Co-funded by
the European Union

Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

DiToM
Diagnostic Tool in Mathematics

Screening 4+

Manuale del docente

Questo progetto è stato finanziato con il sostegno della Commissione Europea. La presente pubblicazione riflette esclusivamente le opinioni degli autori e la Commissione non può essere ritenuta responsabile per l'uso che potrebbe essere fatto delle informazioni in essa contenute.

Indice

Premessa ... 2

1 Obiettivi e principi guida del Progetto DiToM ... 3

Cosa sono gli Screening DiToM e quali obiettivi perseguono? ... 3

Cosa si intende per “abilità matematiche chiave”? ... 4

Dopo aver somministrato lo Screening DiToM 4+, che cosa succede? ... 5

2 Somministrazione dello Screening 4+ ... 7

Panoramica degli ambiti tematici ... 7

Prima della distribuzione dei fascicoli del test ... 8

I quesiti dello Screening 4+ ... 9

3 Spiegazioni dei quesiti del test 4+ e indicazioni di supporto ... 25

Quesito 1: Scrittura di numeri sotto dettatura ... 25

Quesito 2: Confronto tra numeri ... 26

Quesiti 3a/3b: Aggiungere 1/10/100 e togliere 1/10/100 ... 27

Quesito 4: Numeri sulla retta dei numeri ... 28

Quesito 5: Dividere a metà numeri fino a 10.000 ... 29

Quesito 6a: Calcolo non algoritmico: addizione e sottrazione ... 30

Quesito 6b: Calcolo non algoritmico: operare con gli zeri ... 31

Quesiti 7a e 7b: Addizione e sottrazione con l’algoritmo scritto ... 32

Quesito 8: Comprensione operativa delle operazioni ... 33

Quesito 9: Fatti numerici di base per la moltiplicazione ... 34

Quesito 10: Fatti numerici di base per la divisione ... 35

Quesito 11: Calcolo mentale: operare con gli zeri ... 36

Quesito 12: Comprensione operativa dell’operazione di moltiplicazione: rappresentazioni ... 37

Quesito 13: Comprensione operativa delle operazioni aritmetiche ... 38

4 Note sulla valutazione dei risultati ... 39

I “punteggi soglia critici” del Progetto DiToM 4+ e la loro interpretazione ... 39

Valutazione e punteggio dello Screening Test 4+ (punteggio massimo 16 punti) ... 40

Valutazione per il gruppo classe ... 41

Valutazione per studente ... 42

5 Riferimenti bibliografici ... 43

Premessa

Il presente manuale è stato concepito con l'obiettivo di fornire un supporto alla gestione dello screening DiToM 4+ e all'utilizzo efficace dei risultati del test all'interno della classe. Nelle pagine seguenti sono presentati:

- una sintesi degli obiettivi e dei principi guida del progetto Erasmus+ DiToM;
- istruzioni dettagliate, presentate in modo sequenziale, per l'attuazione dello screening DiToM 4+ in ambito scolastico;
- descrizioni sintetiche di ciascun quesito previsto dallo screening DiToM 4+, corredate da annotazioni relative a possibili strategie di intervento per supportare gli alunni i cui esiti di screening evidenziano lacune nell'acquisizione delle abilità matematiche di base;
- indicazioni relative alle modalità di valutazione e di documentazione dei risultati.

La guida per la gestione della Parte 2 e le tabelle di valutazione della Parte 4 sono disponibili per il download separato in formato PDF sul sito www.ditom.org/de.

1 Obiettivi e principi guida del Progetto DiToM

L'apprendimento della matematica avviene per gradi: le nuove conoscenze si costruiscono su basi solide già acquisite. Quando idee e concetti fondamentali mancano o non sono sufficientemente consolidati, gli alunni incontrano crescenti difficoltà nel comprendere e dare significato ai contenuti matematici che si fondano su tali basi. Studi sia nazionali sia internazionali mostrano che una quota significativa di alunni non raggiunge gli standard minimi in matematica già nella scuola primaria e, per le ragioni sopra descritte, quasi inevitabilmente continua a incontrare difficoltà anche nella scuola secondaria. È allarmante constatare che molti giovani terminano l'istruzione obbligatoria senza aver raggiunto il livello minimo di alfabetizzazione matematica, considerato dall'OCSE essenziale per una "piena partecipazione alla vita sociale".

Per contrastare questa situazione, è fondamentale che gli insegnanti siano in grado di individuare in modo precoce e il più preciso possibile le difficoltà di apprendimento in matematica. Solo su questa base è infatti possibile progettare e attuare misure di supporto mirate. È in questo contesto che si colloca il progetto europeo "Diagnostic Tools in Mathematics" (DiToM). Nell'ambito di una partnerhip che coinvolge Germania, Francia, Grecia, Croazia, Italia, Svezia e Spagna, sono stati sviluppati cinque strumenti di screening tra loro collegati. Tali strumenti consentono agli insegnanti, all'inizio o alla fine dell'anno scolastico, di ottenere una visione d'insieme degli studenti che rischiano di rimanere indietro in matematica se non vengono attivati interventi di supporto specifici.

Gli screening seguono un ciclo biennale:

Screening 0+: fine della scuola dell'infanzia / inizio della classe prima della scuola primaria;

Screening 2+: fine della classe seconda della scuola primaria / inizio della classe terza della scuola primaria;

Screening 4+: fine della classe quarta della scuola primaria / inizio della classe quinta della scuola primaria;

Screening 6+: fine della classe prima della scuola secondaria di primo grado / inizio della classe seconda della scuola secondaria di primo grado;

Screening 8+: fine della classe terza della scuola secondaria di primo grado / inizio della classe prima della scuola secondaria di secondo grado.

Cosa sono gli Screening DiToM e quali obiettivi perseguono?

I cinque screening sono prove in formato carta e penna che si concentrano sulle abilità matematiche fondamentali che dovrebbero essere consolidate all'inizio di un determinato anno scolastico, affinché i nuovi contenuti possano essere appresi in modo significativo. Ciascun test può essere somministrato all'intera classe nell'arco di una singola lezione e, grazie agli strumenti di correzione forniti (cfr. Sezione 3), può essere valutato in un tempo relativamente contenuto. I risultati offrono una panoramica strutturata degli alunni che potrebbero necessitare di un supporto aggiuntivo in aree specifiche.

Il termine "potrebbero" è centrale: uno screening non sostituisce una valutazione individuale e qualitativa del livello di apprendimento di un alunno. Nella migliore delle ipotesi, esso fornisce indicazioni iniziali sulle strategie o sui procedimenti che l'alunno potrebbe aver utilizzato. Per una comprensione più approfondita sono necessarie osservazioni mirate e colloqui individuali, supportati da quesiti più differenziati. Tuttavia, lo screening può rappresentare un punto di partenza prezioso per individuare quali alunni potrebbero trarre maggiore beneficio da valutazioni più approfondite.

Cosa si intende per “abilità matematiche chiave”?

Come già sottolineato, la matematica scolastica è caratterizzata da una “gerarchia interna degli apprendimenti” (Wittmann, 2015, p. 199). Questo è particolarmente vero nei domini dell’aritmetica (numeri e operazioni) e dell’algebra, proprio le aree su cui si concentrano gli screening DiToM. In questi ambiti, è possibile individuare in ogni fase di apprendimento le abilità chiave senza le quali non è possibile proseguire nell’apprendimento in modo significativo e duraturo.

Per poter lavorare con successo sui numeri naturali, i bambini devono sviluppare una comprensione basata sul concetto di parte-tutto, un passaggio fondamentale che dovrebbe consolidarsi entro il primo anno di scolarizzazione. Il concetto di parte-tutto implica, ad esempio, che il numero sette non venga visto come un’entità isolata, ma come un intero composto da diverse combinazioni di parti: cinque e due, quattro e tre, uno e sei, e così via.

Questa comprensione dovrebbe progressivamente diventare automatica: un bambino non dovrebbe più dover compiere uno sforzo consapevole per riconoscere che il cinque è la parte mancante di sette quando l’altra parte è due. In altre parole, i bambini dovrebbero arrivare a pensare ai numeri in modo flessibile, come insiemi di parti tra loro in relazione.

Questa integrazione tra comprensione concettuale e automatismo caratterizza molte abilità matematiche fondamentali. Solo quando alcune procedure di base diventano automatiche, infatti, le risorse cognitive possono essere liberate e utilizzate per affrontare compiti matematici più complessi e di livello superiore.

Se un bambino ha ben consolidato l’abilità di pensare ai numeri come composizioni (o scomposizione dei numeri), ciò emerge chiaramente dalle strategie di calcolo che adotta. Un bambino che concepisce il sette come cinque più due, per esempio, riesce a risolvere senza difficoltà operazioni come $7 - 5$ già nel primo anno di scuola primaria, senza dover ricorrere al conteggio.

I bambini che non possiedono questa abilità, invece, tendono a fare affidamento su strategie di conteggio lente, faticose e soggette a errori, che spesso persistono anche negli anni successivi della scuola primaria e secondaria. Le strategie di addizione e sottrazione basate sul conteggio diventano infatti rapidamente ingestibili quando ci si confronta con numeri a due o tre cifre.

Questi bambini incontrano inoltre difficoltà nello sfruttare le relazioni tra i fatti della moltiplicazione: per esempio, possono non riconoscere che 9×6 corrisponde a sei in meno rispetto al più facilmente richiamabile 10×6.

