children on the bus.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Los problemas en texto del tipo presentado aquí (problemas simplex) son la forma elemental de los problemas aritméticos del mundo real (presentados en forma de texto). Los problemas simplex proporcionan una indicación de si un niño ha construido y puede recuperar ideas básicas de una operación aritmética. Esto es un requisito esencial para resolver problemas de la vida real más complejos. El tipo de concepto básico de la suma que evalúa la Tarea 10 es la *suma como unión*. Este concepto suele construirse ya en la etapa preescolar. Otros conceptos básicos deseables (p. ej. *comparación aditiva*) no se evalúan en la prueba de diagnóstico.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

En esta tarea, el alumnado no solo debe escribir el número resultante, sino también la operación mediante la cual llega a ese número. Si no escribe la operación, es posible que el alumno o la alumna no se haya dado cuenta o haya ignorado esta petición; y si el resultado es correcto, puede suponerse que $12+6$ se ha calculado. Sin embargo, no puede descartarse que un alumno o una alumna comprenda el contexto y llegue a la solución contando, pero no se dé cuenta de que la solución puede escribirse simbólicamente como una suma. Esto se tiene en cuenta en la evaluación en la medida en que solo se otorga un punto completo si tanto la operación como el resultado están escritos correctamente. En tales casos, conviene aclarar hablando con el alumno o la alumna si realmente no sabe asignar el término suma adecuado a una tarea en texto.

Si no se escribió cálculo alguno, y, además, el resultado es incorrecto, el alumno o la alumna podría haber calculado $12+6$, pero con un error de cálculo. Si el alumno o la alumna ha calculado contando, también en esta tarea, el resultado correcto puede fallar por una unidad ($12+6=17$ o $12+6=19$) debido a un error de conteo (véase la Tarea 8). $12+6=8$ podría aparecer como respuesta si se ignora el 1 en la posición de las decenas. Esto no debe descartarse con ligereza como un despiste. Hablando y observando otras tareas se puede clarificar si el alumno o la alumna tiene problemas fundamentales con los números de dos cifras.

Si el alumno o la alumna escribe $12 - 6$ como cálculo, primero debe comprobarse cómo resolvió el mismo alumno la Tarea 11 (problema en texto para la resta). En una conversación individual pueden usarse más problemas simplex de suma y resta para confirmar el nivel de competencia real.

Hay que tener en cuenta que la tarea se presenta al alumnado oralmente. El texto solo se ofrece adicionalmente. Esto pretende evitar que posibles problemas de comprensión lectora ensombrezcan la evaluación de las habilidades matemáticas de interés aquí. No obstante, en aquel alumnado que tiene una competencia lectora limitada, debe tenerse en cuenta que este déficit puede influir en su rendimiento en esta y en otras tareas textuales leídas en voz alta (11, 14, 15), puesto que el alumnado (especialmente aquel que tiene dificultades lectoras) debe escuchar atentamente durante esta tarea, las dificultades de atención (generales o una distracción selectiva solo durante esta tarea) pueden jugar un papel mayor que en otras tareas.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Para desarrollar una sólida comprensión básica de las cuatro operaciones aritméticas es crucial que el alumnado pueda relacionarlas con experiencias en la vida cotidiana y continúen teniéndolas. En este sentido, los signos de las operaciones deben relacionarse desde el principio con acciones y situaciones reales. Entre las tareas y ejercicios importantes está traducir entre un término aritmético, p. ej. $3+6$, acciones con material, situaciones del mundo real (también presentadas como texto, como en este ejemplo) y dibujos. Es esencial que esta traducción se practique en ambas direcciones; por ejemplo, que los niños realicen acciones adecuadas, inventen problemas en texto y creen dibujos adecuados a un término dado, y expliquen en qué medida sus acciones, problemas en texto y dibujos se ajustan al término. Al trabajar con problemas en texto conviene discutir repetidamente, más allá de la resolución puntual, qué es típico en cada caso, p. ej. en problemas que se resuelven mediante suma.