Una padronanza insufficiente di un’abilità chiave — come la comprensione dei numeri come composizioni — ostacola l’acquisizione di altre abilità fondamentali (addizione, sottrazione, moltiplicazione), che a loro volta costituiscono prerequisiti indispensabili per competenze più avanzate, come la divisione, il ragionamento proporzionale e lo sviluppo del pensiero algebrico.

Questo problema si protrae ben oltre la scuola primaria: gli alunni che incontrano difficoltà nel lavoro con i numeri naturali, infatti, tendono ad avere problemi ancora maggiori quando si confrontano con le frazioni e i numeri decimali. In una fase successiva, l’algebra si fonda su intuizioni matematiche che dovrebbero essersi sviluppate proprio attraverso il lavoro sulle operazioni di base nei primi anni di scuola. In assenza di tali intuizioni, l’algebra rischia di apparire agli studenti come un insieme di regole astratte o come un codice indecifrabile, privo di significato.

Per questo motivo, gli screening DiToM si concentrano sulle abilità chiave che dovrebbero essere acquisite in modo solido all’inizio del primo, terzo, quinto, settimo e nono anno di scuola, così da garantire che il percorso di apprendimento matematico possa proseguire in modo efficace e significativo.

Dopo aver somministrato lo Screening DiToM 4+, che cosa succede?

Utilizzando gli strumenti di valutazione descritti nel Capitolo 4, gli insegnanti possono costruire una tabella (in formato Excel o cartaceo) leggibile in due direzioni:

- per riga: i risultati di ciascun bambino mostrano quali quesiti sono stati risolti correttamente, parzialmente correttamente, in modo errato oppure lasciati in bianco; da questi dati deriva il punteggio complessivo di ciascun bambino;
- per colonna: per ciascun quesito, la tabella indica quanti bambini lo hanno risolto correttamente, parzialmente correttamente, in modo errato oppure non lo hanno svolto affatto.

Lo screening DiToM consente di focalizzare l'attenzione sui singoli alunni: non è uno strumento per etichettare i bambini. Gli screening non sono concepiti per identificare alunni con "discalculia". Diagnosi cliniche di questo tipo, infatti, non rispondono alla domanda centrale a cui il DiToM intende dare risposta: come possono gli insegnanti sostenere al meglio i bambini che incontrano difficoltà nelle abilità aritmetiche fondamentali?

Un supporto mirato richiede una comprensione accurata del livello di apprendimento attuale di ciascun bambino. Lo screening DiToM ha lo scopo di individuare gli alunni che necessitano con urgenza di una valutazione più approfondita, e nulla di più. Il Capitolo 2 fornisce brevi indicazioni sui possibili interventi di supporto successivi, specifici per ciascun quesito.

Alla luce di quanto esposto sopra, vanno interpretati i punteggi soglia critici illustrati nel Capitolo 4, individuati sulla base della sperimentazione pilota degli screening DiToM nei sette Paesi partner del progetto. Utilizzando l'analisi delle classi latenti (si veda Livingston, 2014), i bambini sono stati raggruppati come segue:

- **Gruppo A:** bambini che mostrano difficoltà diffuse in diverse abilità chiave.
- **Gruppo B:** bambini che mostrano segnali di difficoltà in aree specifiche.
- **Gruppo C:** bambini che non mostrano particolari segnali di difficoltà.

È importante ricordare che qualsiasi screening fornisce solo una fotografia momentanea. Alcuni bambini potrebbero semplicemente aver avuto una giornata negativa o essere stati distratti; altri potrebbero aver copiato le risposte, nonostante le precauzioni adottate. I risultati dello screening devono pertanto essere interpretati con cautela.

Essi dovrebbero sempre essere confrontati con le osservazioni della vita quotidiana in classe e utilizzati come punto di partenza per ulteriori osservazioni mirate e per l'assegnazione di quesiti di approfondimento nei giorni e nelle settimane successive.

Se risulta evidente che un bambino rientra nel **Gruppo A**, è lecito aspettarsi che le sue difficoltà matematiche peggiorino nel corso dell'anno scolastico, a meno che non vengano adottate tempestivamente ed efficacemente misure di intervento mirate.

Il Capitolo 2 può offrire soltanto alcune linee guida generali per tali interventi, basate sulle abilità chiave valutate da ciascun quesito. Per indicazioni più approfondite, si rimanda i docenti alla letteratura didattica di riferimento.

Anche i bambini del **Gruppo B** probabilmente necessitano di un supporto mirato, almeno in alcune aree, per poter progredire con successo nel loro apprendimento. È importante ricordare che tutti i quesiti dello screening valutano abilità chiave.

Lo screening è volutamente progettato per non distinguere gli alunni "eccellenti": idealmente, la maggior parte dei bambini dovrebbe trovare i quesiti piuttosto facili. Pertanto, anche eventuali errori commessi dai bambini del **Gruppo C** su singoli quesiti devono essere presi sul serio, poiché possono rivelare lacune in abilità fondamentali.

Lo screening DiToM consente anche di focalizzare l'attenzione sulla classe nel suo insieme. Ciò risulta particolarmente rilevante quando i risultati mostrano che molti bambini hanno incontrato difficoltà sullo stesso quesito. Questa situazione può indicare che gli alunni hanno avuto poche opportunità di fare esperienze di apprendimento efficaci per costruire quella specifica abilità, sia negli anni scolastici precedenti sia prima dell'ingresso a scuola.

In questi casi, è particolarmente importante offrire tali opportunità di apprendimento, anche se il programma didattico è già passato a nuovi contenuti. Ancora una volta, occorre tenere presente la struttura gerarchica dell'apprendimento matematico: ogni livello si fonda su una solida comprensione delle abilità di base, che devono essere acquisite prima di poter procedere in modo efficace.

2 Somministrazione dello Screening 4+

Questo manuale fornisce al docente le istruzioni per la somministrazione dello screening da effettuare alla fine del quarto anno scolastico (grado 4) o all'inizio del quinto anno scolastico (grado 5) della scuola primaria.

Panoramica degli ambiti tematici

1	Scrittura di numeri sotto dettatura
2	Confronto tra numeri
3a	Aggiungere 1/10/100
3b	Togliere 1/10/100
4	Numeri sulla retta dei numeri
5	Dividere a metà numeri fino a 10.000
6°	Calcolo non algoritmico: addizione e sottrazione
6b	Calcolo non algoritmico: operare con gli zeri
7a	Addizione con l'algoritmo scritto
7b	Sottrazione con l'algoritmo scritto
8	Comprensione operativa
9	Fatti numerici di base per la moltiplicazione
10	Fatti numerici di base per la divisione
11	Calcolo mentale: operare con gli zeri
12	Comprensione operativa dell'operazione di moltiplicazione: rappresentazioni
13	Comprensione operativa delle operazioni aritmetiche

Di seguito vengono illustrati, quesito per quesito, quali istruzioni fornire ai bambini durante lo svolgimento e come presentare le attività.

Le istruzioni sono disponibili anche in download in una versione ampliata per la stampa, con pagine di esempio e pagine vuote, in un file PDF separato.

Prima della distribuzione dei fascicoli del test

Dica ai bambini:

- che vorrebbe capire che cosa sanno e sanno fare, che cosa risulta facile per loro e che cosa, invece, può essere più difficile;
- che ciascuno riceverà un fascicolo con alcuni esercizi da risolvere e che lei li guiderà spiegando di volta in volta che cosa fare;
- che è importante svolgere gli esercizi da soli e che non serve copiare dai compagni di banco: in primo luogo, perché le risposte degli altri potrebbero essere sbagliate; in secondo luogo, perché lei vuole capire che cosa ogni alunno sa già fare e dove incontra ancora delle difficoltà, per poterlo aiutare meglio;
- di scrivere con la matita; se dovessero scrivere qualcosa di sbagliato, possono barrare la risposta errata e scrivere quella corretta sopra, sotto o accanto;
- che li guiderà nello svolgimento degli esercizi uno alla volta e spiegherà sempre che cosa fare per ciascun quesito; è importante **non** andare avanti da soli e voltare pagina solo quando lei lo dirà;
- che devono prestare attenzione e ascoltare con cura le sue istruzioni; per aiutarli, in alcuni casi fornirà un esempio a tutta la classe prima di lasciarli lavorare da soli;
- che non devono preoccuparsi se non sanno rispondere a qualche domanda: alcuni esercizi sono un po' difficili ed è normale non sapere una risposta o commettere un errore; l'importante è fare del proprio meglio;
- che a volte chiederà loro di posare la matita anche se non hanno terminato tutti gli esercizi della pagina; anche in questo caso non devono preoccuparsi, è normale: dovranno semplicemente fermarsi con calma quando lei lo chiederà.

Per i quesiti senza limite di tempo, per evitare disordine in aula, può decidere liberamente quando passare al quesito successivo, anche se non tutti i bambini hanno ancora finito.

Dica infine che sta per distribuire i fascicoli e che, per il momento, devono rimanere chiusi sui banchi finché non chiederà di aprirli.

Si assicuri che tutti i banchi siano sgombri e che ogni bambino abbia una matita.

Se necessario e se disponibili, utilizzi delle divisorie tra i bambini durante la somministrazione del test.

Distribuisca ora i fascicoli e inviti i bambini a scrivere il proprio nome e la propria classe sulla prima pagina.

1 Scrittura di numeri sotto dettatura

Senza esempio

Quesito

a) ______________________

b) ______________________

c) ______________________

senza limiti di tempo

«Adesso voltate pagina e andate al primo quesito.

Vedete tre righe, da a) a c).
Vi detterò tre numeri da scrivere sulle righe, uno sotto l'altro.

I tre numeri sono:

→ *Legga ogni numero due volte.*
Dopo il primo/secondo numero, dica:
Ora ascoltate il numero successivo.

a) **cinquemilaottantanove** (5.089)

b) **quarantatremilaecinque** (43.005)

c) **trecentomilacinquecento** (300.500)

Tra poco vedremo il prossimo quesito, ma non girate ancora pagina.
Prima vediamo un esempio insieme.»

2 Confronto tra numeri

Esempio

→ *scriva i seguenti esempi alla lavagna*

500 550

600 550

«Confrontiamo la prima coppia di numeri: 500 è *minore di* 550.
Quindi scriviamo il simbolo che sta per *minore di* tra i due numeri: 500 < 550

→ *scriva il simbolo* **<** *tra i numeri della prima coppia in alto*

Adesso guardiamo la seconda coppia di numeri. 600 è *maggiore di* 550. Quindi scriviamo il simbolo che sta per *maggiore di* tra i due numeri: 600 > 550»

→ *scriva il simbolo* **>** *tra i due numeri della seconda coppia in basso*

Quesito

a)	6.001	5.999
b)	7.955	7.599
c)	99.899	102.101

senza limiti di tempo

«Per favore voltate pagina fino al prossimo quesito.

Qui vedete altre tre coppie di numeri. Confrontate i numeri e scrivete il simbolo corretto tra essi.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.

...

Ora vi spiego il prossimo quesito. Non girate ancora la pagina!»

3a Aggiungere 1/10/100

Esempio

Il prossimo quesito riguarda il numero che si ottiene se si aggiunge 1, 10 o 100.
Facciamo un esempio:

→ *scriva **1 in più di 236:** ___ alla lavagna*

«Uno in più di 236 è .... (*lasci che siano prima i bambini a rispondere*) ... 237.

→ *scriva **237** sulla riga accanto a 236*

Altro esempio:

→ scriva ***10 in più di 350:*** ___ *alla lavagna*

Dieci in più di 350 sono ... (*lasci che siano prima i bambini a rispondere)* ... 360.

→ *scriva **360** sulla riga accanto a 350*

Ultimo esempio:

→ scriva ***100 in più di 570:*** ___ *alla lavagna*

Cento in più di 570 sono ... (*lasci che siano prima i bambini a rispondere*) ... 670.»

→ *scriva **670** sulla riga accanto a 570*

Quesito

1 in più di 9.899: ______________

10 in più di 4.590: ______________

100 in più di 3.900: _______________

senza limiti di tempo

«Qui vedete tre numeri.
Il vostro compito è scoprire qual è il numero che si ottiene aggiungendo 1, 10 e 100. Pensate bene e scrivete i numeri corretti sulle righe.

Quando avete finito, postate la matita sul banco.
...

Ora vi spiegherò il prossimo quesito. Non voltate ancora pagina.».

3b Togliere 1/10/100

Esempio

Il prossimo quesito è simile a quello appena svolto.
Questa volta, però, si tratta di capire qual è il numero che si ottiene togliendo 1, 10 o 100.
Facciamo di nuovo un esempio:

→ *scriva **1 in meno di 236:** ___ alla lavagna*

«Uno in meno di 236 è …. (*lasci che siano prima i bambini a rispondere*) … 235.

→ *scriva **235** sulla riga accanto a 236*

Altro esempio:

→ scriva ***10 in meno di 350:*** ___ *alla lavagna*

Dieci in meno di 350 sono … (*lasci rispondere i bambini)* … 340.

→ *scriva **340** sulla riga accanto a 350*

Ultimo esempio:

→ scriva ***100 in meno di 570:*** ___ *alla lavagna*

Cento in meno di 570 sono … (*lasci rispondere i bambini*) … 470.»

→ *scriva **470** sulla riga accanto a 570*

Quesito

1 in meno di 7.000: _______________

10 in meno di 3.500: ________________

100 in meno di 4.000: ________________

senza limiti di tempo

«Adesso girate pagina e andate al prossimo quesito.

Qui vedete tre quesiti in cui dovete scoprire qual è il numero che si ottiene togliendo 1, 10 o 100.
Scrivete i numeri sulle righe.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.

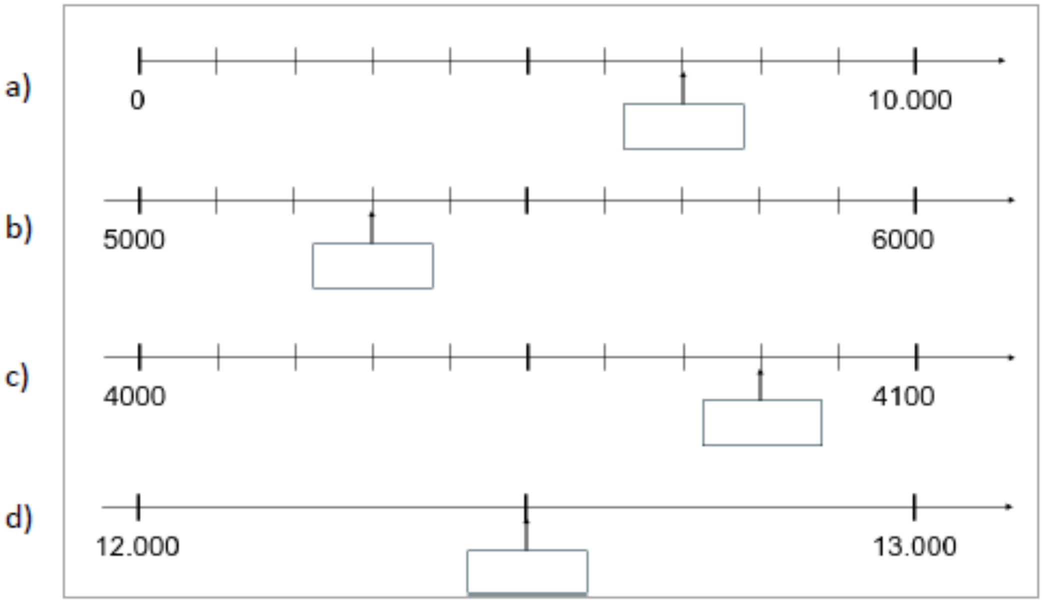
Passiamo ora al prossimo quesito. Questa volta non abbiamo bisogno di esempi.
Per favore, andate alla pagina successiva.»

4 Numeri sulla retta dei numeri

Senza esempio

Quesito

senza limiti di tempo



«Qui vedete quattro linee dei numeri, tutte diverse.
Scrivete i numeri mancanti nelle caselle. La freccia indica il numero mancante.

Fate attenzione ai numeri già scritti e agli spazi tra questi numeri.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.

Non volate ancora pagina.
Prima vi voglio spiegare il prossimo quesito.»

5 Dividere a metà numeri fino a 10.000

Esempio

«Il prossimo quesito riguarda la divisione a metà.

→ *Scriva* **la metà di 400***:* **_____** *alla lavagna*

La metà di 400 è … *(lasci che siano prima i bambini a rispondere)* … 200."

→ *scriva* la metà di 400: **200** *alla lavagna*

Quesito

La metà di 1.000: __________
La metà di 500: __________
La metà di 700: __________
La metà di 3.000: __________

Limite temporale:
40 sec

«Ora potete voltare pagina.

Qui vedete quattro numeri.
Scrivete la metà di questi quattro numeri sulle righe.

Iniziate adesso!

→ *Conti mentalmente fino a 40.*

Per favore fermatevi. Posate la matita sul banco.

Adesso passiamo al prossimo quesito.
Non importa se non avete ancora finito.»

6a Calcolo non algoritmico: addizione e sottrazione

Senza esempio

Quesito

a)	248 + 52 = ________
b)	637 + 99 = ________
c)	723 – 24 = ________
d)	453 – 99 = ________

Limite temporale: 60 sec

«Il prossimo quesito riguarda l'addizione e la sottrazione.
Nella prossima pagina vedrete due esercizi di addizione e due di sottrazione.

Guardate bene i numeri prima di iniziare a calcolare.
Sono numeri speciali! Cercate di trovare un modo semplice per fare i calcoli.

Fate tutti i calcoli a mente e scrivete solo i risultati.

Iniziate adesso!

→ *Conti mentalmente fino a 60.*

Adesso posate la matita, per favore.

Non importa se non avete ancora finito. Smettete di scrivere su questa pagina e ascoltatemi attentamente.
Ora vi spiegherò il prossimo quesito.»

6b Calcolo non algoritmico: operare con gli zeri

Senza esempio

Quesito

a)	3600 + 900 = __________
b)	56.000 + 8.000 = ________
c)	3.200 – 700 = _________
d)	54.000 – 5.000 =________

Limite temporale: 60 sec

«Per favore voltate pagina. Qui trovate altri esercizi.

Di nuovo, guardate prima bene i numeri e poi fate i calcoli a mente.

Anche in questo caso, osservate bene i numeri e prestate attenzione ai segni più e meno.

Iniziate adesso!