Tarea 11: Compresión de las operaciones (resta)

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Resolver un problema en texto que puede resolverse en un paso mediante la resta apropiada (“problema simplex”).


¿Por qué es esta habilidad una habilidad *clave*?

Lo explicado para la Tarea 10 se aplica en gran medida de forma análoga en esta tarea. La Tarea 11 aborda la idea más básica de la resta, que es “quitar”. El alumnado suele desarrollar este concepto en el primer año de escolarización obligatoria como mucho tarde. Otros conceptos importantes no evaluados aquí influyen “comparar” y “sumando faltante”.

On the way home:
There are **28** children on the school bus.
At the first stop, **3** children get off.
How many children are still on the bus?

My calculation: _____

There are still _____ children on the bus.



¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Al igual que en la Tarea 10, al evaluar la prueba de diagnóstico es importante prestar atención tanto a errores de cálculo como a errores en la elección de la operación. Los segundos son evidentes cuando el alumno o la alumna escribe la operación solicitada. Si la operación escrita no es $28-3$, lo que ya se ha dicho para la Tarea 10 se aplica también aquí, de forma análoga.

Si el alumno o la alumna solo anota el resultado, un resultado correcto (es decir 25), como en la Tarea 10, sugiere que el alumno o la alumna es consciente de que la cuestión descrita en el texto puede “matematizarse” escribiendo $28-3$. Sin embargo, esto también debería confirmarse hablando con él o ella. Hablar con el alumno o la alumna también aclarará el problema subyacente si en la prueba de diagnóstico aparece un resultado incorrecto que, por su proximidad al correcto, sugiere que el alumno o la alumna ha calculado $28-3$, pero ha cometido un error de cálculo o de conteo y ha escrito quizá 26 como solución. También debe considerarse la posibilidad de que no se tengan en cuenta los valores posicionales de los números en cuyo caso solo una conversación con el alumno o la alumna puede aclarar si los errores resultantes (por ejemplo 5) indican problemas más fundamentales con el sistema decimal o pueden clasificarse como despistes y errores de concentración.

Soluciones tales como 31 o (en caso de un error adicional de cálculo) 30 indican que el alumno o la alumna ha sumado en lugar de restar.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Véase lo comentado en la Tarea 10. Obsérvese que, aunque la idea básica de la resta como quitar, que aborda la Tarea 11, es fundamental, es importante trabajar con el alumnado otros conceptos básicos una vez que este concepto está dominado. Idealmente, el alumnado aprenderá en su primer año de escolarización obligatoria que con la resta también pueden determinar la diferencia entre dos números o calcular cuánto le falta a una parte para llegar a ser un total dado. Si la prueba de diagnóstico no indica problemas con el concepto de quitar, está bien. No obstante, en clase se deben plantear objetivos más ambiciosos. Además, también es importante comprobar *repetidamente* si el alumnado posee conceptos duraderos, diversos y variados de la resta, al igual que con las otras operaciones básicas.

Tarea 12: Tablas de multiplicar

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Resolver rápida y correctamente las tareas nucleares (con factores 2, 5 y 10) dentro de la tabla de multiplicar.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

La tabla de multiplicar forma parte de los hechos aritméticos básicos. El alumnado dominar *todas* las multiplicaciones con factores hasta 10 antes de enfrentarse a tareas complejas, como multiplicar números de dos cifras, dividir y hacer aritmética con fracciones.

El punto en que *todos* los productos de la tabla de multiplicar deben dominarse depende del ritmo de enseñanza de la clase de matemáticas. En la prueba de diagnóstico 2+ evaluamos deliberadamente solo productos con factores 2, 5 y 10. Estos pueden considerarse *productos nucleares* de la tabla de multiplicar. Los conceptos didácticos actuales recomiendan centrar la práctica inicial en estos productos. El alumnado puede y debe usar estos productos para derivar posteriormente los demás productos de la tabla de multiplicar. Esto facilita posteriormente la automatización de estos otros productos. Por tanto, dominar los productos nucleares de la tabla de multiplicar, objeto de la Tarea 12, puede considerarse una competencia clave requerida para desarrollar la competencia más avanzada de “dominar toda la tabla de multiplicar”. Note que el límite de tiempo fijado para la Tarea 12 es importante para obtener indicios de si el alumno o la alumna realmente ha *automatizado* los productos nucleares (véase más abajo, para explicaciones adicionales).

- | | | |
|----|-----------------|----------|
| a) | $7 \times 2 =$ | |
| b) | $4 \times 5 =$ | la tabla |
| c) | $8 \times 10 =$ | |
| d) | $9 \times 2 =$ | |
| e) | $10 \times 7 =$ | debería |
| f) | $5 \times 6 =$ | más |

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Un hecho aritmético básico puede considerarse automatizado si la tarea se resuelve de manera fiable y rápida sin más reflexión, ya sea mediante recuperación directa de la memoria a largo plazo o por deducción casi automática (p. ej. si un alumno o una alumna no piensa espontáneamente en 18 para 9×2 , pero primero piensa en 2×9 para llegar al resultado correcto intercambiando los factores con un mínimo retraso). Tenga en cuenta que una prueba en papel no puede aportar información fiable sobre si las tareas están automatizadas en este sentido. En la literatura, el límite de tiempo para demostrar el “dominio de hechos básicos” suele fijarse en un máximo de 3 segundos. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el alumnado primero tiene que leer los productos y luego escribir las respuestas. De ahí el límite de 30 segundos para 6 productos. Resolver los 6 productos correctamente en este tiempo no debería ser un problema para el alumnado que las ha automatizado. No obstante, un alumno o una alumna puede no completar las 6 tareas a tiempo por trabajar más despacio en general, por distraerse, por tener dificultades para escribir, etc. Por otro lado, es posible que un alumno o una alumna no haya automatizado los 6 productos y aun así los resuelva en 30 segundos; p. ej. podría resolver algunas recordándolas y otras contando rápidamente en la serie. Esta estrategia no es eficaz a largo plazo. La Tarea 12 intenta por tanto averiguar si el alumnado domina algunas de las tareas núcleo de la tabla de multiplicar, ni más ni menos. Incluso como intento solo funciona si se respeta el límite de tiempo al realizarla. En el manual encontrará consejos sobre cómo hacerlo sin estresar al alumnado y sin frustrar a aquellos que no completan las tareas en el tiempo dado.

Además de las omisiones por falta de tiempo, hay dos tipos principales de errores: a) los errores de recuperación ocurren cuando el niño recuerda espontáneamente un resultado incorrecto (“recuerdo erróneo”). Estos errores a menudo implican resultados de otras tareas de multiplicación, como $5 \times 6 = 54$, $2 \times 9 = 40$ y $10 \times 7 = 27$. b) Errores como $5 \times 6 = 25$ pueden explicarse probablemente porque el niño cuenta de cinco en cinco y da un paso de menos o de más, como en $5 \times 6 = 35$.

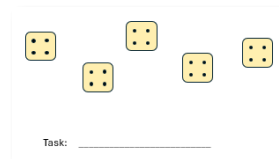
¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como se ha indicado, los enfoques didácticos actuales recomiendan no trabajar las tablas de multiplicar en series aisladas (p. ej. las diez tareas de 4×1 a 4×10 formando una tabla, las de 6×1 a 6×10 otra tabla, etc.), ni centrarse en la memorización pura. Es preferible asegurar primero los productos nucleares con factores 2, 5 y 10, y luego desarrollar estrategias dirigidas de derivación con las que el alumnado pueda deducir todos los demás productos a partir de los nucleares (como 7×9 a partir de 7×10 , o 8×6 a partir de 8×5 , etc.). La automatización dirigida de todos los productos no nucleares se ve facilitada por el hecho de que el alumnado pueda usar los productos nucleares memorizados junto con una comprensión relacional de las estrategias de derivación como anclas de memoria. La base para esto es una comprensión conceptual sólida de la multiplicación (véase Tarea 13).