→ *Conti mentalmente fino a 60*

Mettete giù la penna, per favore.
Anche qui non importa se non avete finito.

Passate alla pagina successiva.
Non abbiamo bisogno di un esempio per i prossimi quesiti.»

7a Addizione con l’algoritmo scritto

Senza esempio

Quesito

senza limiti di tempo

a) 548 + 36 b) 760 + 564

«Qui vedete altri esercizi di addizione.

Questa volta, i calcoli devono essere fatti in colonna.

Iniziate ogni esercizio scrivendo i due numeri uno sotto l’altro e poi fate il calcolo.

Quando avete finito, posate la matita sul banco ma non passate ancora alla pagina successiva.»

7b Sottrazione con l’algoritmo scritto

Senza esempio

Quesito

senza limiti di tempo

a) 711 – 67

b) 806 – 534

«Per favore voltate pagina.
Qui potete vedere due operazioni con il segno meno.

Anche questi calcoli devono essere fatti in colonna.

Iniziate ogni esercizio scrivendo i due numeri uno sotto l’altro e poi fate il calcolo.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.

Non guardate ancora la pagina successiva. Aspettate finché non ve lo dico io.»

8 Comprensione operativa

Senza esempio

Quesito

senza limiti di tempo

Davide ha 35 anni. Davide ha 4 anni in più di Elena. Quanti anni ha Elena? I miei calcoli: La mia risposta: Elena ha _______ anni.

«Per favore voltate pagina. Qui vedete il testo di un problema.

«Davide ha 35 anni.
Davide ha 4 anni in più di Elena.
Quanti anni ha Elena?»

→ *Legga il testo due volte!*

Scrivete i vostri calcoli e anche la vostra risposta.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.

Prima di voltare pagina, vi spiego il prossimo argomento.
Si tratta della moltiplicazione.

Cercate di scrivere i risultati il più velocemente possibile, ma fate attenzione che siano corretti.»

9 Fatti numerici di base per la moltiplicazione

Senza esempio

Quesito

6 x 1 = ______
10 x 8 = ______
8 x 4 = ______
7 x 9 = ______
9 x 0 = ______
7 x 5 = ______

Limite temporale: 30 sec

«Per favore girate pagina. Adesso facciamo le moltiplicazioni.
Conoscete tutti questi esercizi dalle tabelline.

Scrivete i risultati velocemente.

Iniziate adesso!

→ *Conti mentalmente fino a 30.*

Posate la matita sul banco ora.
Non preoccupatevi, non importa se non avete finito tutti gli esercizi!
Non scrivete più su questa pagina.

Ora vi spiego il prossimo quesito: è simile, ma ora si tratta della divisione.
Anche in questo caso, cercate di scrivere i risultati il più velocemente possibile, ma facendo attenzione che siano corretti!

Fate meglio che potete e non preoccupatevi.
Ora andate alla prossima pagina.»

10 Fatti numerici di base per la divisione

Senza esempio

Quesito

80 : 10 = ______
6 : 6 = ______
28 : 4 = ______
72 : 9 = ______
30 : 5 = ______
7 : 1 = ______

Limite temporale: 30 sec

«Adesso facciamo le divisioni.

Scrivete velocemente i risultati delle divisioni.

Iniziate adesso!

→ *Conti mentalmente fino a 30.*

Il tempo è scaduto, per favore posate la matita sul banco.
Andiamo avanti. Non c'è assolutamente nessun problema se non avete finito tutti i calcoli.

Ora andate alla pagina successiva.»

11 Calcolo mentale: operare con gli zeri

Senza esempio

Quesito

a) 7 x 5.000 = __________

b) 50 x 20 = ____________

c) 60.000 : 100 = __________

d) 3.000 : 5 = ___________

senza limiti di tempo

«Adesso voltate pagina per favore.

Qui vedete due moltiplicazioni e due divisioni. Questa volta i numeri sono grandi, quindi avete più tempo per riflettere. Prestate attenzione agli zeri.

Fate i calcoli a mente e scrivete solo il risultato. Attenzione! Guardate bene se dovete fare una moltiplicazione o una divisione.

Iniziate adesso!

Ottimo. Andiamo avanti. Restano solo due pagine da fare,
e niente più calcoli.

Passate alla pagina successiva.»

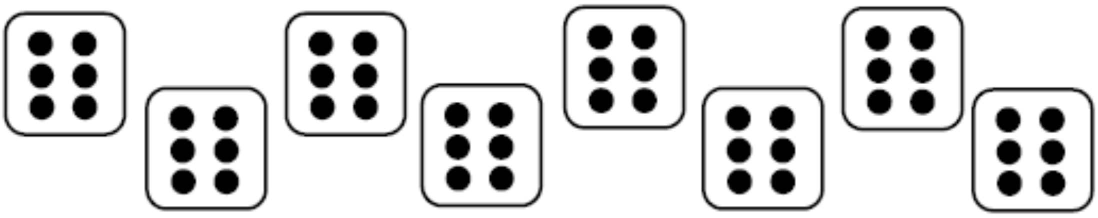
12 Comprensione operativa dell’operazione di moltiplicazione: rappresentazioni

Senza esempio

Quesito

senza limiti di tempo

Con quale calcolo si può trovare il numero totale di punti?



Scrivi il calcolo.
Non è necessario scrivere il numero totale di punti.

Il mio calcolo:______________________________

«Guardate questa immagine. Qui vedete otto dadi uguali.

Per trovare il numero totale di punti, si potrebbero contare tutti i punti, ma ci vuole troppo tempo.

È possibile trovare il numero totale di punti anche con un calcolo.

Il vostro compito è scrivere una moltiplicazione che si adatti all'immagine. Non è necessario scrivere il risultato, ma solo il calcolo che porta al numero totale di punti.

Scrivete il calcolo sulla riga.

Quando avete finito, posate la matita sul banco e aspettate.

Passate ora alla pagina successiva.
Questo è il nostro ultimo quesito. Prima ve lo spiego.»

13 Comprensione operativa delle operazioni aritmetiche: problemi

Senza esempio

senza limiti di tempo

Quesito

a) Un fornaio compra 24 confezioni di uova.
In ogni confezione ci sono 6 uova.
Quante uova compra il fornaio?

b) 24 uova vengono messe in confezioni di cartone.
Ogni cartone contiene 6 uova.
Quanti cartoni vengono riempiti?

c) Nel frigorifero ci sono 24 uova.
Il cuoco prende 6 uova dal frigorifero.
Quante uova rimangono nel frigorifero?

24 : 6 = 4

24 - 6 = 18

24 × 6 = 144

24 + 6 = 30

«Qui vedete tre diversi problemi e quattro diversi calcoli,
tutti con gli stessi numeri.

Leggerò i testi dei tre problemi che si trovano qui sulla sinistra.

→ *Legga i testi dei problemi uno dopo l'altro.*

Sulla destra vedete i calcoli. Quale calcolo corrisponde a quale problema sulla sinistra? Collegate con una linea il testo con il calcolo corrispondente. Uno dei calcoli non corrisponde a nessuno dei testi.

Quando avete finito, posate la matita sul banco e chiudete il fascicolo.
Passerò a raccoglierlo.»

→ *Dopo aver raccolto tutti i fascicoli, ringrazi per favore i bambini per il duro lavoro svolto e premi la loro collaborazione con un gioco o con una corsa intorno alla scuola!*

3 Spiegazioni dei quesiti del test 4+ e indicazioni di supporto

Quesito 1: Scrittura di numeri sotto dettatura

a) ______________

b) ______________

c) ______________

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Trascrivere i numeri ascoltati (da quattro a sei cifre) nella loro corrispondente rappresentazione simbolica con le cifre.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Saper scrivere in cifre un numero a più cifre a partire dalla sua rappresentazione verbale, così come saper leggere correttamente un numero scritto in cifre, sono abilità importanti sia nella vita quotidiana sia nel contesto scolastico. Sebbene entrambe rientrino nell'ambito del cosiddetto sapere procedurale — e possano quindi essere apprese ed esercitate come procedure anche in assenza di una comprensione profonda del sistema decimale posizionale — le regole di traduzione diventano particolarmente complesse nei numeri che contengono zeri, come quelli proposti nel Quesito 1.
In questi casi è frequente osservare errori nella trascrizione durante la dettatura dei numeri, soprattutto quando mancano conoscenze di base sulla struttura del sistema decimale posizionale e sulla formazione delle stringhe verbali che rappresentano i numeri nel linguaggio naturale.
Il Quesito 1 può quindi essere considerato un indicatore di alcuni aspetti della competenza chiave denominata comprensione del sistema decimale posizionale (per approfondimenti, si vedano anche i commenti ai Quesiti 3a e 3b).

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Come spiegato, i problemi possono sorgere soprattutto in relazione alle posizioni degli zeri. Invece di scrivere correttamente 5.089, un bambino potrebbe scrivere 589 (lo zero non udito non viene scritto) oppure anche 500089 (5000 per la prima parte della parola ascoltata "cinquemila", seguito da 89 per la seconda parte "ottantanove"). In maniera analoga si spiegano errori come 435 o 4305 o anche 430005 invece di 43.005, oppure 300000500 invece di 300.500.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Per quanto riguarda la denominazione delle posizioni e, di conseguenza, la formazione delle stringhe verbali che rappresentano i numeri, nel sistema decimale le cifre vengono raggruppate a tre a tre secondo lo schema centinaia–decine–unità. Il gruppo delle migliaia comprende le centinaia di migliaia, le decine di migliaia e le migliaia; il gruppo dei milioni comprende le centinaia di milioni, le decine di milioni e i milioni, e così via.