Tarea 13: Compresión de las operaciones (multiplicación)

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Interpretar una representación de varias cantidades iguales como representación de una multiplicación.



¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

La Tarea 13 aborda la competencia clave de los “conceptos fundamentales de la multiplicación”. Tales conceptos fundamentales son requisitos previos para desarrollar habilidades matemáticas internas, como entender la división como operación inversa, reconocer y usar relaciones multiplicativas entre números y desarrollar pensamiento proporcional y álgebra elemental. También son requisitos para reconocer relaciones multiplicativas en situaciones de la vida real y para usar la multiplicación (incluso con calculadora) para resolverlas. Las ideas fundamentales sobre las operaciones aritméticas básicas abarcan muchas dimensiones. La Tarea 13 cubre solo una de estas dimensiones, y aun así solo en la medida en que lo permite una prueba en papel. Esta dimensión es la capacidad de asignar un dibujo a un término aritmético adecuado.

¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Un posible error es escribir $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$. Si un alumno o una alumna escribe $4+4+4+4+4$ como respuesta, ha escrito una suma adecuada pero no ha seguido la indicación de escribir una multiplicación adecuada. Esto puede indicar que no asocian realmente imágenes de este tipo con la multiplicación. Esto no significa necesariamente que no tengan comprensión de la multiplicación como operación independiente, pero debe considerarse una señal de alarma. La misma forma de razonar, combinada con errores de conteo, puede dar lugar a términos como $4+4+4+4$ o $4+4+4+4+4+4$.

En distintos países hay diferentes convenciones respecto a la manera de introducir la multiplicación en los libros de texto. En los países germanoparlantes, por ejemplo, la multiplicación se introduce como una notación abreviada para la suma de sumandos iguales basada en el principio de “cuántas veces se toma cierta cantidad/número”. Según esta convención, solo 5×4 es adecuado para representar cinco dados, cada uno mostrando cuatro puntitos, mientras que 4×5 sería adecuado para un dibujo de cuatro dados, cada uno con cinco puntitos. En Italia, como contraejemplo, 5×4 se introduce como abreviatura de $5+5+5+5$. No obstante, independientemente de cómo introduzca la multiplicación en clase, los estudios muestran que debe esperarse que algunos alumnos o algunas alumnas piensen de forma diferente a lo que han oído y visto en sus clases. Por tanto, también un alumno alemán o una alumna alemana podría pensar en los cinco dados con cuatro puntos cada uno mostrados en la ilustración como “cuatro por cinco” y escribir 4×5 , pensando en ello como “un cuatro que se ve cinco veces”. Tales interpretaciones individuales que difieren de la convención pueden causar problemas en el aula porque existe riesgo de malentendidos. Sin embargo, no sería apropiado considerarlas equivocadas; el alumnado que escribe 4×5 también demuestran una comprensión de la multiplicación.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como ya se comentó en la Tarea 10, es importante que el alumnado relacione las operaciones básicas con experiencias de la vida cotidiana para desarrollar una sólida comprensión conceptual. De este modo, debería asociar inicialmente las tareas de multiplicación con acciones y situaciones en las que la misma cantidad debe tomarse repetidamente o pensarse en conjunto. Es importante resaltar tanto las similitudes como las diferencias respecto a la suma. Actividades como crear representaciones e inventar problemas de texto que coincidan con un término dado, o a la inversa, pedir al alumnado que escriba el término apropiado para una representación o un problema en texto, resultan útiles. En esta etapa temprana, no conviene tratar la conmutatividad 5×4 y 4×5 como equivalentes. Desarrollar la comprensión de la intercambiabilidad de factores es un paso importante, para dar posteriormente. Antes, sin embargo, el alumnado debe aprender a distinguir mentalmente entre el número que responde a “¿Cuántas veces?” y el número que indica “¿Cuántos hay cada vez?” Para facilitar la comunicación en clase, resulta útil seguir la convención impuesta por los libros de texto nacionales. No obstante, al alumnado que interpreta de forma distinta debe pedírsele que explique su interpretación. Lo mismo se aplica a todo el alumnado: las representaciones visuales o las ilustraciones usando material no deben darse por sentadas. Solo contribuyen al desarrollo de conceptos básicos sólidos si se usan para clarificar razonamientos matemáticos sobre los que se habla con el alumnado.