La comprensione di questa struttura basata su gruppi di tre cifre è una condizione necessaria per imparare a leggere e scrivere correttamente numeri con molte cifre. In quest'ottica, è opportuno partire dall'abilità di lettura. I bambini possono essere aiutati a utilizzare i punti o gli spazi come riferimento visivo per associare ciascun gruppo di tre cifre al corrispondente ordine di grandezza (migliaia, milioni, ecc.).

Questi riferimenti risultano utili anche nella scrittura dei numeri: dopo la parola "mila", ad esempio, devono sempre seguire tre cifre, il che può richiedere l'inserimento di zeri nelle posizioni in cui non sono presenti altre cifre.

Quesito 2: Confronto tra numeri

a)	6.001	5.999
b)	7.955	7.599
c)	99.899	102.101

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Confronto tra numeri da quattro a sei cifre, con l’uso corretto dei segni di confronto (< per „è minore di “, > per "è maggiore di ").

Perché si tratta di un’abilità chiave?
Saper decidere in modo sicuro e rapido quale tra due numeri naturali sia il maggiore è un prerequisito fondamentale per comprendere in modo solido le relazioni tra i numeri e, quindi, un’abilità basilare per sviluppare un senso numerico robusto.

Errori nel confronto di numeri a più cifre possono indicare problemi significativi con il sistema decimale posizionale. Tuttavia, una risposta corretta al quesito 2 non deve essere sopravvalutata: il confronto tra numeri può basarsi su regole di facile apprendimento e rientrare nel cosiddetto “sapere procedurale” (si veda anche il commento al quesito 1). I confronti corretti non implicano necessariamente la comprensione di principi come quello del raggruppamento e del valore posizionale, utili per comprendere a fondo le relazioni tra i numeri e affrontare quesiti più complessi.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d’allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Come accennato, le regole per confrontare i numeri possono essere apprese anche senza una comprensione approfondita del sistema decimale. Per esempio: se due numeri hanno lo stesso numero di cifre, si confronta per prima la cifra più a sinistra. Se una delle due cifre è più grande, quel numero è maggiore, indipendentemente dal resto. Se la prima cifra è uguale, si confronta la seconda, e così via. Talvolta i bambini sviluppano regole proprie, come: “se in un numero compare il 9 (magari più volte), è il numero più grande”; così 5.999 può essere considerato maggiore di 6.001, e 99.899 maggiore di 102.101. Capita anche che pensino: “guardo prima la cifra all’inizio; se è uguale, guardo quella alla fine”. In questo modo, 7.599 può risultare “maggiore” di 7.955.

Un’altra fonte di errore è il segno di confronto: i segni si distinguono solo per la posizione nello spazio. Nonostante i segni vengano introdotti spesso già nel primo anno di scuola, alcuni bambini continuano ad avere difficoltà nel distinguerli. Nel test di screening il confronto viene richiesto proprio tramite il segno di confronto, perché è im portante che i bambini sappiano riconoscerlo e usarlo correttamente in matematica. I problemi devono essere individuati prima di poter essere risolti.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
In caso di errori, si dovrebbe prima verificare se il bambino sa individuare il numero maggiore, ad esempio cerchiandolo, e se quindi il problema riguarda solo la distinzione tra > e <. In questo caso, si deve lavorare affinché il bambino sviluppi un criterio sicuro per riconoscere il segno corretto. Spesso ai bambini viene suggerita l’immagine della bocca del coccodrillo, con la filastrocca “il coccodrillo mangia sempre il numero più grande”; quindi il numero più grande deve stare dal lato aperto del segno. Alcuni bambini interpretano però così: “il coccodrillo è l’animale più grande, la bocca va davanti; quindi, dalla parte più grande del segno c’è il numero più piccolo, che viene ‘mangiato’”. Questi fraintendimenti si possono chiarire tramite il dialogo e domande mirate. Regole di questo tipo si possono evitare se i segni di confronto vengono introdotti in modo semplice e chiaro, senza immagini fuorvianti, ad esempio spiegando: i segni < e > hanno da un lato un punto/angolo, dall'altro sono aperti. Dalla parte “piccola” (il punto) va il numero più piccolo, dalla parte “grande” (l’apertura) il numero più grande.
Se invece il bambino fatica a individuare il numero maggiore, non si dovrebbe cercare di risolvere il problema solo con l'applicazione di regole. In questo caso, è necessario chiarire meglio la situazione di partenza: come comprende il bambino i numeri a più cifre, che cosa sa sui raggruppamenti, sulle scomposizioni e sul significato della posizione delle cifre, ecc. Gli altri quesiti del test (in particolare il 3 e il 4) forniscono ulteriori spunti in questa direzione. Per una pianificazione mirata dell'intervento, potrebbe essere necessario porre domande mirate al bambino.

Quesiti 3a/3b: Aggiungere 1/10/100 e togliere 1/10/100

1 in più di 9.899: ________

10 in più di 4.590: ________

100 in più di 3.900: ________

1 in meno di 7.000: _____

10 in meno di 3.500: _____

100 in meno di 4.000:

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Addizionare o sottrarre 1, 10 e 100 a/da un numero di quattro cifre, effettuando operazioni di raggruppamento o scomposizione.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

I quesiti 3a e 3b forniscono indicazioni sulla comprensione del sistema posizionale decimale. Una solida comprensione del valore posizionale è a sua volta il presupposto per poter effettuare dei calcoli in modo flessibile con numeri con più cifre (e in seguito anche con numeri decimali), e per mettere in relazione questi numeri tra loro e con il mondo reale (ad esempio per stimare, fare calcoli approssimativi, valutare correttamente relazioni di proporzionalità in situazioni concrete…). Tuttavia, la comprensione del sistema posizionale decimale è complessa – e difficile da verificare, soprattutto tramite test carta e penna. Questo perché praticamente ogni quesito che si possa ritenere utile per testare questa comprensione, può essere risolto anche senza un vero apprendimento o con una comprensione non sufficientemente solida per proseguire con gli apprendimenti in maniera appropriata, purché il bambino abbia memorizzato regole adatte. Questo vale anche per i quesiti delle domande 3a e 3b. Tuttavia, le regole necessarie sono così complesse che i bambini con una comprensione insufficiente di solito incontrano difficoltà in essi, ancora di più nel quesito 3b rispetto al 3a. Questi quesiti possono quindi fornire indicazioni preziose per comprendere se i bambini, nell'ambito dell'abilità chiave "comprensione del sistema posizionale decimale", abbiano assimilato in particolare gli aspetti fondamentali del raggruppamento e della scomposizione.

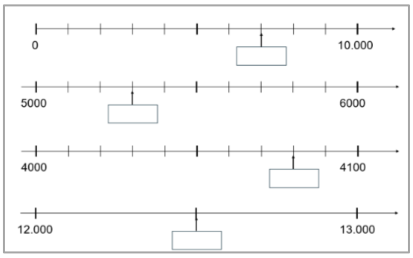
Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Per il quesito 3a ("1 in più di 9.899") errori prevedibili sono 10.899 oppure 9.999; come "10 in più di 4.590" potrebbero indicare 4.591 oppure 4.690 o anche 45100 (spesso senza punto). Per "100 in più di 3.900" alcuni bambini potrebbero rispondere 4.900 o anche 3.100. Nel quesito 3b, alla richiesta "1 in meno di 7000" alcuni bambini potrebbero rispondere 6000 oppure, se hanno appreso come regola di aggiungere uno o più 9 nella risposta, anche 7009 *o* 6009. "10 in meno di 3500" potrebbe diventare 3400 o 2500, "100 in meno di 4000" potrebbe invece diventare per esempio 3000 o anche 4999. Si possono presentare anche altri errori; di solito si aggiunge o si sottrae nella posizione sbagliata, ma non semplicemente "per distrazione", bensì perché l'addizione o la sottrazione in questione richiede un raggruppamento o una scomposizione – ed è proprio questo che risulta difficile per i bambini. A prescindere dagli errori (o dalle mancate risposte), il fatto che un bambino ricorra all'addizione o alla sottrazione scritta per risolvere questo tipo di quesiti, pur arrivando alla soluzione corretta, dovrebbe essere considerato un segnale allarmante. I bambini dovrebbero essere in grado di risolvere questi quesiti abbastanza rapidamente a mente, basandosi sulla comprensione del principio di raggruppamento (per esempio: un migliaio equivale a 10 centinaia, ecc.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Come già accennato, la comprensione del sistema decimale è complessa. Se un bambino ha difficoltà con i quesiti 3a e/o 3b, ciò dovrebbe spingere a verificare più approfonditamente il suo livello di apprendimento del sistema posizionale decimale. Ciò richiede lo svolgimento di altri quesiti simili e di altro tipo (si veda anche il quesito 5), ma soprattutto l'osservazione delle strategie adottate e l'uso di domande mirate: i bambini dovrebbero essere invitati a verbalizzare il ragionamento che sta alla base delle loro soluzioni. In base all'esito di tale analisi dettagliata, potrebbe essere necessario tornare a lavorare in modo approfondito con il bambino sul principio del raggruppamento. Sono importanti i quesiti in cui il bambino deve effettuare raggruppamenti e scomposizioni decimali utilizzando materiale adeguato. Per esempio, per rappresentare $4.000 - 100$ con il materiale posizionale (ad esempio il materiale Dienes), uno dei quattro blocchi da mille deve prima essere scomposto in dieci centinaia. Come sempre nell'insegnamento della matematica, è fondamentale che i bambini arrivino a risolvere tali quesiti anche senza l'ausilio di materiale concreto. Tuttavia, per poterlo fare, molti bambini hanno bisogno di svolgere queste attività mirate con il materiale, anche nelle classi più avanzate. È essenziale che accompagnino le proprie azioni con spiegazioni verbali via via più consapevoli.

Quesito 4: Numeri sulla retta dei numeri



Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Assegnare i numeri corretti alle marcature indicate su una retta numerica; tenendo conto delle diverse scale utilizzate.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
Le rappresentazioni dei numeri sulla retta numerica sono uno strumento di lavoro importante in matematica, non solo nella scuola primaria, ma anche negli anni successivi. Sulla retta numerica, i numeri possono essere rappresentati in qualsiasi intervallo ed è possibile andare con facilità oltre il campo dei numeri naturali. Queste rappresentazioni aiutano a chiarire e a comprendere più in profondità le relazioni tra i numeri e le operazioni che li coinvolgono. Tuttavia, ciò presuppone una appropriata interpretazione di tali rappresentazioni. Il quesito 4 verifica un aspetto fondamentale di questa interpretazione: l'attenzione alle diverse scale. Sulla prima retta, la distanza tra due marcature adiacenti corrisponde ogni volta a 1000; sulla seconda a 100; sulla terza a 10. Per determinare correttamente il valore delle marcature indicate, i bambini devono considerare sia le marcature di riferimento sia il numero di intervalli uguali tra queste marcature. Nel caso dell'ultima retta numerica, devono prima calcolare la distanza totale (1000) e poi dividerla a metà per trovare il numero che si trova a metà tra i due estremi. Oltre alle abilità direttamente collegate alla retta numerica come strumento di rappresentazione, il quesito fornisce indicazioni anche sulla capacità dei bambini di dividere i numeri a metà (per esempio, determinare la metà di 1000) e su altre abilità legate al sistema decimale (per esempio, $1000 = 1$ migliaio, che corrisponde a 10 centinaia; $100 = 1$ centinaio, che corrisponde a 10 decine).

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Sulla retta numerica 1, dietro una possibile risposta 8000, potrebbe nascondersi semplicemente un errore di conteggio. La risposta 9000, invece, suggerisce che il bambino non ha considerato la scala e ha pensato che si dovesse indicare il migliaio precedente a 10.000. 9997 si ottiene se si conta all'indietro da 10.000 a passi di una unità. Sulla retta numerica 2, bambini che non considerano la scala o non riescono a determinare correttamente gli intervalli, possono scrivere, ad esempio, 5030, 5003 o anche 3000. Sulla retta numerica 3, si possono presentare risposte errate come 4098, 4008 o an che 4800; qualcuno potrebbe anche scrivere 8000 o 80. Sulla retta numerica 4, risposte prevedibili sono 12.050, 5000 o 500; anche 12.555 viene indicato – probabilmente seguendo la "regola" memorizzata secondo cui "al centro va sempre 5".

Oltre agli errori citati, è probabile che si presentino molte altre risposte sbagliate che possono sembrare arbitrarie, ma che spesso sono frutto di ragionamenti comprensibili. Un colloquio diretto aiuta a chiarire questi modi di pensare, condizione necessaria per adottare misure mirate.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
In molti libri scolastici si dà per scontato che l'interpretazione della retta numerica non richieda un lavoro specifico. In realtà, è importante lavorare in modo mirato affinché i bambini interpretino la retta numerica come uno strumento di misura: dovrebbero comprendere che, per esempio, la marcatura per il numero 8 su una retta da 0 a 10 indica che la distanza da 0 a 8 è di otto unità e può essere suddivisa in cinque e tre unità. Successivamente, dovrebbero interpretare 80 su una retta da 0 a 100 come la lunghezza di 8 segmenti da dieci, 800 su una retta da 0 a 1.000 come 8 segmenti da cento, e così via. Deve essere esplicitato che la scala sulla retta numerica può essere diversa: a seconda di quale distanza rappresenta un'unità (o una decina, un centinaio…), si ottengono le distanze per due, tre… dieci unità (o decine, centinaia…) come multipli della misura scelta. Per le distanze sulla retta numerica vale la proporzionalità: il segmento che corrisponde a 20 deve essere il doppio di quello che corrisponde a 10, quello che corrisponde a 3.000, tre volte quello che corrisponde a 1000.
Solo sulla base di queste conoscenze sulla retta numerica come strumento di rappresentazione, si possono affrontare con sicurezza quesiti come il presente e altri ben più complessi (per esempio: trovare la posizione approssimata di 2499 su una retta priva di marcature intermedie tra 0 e 10.000). Come già evidenziato, ciò presuppone che si conosca bene il sistema decimale. Proprio per questo, quesiti di questo tipo sono strumenti importanti per consolidare e approfondire la comprensione del valore posizionale delle cifre.

Quesito 5: Dividere a metà numeri fino a 10.000

La metà di 1.000: ________
La metà di 500: ________
La metà di 700: ________
La metà di 3.000: ________

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Dimezzare i numeri che sono multipli esatti di 100 o di 1.000, anche quando il numero di centinaia o di migliaia è dispari.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
Dimezzare (così come raddoppiare) è di per sé un'operazione fondamentale. Le operazioni di raddoppio e dimezzamento dovrebbero quindi essere affrontate fin dalla classe prima, inizialmente entro l'intervallo numerico fino a 10 e poi fino al 20, automatizzandole al più presto almeno fino a 20. Nel secondo anno di scuola primaria, questa abilità dovrebbe essere estesa ai numeri fino a 100, cercando di automatizzare almeno il dimezzamento delle decine "piene" (anche 30, 50, 70 e 90).

A ogni ampliamento dell'intervallo numerico, saper dimezzare rapidamente centinaia e migliaia, specialmente quando la cifra principale è dispari (come nel quesito 5), è fondamentale sia per il calcolo mentale flessibile che per consolidare la comprensione del valore posizionale. Dimezzare consapevolmente numeri come 700 o 3.000 implica saper scomporre i numeri nei loro valori posizionali e, allo stesso tempo, dimostra la comprensione di questo concetto. Alla fine della quarta classe, questa abilità dovrebbe essere quasi automatica, motivo per cui è previsto un limite di tempo nella prova, pur cercando di evitare situazioni di stress per i bambini.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Il dimezzamento di 1.000, scelto volutamente come quesito introduttivo, raramente è causa di difficoltà. Dimezzare 500 e 700, invece, può risultare una richiesta con un grado di difficoltà insormontabile per alcuni bambini anche alla fine della classe quarta, perché non concepiscono la cifra 5 di 500 o la cifra 7 di 700 come 5 o 7 centinaia (e non associano un centinaio a 10 decine). In questi casi, i bambini potrebbero non fornire alcuna risposta (e, se interrogati a riguardo, potrebbero sostenere che 500 o 700 "non hanno metà"), oppure scrivere come risposta 300 (o 200) per 500, e 400 (o 300) per 700, come "quasi metà". Alcuni bambini memorizzano la metà di certi numeri senza comprendere davvero come si arriva al risultato. Ciò porta a errori di memoria (per esempio: 350 come metà di 500) o a errori di continuazione: 150 è correttamente memorizzato come metà di 300, ma come metà di 3000 viene poi scritto 1150. Anche in questo quesito sono possibili molti altri errori; il confronto diretto con il bambino aiuterà a comprenderli caso per caso.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
Se non è ancora stato consolidato, si dovrebbe prima lavorare sul dimezzamento dei numeri fino a 20, insieme al raddoppio dei numeri fino a 10, fino a raggiungere una buona automatizzazione, con la strategia dell'inversione del raddoppio. Per il raddoppio dei numeri da 6 a 9, si rivela utile la strategia della "forza del cinque": per esempio, per raddoppiare 8, si pensa a 8 come $5 + 3$. Dato che $5 + 5 = 10$ e $3 + 3 = 6$, il doppio di 8 è 16. E la metà di 16 è 8.
Dimezzare decine "piene", poi centinaia e migliaia "pieni", come per esempio 30, 500, 7.000 è, come indicato in precedenza, una tappa importante per la comprensione del sistema posizionale: per dimezzare 700, per esempio, è necessario scomporre un centinaio in 10 decine. Per favorire questo processo, i bambini dovrebbero essere invitati a rappresentare 700 con del materiale appropriato, come per esempio con delle banconote da cento o con il materiale strutturato Dienes, ricorrendo alle tavole da cento cubetti, e a riflettere su come si possa dividere equamente la quantità in due parti (cioè dimezzare). Molti bambini, anche con difficoltà di apprendimento, scopriranno da sé che devono scambiare un centinaio in 10 decine, cioè una banconota da 100 euro in dieci banconote da 10 euro, nel caso in cui si facesse ricorso alle banconote. È però fondamentale che questa abilità venga poi interiorizzata e automatizzata sempre di più anche senza l'ausilio dei materiali. Lo stesso vale per il dimezzamento delle migliaia: anche qui molti bambini hanno bisogno, nella fase iniziale, di manipolazioni guidate e precise con del materiale. Una volta che il dimezzamento anche di numeri a quattro cifre è compreso, il trasferimento a valori posizionali ancora maggiori non crea solitamente difficoltà rilevanti.