Tarea 14: Compresión de las operaciones (agrupamiento)

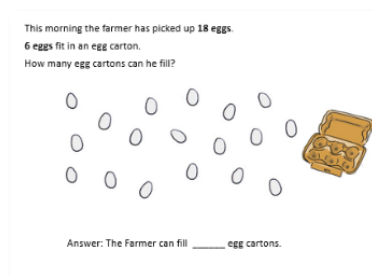
Habilidad clave que evalúa esta tarea

Resolver un problema (leído en voz alta) en el que una cantidad total debe dividirse en subconjuntos de tamaños iguales especificados.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

La Tarea 14 puede resolverse matemáticamente como un problema de división: $18:6 = 3$. Aquí el 6 se corresponde con el tamaño de una de las porciones iguales en las que se divide el total, 18, y el resultado 3 corresponde al número de estas porciones. En la literatura esto se denomina “división por agrupamiento”, en contraposición a la “división por reparto” (véase la Tarea 15), la segunda idea fundamental de la división que el alumnado debe desarrollar y consolidar en educación primaria. Una sólida comprensión de ambos tipos de división es requisito previo tanto para los siguientes pasos en la jerarquía de las matemáticas escolares (p. ej. comprensión de fracciones, división de números racionales, ...) como para resolver problemas de texto más complejos.

La prueba de diagnóstico 2+ deliberadamente no comprueba si el alumnado resuelve la tarea usando división. Si lo hacen o no depende de si ya se ha tratado la división en clase, y en qué medida, en particular en relación con problemas de texto. La Tarea 14 solo evalúa si el alumnado comprende la situación descrita en el texto y resuelve el problema que contiene. Puede usar el dibujo, dibujar sobre él, probar cosas, y no pensar en la división en absoluto.



¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

La solución 12 (o 13 o 11 en caso de errores de conteo) puede explicarse probablemente por el hecho de que el alumno o la alumna calculó (o contó) $18-6$. También podría sumar 18 y 6; si la suma es correcta, llegaría a 24; si hay errores de conteo, también podría llegar a 25 o 23. Si un alumno o una alumna usó la ilustración como ayuda para la solución, una solución incorrecta suele aportar pistas sobre qué condujo al error.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Como ya se comentó en las Tareas 10, 11 y 13 con respecto a las otras tres operaciones básicas, el desarrollo de conceptos básicos sólidos requiere que el alumno o la alumna relacione la operación con experiencias de la vida cotidiana. En el caso de la división, es importante aprovechar experiencias en los ámbitos de problemas de agrupamiento (tarea 14) así como de reparto (tarea 15). Ejemplos cotidianos de problemas de agrupamiento incluyen: tareas de envasado como la formulada aquí; tareas de agrupamiento (¿cuántos equipos de 6 niños pueden formarse si hay 18 niños en la clase?); tareas de medida (¿cuántas jarras de 2 litros se pueden llenar con 10 litros de zumo?); tareas de dinero como “¿cuántas bolas de helado que cuestan 2 euros puedo comprar si tengo 8 euros para helados?”.

El símbolo de división debería introducirse en conexión con la resolución de tales problemas (con ayuda de material), es decir, como una notación práctica para anotar problemas de este tipo. Una vez más, el trabajo en la otra dirección es importantes: inventar problemas de texto para operaciones dadas como $12:4$. El alumnado debería también trasladar tales operaciones a acciones usando materiales, hacer dibujos adecuados y, a la inversa, aprender a interpretar dibujos como 3 cajas con 6 huevos cada una como (el resultado de) una división. Desde el inicio, también deben considerarse problemas con resto, junto con reflexiones sobre si y en qué medida el resto desempeña un papel en encontrar el número correcto que se pide como solución.