Quesito 6a: Calcolo non algoritmico: addizione e sottrazione

a) 248 + 252 = ________
b) 637 + 199 = ________

c) 723 – 24 = ________
d) 453 – 199 = ________

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Addizioni e sottrazioni nell'ambito delle centinaia. L'obiettivo del quesito è valutare se i bambini riescono a rispondere senza ricorrere all'algoritmo scritto per l'addizione o la sottrazione. Idealmente, dovrebbero sfruttare i "vantaggi di calcolo" che le domande proposte suggeriscono (vedi sotto). I bambini che si affidano agli algoritmi scritti probabilmente avranno difficoltà a rispettare il limite di tempo (60 secondi). Il tempo limite in questo quesito è quindi importante perché può fornire indicazioni sul fatto che il bambino abbia effettuato il calcolo facendo ricorso all'algoritmo scritto, anche se non ha riportato i numeri uno sotto l'altro sul foglio del test. Se dovesse essere questo il caso, tale aspetto dovrebbe essere considerato nella valutazione del quesito.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
Calcolare senza algoritmi, facendo ricorso al "calcolo semi-scritto", cioè al calcolo mentale supportato dall'eventuale annotazione di alcuni passaggi, è importante, innanzitutto, nella la vita quotidiana. Nella pratica raramente si rende necessario eseguire addizioni e sottrazioni di numeri di tre cifre in modo esatto. Tuttavia, le strategie che i bambini apprendono con il calcolo semi-scritto preparano anche al calcolo mentale "approssimato", fondamentale nella vita di tutti i giorni. I procedimenti scritti basati su algoritmi predefiniti sono invece sempre meno rilevanti nella pratica quotidiana, grazie alla presenza diffusa di calcolatrici elettroniche (vedi commento al quesito 7a/b). Inoltre, il calcolo semi-scritto dovrebbe essere utilizzato per introdurre, attraverso quesiti concreti, le leggi generali del calcolo che si basano sulle proprietà delle operazioni. Per esempio, $248 + 252$ può essere trasformato in $250 + 250$. Dietro questa trasformazione si nasconde la legge della costanza della somma in caso di variazione opposta degli addendi; essa si basa sulla proprietà associativa. $637 + 199$ può essere risolto come $637 + 200 - 1$; $435 - 199$ come $435 - 200 + 1$ oppure come $436 - 200$; $723 - 24$ come $723 - 23 - 1$. Se i bambini comprendono e applicano il calcolo semi-scritto in questo modo, acquisiscono una solida base per comprendere di seguito anche le leggi algebriche.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Se un bambino non riesce a rispondere a tutte e quattro le domande in un minuto, è probabile che abbia tentato di usare l'algoritmo scritto. È possibile che abbia tentato di mettere in atto strategie anche semi-scritte alternative, ma non abbia riconosciuto i vantaggi di calcolo suggeriti dai quesiti stessi. Un altro motivo per soluzioni incomplete può essere il calcolo "per conteggio"; questo può portare anche a tipici errori di conteggio (il risultato differisce esattamente di 1 nella posizione in cui si è contato). In concreto, gli errori che i bambini potrebbero commettere in questi quattro quesiti sono estremamente vari. Se si tratta di errori sistematici (ossia legati a una strategia o modo di pensare errato), questi si presenteranno nuovamente in colloqui individuali su quesiti simili e potranno essere chiariti tramite osservazione e domande mirate.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito
Se le difficoltà con il calcolo semi-scritto o mentale risultano evidenti, è necessaria prima di tutto una valutazione approfondita del punto di partenza dell'apprendimento. Se emerge che il bambino usa il conteggio per risolvere quesiti di questo tipo, è necessario intervenire con misure mirate per favorire l'abbandono del calcolo per conteggio. Spesso, anche nei bambini della classe quinta, questo include lavorare sulla comprensione parte-tutto dei numeri e, a seguire, sull'automatizzazione delle scomposizioni numeriche fino a 10. Oltre ai fatti di base automatizzati, il calcolo semi-scritto con numeri di più cifre presuppone una solida comprensione del valore posizionale. I quesiti da 1 a 5 di questo screening forniscono indicazioni su eventuali carenze in questo ambito che devono essere superate per poter lavorare con successo anche sul calcolo semi-scritto di addizioni e sottrazioni. Per i bambini con forti difficoltà in quest'area, l'obiettivo iniziale è saper addizionare e sottrarre in modo sicuro e consapevole numeri di due e tre cifre, anche senza ricorrere agli algoritmi. Tuttavia, il traguardo successivo – diventare più flessibili nei percorsi di calcolo e sfruttare possibili vantaggi legati al tipo di quesito da risolvere – non dovrebbe mai essere trascurato, nemmeno in presenza di grandi difficoltà.

Quesito 6b: Calcolo non algoritmico: operare con gli zeri

a) 3600 + 900 = __________
b) 56.000 + 8.000 = ________

c) 3.200 – 700 = _________
d) 54.000 – 5.000 =________

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Addizione e sottrazione con numeri aventi centinaia o migliaia "pieni". L'obiettivo del quesito è verificare se i bambini riescono a rispondere senza ricorrere all'algoritmo scritto dell'addizione o della sottrazione. Idealmente, per rispondere dovrebbero sfruttare le analogie decimali, riconoscendo che è sufficiente focalizzarsi sul calcolo tra numeri di due cifre, prestando attenzione al valore posizionale (vedi sotto). I bambini che si affidano all'algoritmo scritto probabilmente avranno difficoltà a rispettare il limite di tempo (60 secondi). Il tempo limite è quindi un elemento importante, poiché può fornire indicazioni utili per comprendere se il bambino abbia probabilmente eseguito il calcolo mediante l'algoritmo scritto, anche nel caso in cui non abbia riscritto i numeri uno sotto l'altro sul foglio del test. Qualora ciò si verifichi, questo aspetto dovrebbe essere tenuto in considerazione nella valutazione della risposta al quesito.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Come spiegato nel commento al quesito 6a, gli algoritmi del calcolo scritto sono ormai quasi irrilevanti nella vita quotidiana, grazie alla presenza diffusa di calcolatrici elettroniche. È quindi ancora più importante che i bambini apprendano a calcolare "a mente" con numeri di più cifre, anche per poter verificare la plausibilità dei risultati ottenuti dalla calcolatrice. Per questo, devono essere in grado di applicare analogie decimali: ad esempio, 3.600 + 900 può essere risolto riconducendolo a $36 + 9$. Idealmente, ciò avviene con la consapevolezza che si sta calcolando con le centinaia (C) ($36C + 9C = 45C = 4500$). Se i bambini che risolvono correttamente il quesito lo fanno con questa consapevolezza o semplicemente seguendo un "trucchetto" (prima tolgo gli zeri, poi li rimetto nel risultato), lo si può capire solo attraverso un'interazione diretta con il bambino dopo lo screening.

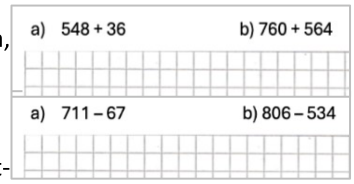
Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
I possibili errori e segnali d'allerta sono in parte gli stessi già illustrati per il quesito 6a. I requisiti necessari per il calcolo sono inferiori rispetto a quelli del quesito 6a, se si usano le analogie decimali. Anche i bambini che ricorrono ancora al conteggio potrebbero risolvere correttamente $36 + 9$ contando, e con il "trucco degli zeri" arrivare alla soluzione. Se però si affidano al conteggio per tutti e quattro i quesiti, è probabile che incontrino difficoltà a rispettare il limite temporale.

La difficoltà specifica di questi quesiti rispetto a quelli del 6a riguarda la gestione degli zeri. Possibili errori: per $3.600 + 900$, potrebbero rispondere per esempio 45.000 o 31.500 ($9 + 6 = 15$, davanti il 3); per $56.000 + 8.000$, potrebbero rispondere 6.400 o 51.400; per $3.200 - 700$, una possibile riposta errata è 25.000; per $54.000 - 500$, un errore probabile potrebbe essere 4.900 Nelle sottrazioni possono verificarsi anche i cosiddetti "errori di inversione": per esempio, $54.000 - 5.000 = 51.000$ perché nella posizione delle migliaia la sottrazione "$4 - 5$ non si può fare", quindi si inverte in "$5 - 4$").

Anche per questi errori vale quanto scritto nel quesito 6a: se sono dovuti a strategie o modalità di ragionamento errate, si ripresenteranno durante le interazioni dirette con i bambini, quando si lavorerà su quesiti simili. In questo modo sarà possibile rilevarli attraverso osservazione e domande mirate.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
Le indicazioni fornite nel commento al quesito 6a valgono anche per il quesito 6b. Inoltre, per superare le difficoltà con quesiti di questo tipo, è importante lavorare esplicitamente sulla comprensione del fatto che con le unità decimali di ordine superiore si può calcolare esattamente come con le unità. Se $3 + 4 = 7$, allora anche $3D + 4D = 7D$, e $3C + 4C = 7C$, e così via, dove "D" sta per decine e "C" sta per centinaia.
Lo stesso vale per i casi in cui si oltrepassa una decina: $15 + 8 = 23$, quindi anche $15C + 8C = 23C$. Capire che $23C = 2.300$ è una consapevolezza indispensabile per una solida comprensione del valore posizionale; questo aspetto va rafforzato, anche indipendentemente dalle applicazioni relative alle addizioni e alle sottrazioni.