En todo caso, es crucial que el alumnado aprenda a entender la división como una operación aritmética independiente y no solo como “multiplicación invertida”. En cuanto a la diferencia entre división por agrupamiento y división por reparto, es esencial que el alumnado aprenda a “matematizar” situaciones reales de ambos tipos como división y que asocie un término de división dado con (conceptos de) problemas reales en ambas variantes. Los términos técnicos como “agrupamiento” y “reparto” no le ayudan, pero sí le ayuda que pueda describir con sus propias palabras las similitudes y diferencias entre las dos variantes.

Tarea 15: Compresión de las operaciones (reparto)

Habilidad clave que evalúa esta tarea

Resolver un problema (leído en voz alta) en el que una cantidad total debe dividirse en un número especificado de subconjuntos de igual tamaño.

¿Por qué es esta habilidad una habilidad clave?

Al igual que la Tarea 14, la Tarea 15 puede resolverse matemáticamente como una división, en este caso $15:3 = 5$. Aquí el 3 se corresponde con el número de porciones iguales en que se divide el total, 15. El resultado 5 indica el tamaño de una porción. En la literatura esto se denomina “división por reparto”, en contraposición a la división por agrupamiento (véase la Tarea 14), la segunda idea fundamental de la división que el alumnado debe desarrollar y consolidar en primaria.

Como ya se comentó en la Tarea 14, la prueba de diagnóstico 2+ deliberadamente no comprueba si el alumnado resuelve la tarea usando la división. Si lo hacen o no depende de si la división ya se ha trabajado en clase, en particular en relación con problemas en texto. La Tarea 15 solo evalúa si el alumnado comprende la situación descrita en el texto y resuelve el problema que plantea, incluso si usa el dibujo, dibuja en él, prueba cosas y no piensa en la división en absoluto.



¿Qué tipo de errores y otras señales de alerta pueden esperarse con esta tarea?

Los problemas de reparto son más difíciles de resolver gráficamente que los de agrupamiento. En estos últimos (como el de la tarea 14), el objetivo se consigue rodeando subconjuntos del tamaño especificado y contando los subconjuntos resultantes. En los problemas de reparto, sin embargo, el tamaño de un subconjunto es precisamente lo que debe determinarse gráficamente. En la tarea 15, esto es posible, por ejemplo, conectando un huevo tras otro de forma secuencial a cada uno de los tres niños y niñas, teniendo cuidado de “repartir por igual”. Las líneas de conexión dibujadas se vuelven rápidamente confusas. Los errores suelen deberse a errores de conteo de las líneas resultantes, asignaciones gráficas incorrectas y similares.

¿Qué tipo de apoyo podría darse al alumnado que presenta déficit con esta tarea?

Aquí también se aplican los comentarios hechos en la Tarea 14 respecto a problemas de agrupamiento. Téngase en cuenta que hay posturas divergentes en la literatura didáctica actual sobre si es más eficaz introducir agrupamiento y reparto más o menos simultáneamente o centrarse primero en una de las dos variantes. No obstante, la mayoría de los educadores matemáticos recomienda concentrarse en una de las dos variantes al introducir la división en clase. La división por agrupamiento tiene la ventaja de que la resolución de problemas es más accesible con material e ilustraciones. En cualquier caso, una vez que el alumnado haya sido confrontado con problemas de ambas variantes (por agrupamiento y por reparto) como dos tipos de división (es decir, de hacer porciones iguales a partir de un número dado), es importante que tome conciencia de las semejanzas y diferencias entre ambas. Mantener este conocimiento requiere actividades de enseñanza reiteradas y enfocadas en ello durante un periodo largo, pero es importante para que el alumnado desarrolle una sólida comprensión de la división y continúe desarrollándola más allá del ámbito de los números naturales.

4 Notas sobre la evaluación y documentación de los resultados

Para ayudarle a evaluar los resultados de las pruebas, hay varias herramientas disponibles para descargar en www.ditom.org/es/tests-sp:

Si prefiere evaluar las pruebas manualmente, le ofrecemos las siguientes ayudas:

- a) Una **hoja resumen para la puntuación**, que enumera para cada tarea los criterios para otorgar un punto, medio punto o ningún punto (ver página 45);
- b) Una **hoja de evaluación de la clase** para registrar y documentar los resultados de toda la clase (ver página 46);
- c) Una **hoja de evaluación individual** para registrar y documentar los resultados de un solo estudiante, si desea mantener una visión general individual (ver página 47);

Una opción mucho menos laboriosa es evaluar los resultados en Excel usando su ordenador. Para ello, puede descargar:

- d) Un **archivo Excel preprogramado** con dos hojas de cálculo que aparecen en las pestañas de la parte inferior izquierda.

En la hoja llamada “**cualitativa**”, introduzca simplemente, en la columna correspondiente a cada estudiante, los números que el alumno o la alumna escribió en su cuadernillo de la prueba como respuestas a cada subtarea. Si un alumno o una alumna dejó una respuesta en blanco, introduzca 999.

Cuando haya terminado de introducir los datos, cambie a la hoja “**cuantitativa**”. El programa indicará automáticamente si cada subtarea se ha respondido correctamente (1) o incorrectamente (0) y calculará la puntuación adecuada para cada tarea global (1 / 0,5 / 0). Al final de cada fila, encontrará el porcentaje de tareas resueltas correctamente y la puntuación total de cada estudiante. Al final de cada columna, encontrará el porcentaje de estudiantes de la clase que han resuelto correctamente esa tarea en particular.

Los “umbrales críticos de puntuación” para DiToM 2+ y cómo interpretarlos

Como se explica en la Sección 1, *DiToM* no tiene por objeto etiquetar al alumnado. Consulte la sección dedicada a los objetivos y principios rectores de *DiToM*.

Allí también encontrará una explicación más detallada de los “umbrales de puntuación críticos”, que se determinaron a partir de las pruebas piloto de *DiToM* (para la versión 2+, con 1 373 estudiantes de los siete países socios del proyecto) utilizando el método estadístico del análisis de clases latentes. Este método permite asignar al alumnado, en función de su puntuación total en *DiToM* 2+, a uno de los tres grupos siguientes:

Rango de puntuación	Grupo
De 0 a 9	A - Signos de dificultades generales en varias áreas clave
De 9.5 a 12.5	B - Indicios de dificultades en algunas áreas clave
De 13 a 15	C- No hay indicios de dificultades importantes en áreas clave

Una nota final que remite a la Sección 1: tenga en cuenta que una evaluación solo ofrece una instantánea. Por lo tanto, los resultados deben compararse con sus propias observaciones y experiencias en el aula y, cuando sea necesario, utilizarse como punto de partida para entrevistas de seguimiento con alumnos y alumnas concretos, con el fin de profundizar, perfeccionar o ampliar su comprensión y, si es necesario, ajustar sus conclusiones, al menos en parte.

Evaluación y puntuación de la prueba de diagnóstico *DiToM2+* (máx. 15 puntos)

1	Conteo	1 P. 0 P.	Cantidad correcta (23) Cualquier otra respuesta
2	Comprensión de números cardinales / agrupamientos	1 P. 0,5 P. 0 P.	Las tres cantidades correctas (25, 36, 45) Dos cantidades correctas Cualquier otra respuesta
3	Contar hacia adelante y hacia atrás	1 P. 0,5 P. 0 P.	Las tres series correctas (39, 40, 41), (86...89, 90), (58, 59, 60...) Dos series completamente correctas Cualquier otra respuesta
4	Notación de números de dos dígitos	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cinco números correctos (34, 15, 43, 50, 67) Cuatro números correctos Cualquier otra respuesta
5	Dividir por la mitad	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cinco números correctos (6, 8, 30, 40, 25) Cuatro números correctos Cualquier otra respuesta
6	Números en la recta numérica	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los tres números correctos (67, 15, 80) Dos números correctos Cualquier otra respuesta
7	Hechos numéricos básicos (descomposición de números hasta 10)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los seis números correctos (5, 4, 6, 3, 7, 5) Cinco números correctos Cualquier otra respuesta
8	Suma	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cinco resultados correctos (39, 80, 90, 67, 33) Cuatro resultados correctos Cualquier otra respuesta
9	Resta	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los cinco resultados correctos (42, 30, 11, 26, 17) Cuatro resultados correctos Cualquier otra respuesta
10	Comprensión de las operaciones (suma)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Operación y resultado correctos ($12 + 6 = 18$) Se indica correctamente la operación O el resultado Cualquier otra respuesta
11	Comprensión de las operaciones (resta)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Operación y resultado correctos ($28 - 3 = 25$) Se indica correctamente la operación o el resultado Cualquier otra respuesta
12	Tablas de multiplicar	1 P. 0,5 P. 0 P.	Los seis resultados correctos (14, 20, 80, 18, 70, 30) Cuatro o cinco resultados correctos Cualquier otra respuesta
13	Comprensión de las operaciones (multiplicación)	1 P. 0 P.	Operación correcta (5×4 o 4×5), el resultado no se valora Cualquier otra respuesta
14	Comprensión de las operaciones (agrupamiento)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Respuesta correcta (3 cajas de huevos), el dibujo no se valora Se rodean agrupaciones de seis, pero no se anota "3" como respuesta Cualquier otra respuesta

15	Comprensión de las operaciones (reparto)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Respuesta correcta (5 huevos de chocolate), el dibujo no se valora Dibujo correcto, pero no se anota "5" como respuesta Cualquier otra respuesta
----	--	------------------------	--

Nombre: _____

Fecha: _____

Formulario de Evaluación DiToM Prueba de Diagnóstico 2+

Item	Respuesta correcta	Marcar Correcto / Incorrecto	Puntos
1	23		
2.a	25		
2.b	36		
2.c	45		
3.a	394041		
3.b	868990		
3.c	585960		
4.a	34		
4.b	15		
4.c	43		
4.d	50		
4.e	67		
5.a	6		
5.b	8		
5.c	30		
5.d	40		
5.e	25		
6.a	67		
6.b	15		
6.c	80		
7.a	5		
7.b	4		
7.c	6		
7.d	3		
7.e	7		
7.f	5		

Item	Respuesta correcta	Marcar Correcto / Incorrecto	Puntos
8.a	39		
8.b	80		
8.c	90		
8.d	67		
8.e	33		
9.a	42		
9.b	30		
9.c	11		
9.d	26		
9.e	17		
10 parte 1	12+6=18		
10 parte 2	18		
11 parte 1	28-3=25		
11 parte 2	25		
12.a	14		
12.b	20		
12.c	80		
12.d	18		
12.e	70		
12.f	30		
13	5*4 or 4*5		
14	3		
15	5		

Puntos obtenidos de un máximo de 15

Comentarios: _____

Valoración:

Items 1 y 13

correcto = 1 punto; incorrecto o sin contestar = 0 puntos

Items 2, 3 y 6

los 3 correctos = 1 punto; 2 correctos = 0.5 puntos; 1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos

Items 4, 5, 8, 9

los 5 correctos = 1 punto; 4 correctos = 0.5 puntos; 3,2,1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos

Item 7

los 6 correctos = 1 punto; 5 correctos = 0.5 puntos; 4,3,2,1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos

Items 10 y 11

los 2 correctos = 1 punto; 1 correcto: 0.5 puntos; 0 correctos o sin contestar: 0 puntos

Item 12

los 6 correctos = 1 punto; 5 o 4 correctos = 0.5 puntos; 3,2,1,0 correctos o sin contestar = 0 puntos

Items 14 y 15

correcto = 1 punto; sin contestar, pero rodeado correctamente = 0.5 puntos; otro modo = 0 puntos

5 Referencias

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT)*. 2nd edition. Educational Testing Service.

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), *Handbuch Inklusive Diagnostik* (S. 199–213). Beltz.