Quesiti 7a e 7b: Addizione e sottrazione con l’algoritmo scritto



Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Addizione o sottrazione tramite l’algoritmo scritto nell’ambito delle centinaia, senza previo incolonnamento dei numeri.

Perché si tratta di un’abilità chiave?
Come già evidenziato nel commento al quesito 6a, svolgere l’addizione e la sottrazione in forma scritta seguendo algoritmi prestabiliti non possono più essere considerate “abilità chiave”. Quindi, se nell’attività in aula si è dato poco o nessun peso agli algoritmi scritti, sarebbe coerente rinunciare a queste due domande nello screening. Tuttavia, esistono anche motivazioni valide per non eliminare del tutto gli algoritmi scritti dal curriculum della scuola primaria. Se essi vengono affrontati, l’attenzione dovrebbe però essere rivolta soprattutto alla comprensione degli algoritmi stessi. Questa comprensione non può essere valutata tramite lo screening. I quesiti 7a e 7b mirano tuttavia a verificare almeno se i bambini sanno gestire situazioni che rappresentano tipiche fonti di errore nel calcolo scritto: a) il secondo addendo ha una cifra in meno rispetto al primo; b) sono presenti degli zeri; c) in tutti i quesiti: è necessario gestire uno o due casi di “riporto” o “presa in prestito” perché si devono raccogliere dieci unità in una decina o si deve “spacchettare” una decina in dieci unità.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d’allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Risposte errate possono derivare sia da violazioni dell’algoritmo (errori procedurali), sia da errori di calcolo in singole parti dell’operazione. Quest’ultimi possono a loro volta consistere in errori di conteggio oppure in errori di recupero di fatti aritmetici che si suppongono automatizzati. Spesso si verificano combinazioni di questi tipi di errore. Esempi di possibili errori procedurali sono, per esempio, per $548 + 36$ il risultato 5714 ($54 + 3 = 57, 8 + 6 = 14$, poi si uniscono i due risultati); per $760 + 564$ il risultato 1224 (mancato riporto); per $711 - 67$ il risultato 778 (addizione invece di sottrazione) oppure 844 (sottrazione a decine e unità, poi passaggio all’algoritmo di addizione), o ancora 756 (“errore d’inversione”, $7 - 6$ nella posizione delle unità, $6 - 1$ per le decine). Per $806 - 534$ si potrebbe presentare l’errore 372 (non si tiene conto, nella posizione delle centinaia, del fatto che è necessario “andare in prestito” nelle decine), oppure 332 (nella posizione delle decine si scrive 3 per $0 - 3$), 302 (nella posizione delle decine si scrive 0 per $0 - 3$) oppure 1340 (addizione invece di sottrazione). Gli errori di conteggio spesso si manifestano con uno scarto esatto di 1 dal risultato corretto in una posizione (per esempio $548 + 36 = 573$). Le possibilità di errori di recupero di fatti numerici sono molteplici. In ogni caso, solo in successivi colloqui individuali è possibile chiarire con precisione la natura sistematica degli errori (derivanti da calcolo per conteggio, incomprensione dell’algoritmo, ecc.) oppure verificare se si tratta di semplici “errori di distrazione”, che secondo gli studi sono però piuttosto rari.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
In primo luogo, occorre cercare di individuare con precisione la fonte degli errori del bambino (vedi sopra). Se queste riguardano – come presupposto del calcolo scritto – l’addizione e la sottrazione fino a 20, bisogna inter- venire in modo mirato su quest’ultimo aspetto (vedi il commento al quesito 6a). In caso di errori procedurali, è utile riprendere in modo approfondito l’algoritmo in questione puntando sulla comprensione, poiché essa richiede di fare necessariamente riferimento al principio di raggruppamento del sistema decimale posizionale. Sviluppare la conoscenza degli algoritmi sulla base della comprensione rappresenta una buona occasione per verificare (o, se necessario, costruire e rafforzare) la comprensione del sistema decimale che – a differenza degli algoritmi stessi – costituisce una vera competenza chiave per il proseguimento dell’apprendimento, per esempio, in vista dell’estensione dei calcoli ai numeri decimali. L’algoritmo dell’addizione può essere astratto da attività pratiche con materiale utile per la rappresentazione del sistema decimale, come per esempio banconote da cento e dieci euro e monete da un euro. Per la sottrazione, l’utilità di attività pratiche dipende dall’algoritmo scelto: nel caso del classico algoritmo che richiede di “andare in prestito” risultano certamente efficaci perché per poter eseguire praticamente la sottrazione è necessario, nel caso di quesiti adeguati allo scopo, “spacchettare” una unità di ordine superiore in dieci unità dell’ordine immediatamente inferiore.

Quesito 8: Comprensione operativa delle operazioni

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Modellizzazione di un problema testuale a un solo passaggio, che può essere risolto sia tramite completamento ($35 = 4 + \_\_\_\_\_$) sia tramite sottrazione ($35 - 4 = \_\_\_\_\_$).

Davide ha 35 anni. Davide ha 4 anni in più di Elena. Quanti anni ha Elena?

I miei calcoli:
La mia risposta: Elena ha _______ anni.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
La modellizzazione matematica è un'abilità fondamentale per tutte le attività applicative. Ogni volta che si vuole risolvere matematicamente un problema di realtà, i bambini devono (1) modellizzare la situazione reale in termini matematici, poi (2) risolvere il relativo quesito (di calcolo) sul piano puramente matematico e, infine, (3) interpretare e verificare il risultato ottenuto alla luce del contesto reale. La modellizzazione matematica viene introdotta già dal primo anno della scuola primaria e la maggior parte dei percorsi didattici presenti nei libri di testo affronta inizialmente i singoli passaggi in modo isolato, per poi applicarli a problemi o quesiti di testo proposti. Una parte significativa della matematica nella scuola secondaria è costituita da quesiti applicativi relativi ai diversi contenuti matematici. Da un anno all'altro, i compiti in matematica diventano più complessi e richiedono modellizzazioni matematiche sempre più articolate e a più passaggi.

Al termine della scuola primaria, gli alunni dovrebbero essere in grado di modellizzare autonomamente problemi applicativi a un solo passaggio che richiedono la risoluzione di un'espressione aritmetica. In questo modo, gli alunni mostrano di padroneggiare le basi del processo di modellizzazione: trasformare una situazione reale in un problema matematico, risolvere internamente il quesito e, infine, interpretare criticamente il risultato del calcolo e formulare una risposta.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Studi hanno dimostrato che, nella risoluzione di problemi testuali, gli alunni incontrano generalmente meno difficoltà nei processi di calcolo veri e propri. Le maggiori sfide consistono piuttosto, da un lato, nel trasformare la situazione concreta in un problema matematico che possa poi essere risolto con le strategie e i procedimenti già noti; dall'altro lato, anche l'ultimo passaggio, cioè la riflessione sulla soluzione calcolata (o geometrica) in relazione al contesto reale del problema, crea problemi a molti alunni.

Spesso non si riesce a interpretare correttamente il risultato ottenuto dal calcolo e a formulare una risposta che abbia senso dal punto di vista del contenuto. In altre parole: i bambini riscontrano difficoltà proprio nei passaggi dalla situazione reale al piano matematico (modellizzazione) e poi dal piano matematico nuovamente alla realtà (interpretazione). Poiché nel quesito proposto la frase di risposta è già fornita come testo con uno spazio vuoto, in cui va semplicemente inserito il risultato del calcolo, e l'operazione richiesta è relativamente facile da svolgere per alunni di quarta primaria, le difficoltà sono da attendersi soprattutto nella trasformazione del contesto reale in un'operazione matematica. Gli alunni dovranno riflettere su quale operazione permette di calcolare l'età di Elena e quindi impostare correttamente il calcolo da eseguire con i numeri forniti nel testo.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
Si sono rivelati particolarmente utili gli approcci di supporto in cui i contenuti dei problemi possono essere modellizzati in modo concreto. L'azione con oggetti reali aiuta a comprendere la situazione e a trasferire gradualmente l'azione in un'espressione aritmetica. Si è inoltre dimostrato efficace far inventare e risolvere ai bambini dei problemi testuali a partire da espressioni date, per rendere più trasparenti i processi di traduzione. Anche tematizzare e esercitare separatamente i singoli passaggi della modellizzazione può risultare utile.
Tra queste strategie rientrano quelle che facilitano la comprensione del problema e l'identificazione delle informazioni rilevanti per la soluzione all'interno del testo, come sottolineare le informazioni importanti oppure riformulare la consegna con parole proprie, con l'obiettivo di comprendere meglio la situazione concreta proposta e riconoscere le operazioni matematiche che la possono modellizzare.

Quesito 9: Fatti numerici di base per la moltiplicazione

6 x 1 = ______
10 x 8 = ______
8 x 4 = ______
7 x 9 = ______
9 x 0 = ______
7 x 5 = ______

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Rispondere rapidamente ai quesiti che coinvolgono fatti numerici di base della moltiplicazione che risultano pertanto automatizzati tramite memorizzazione o tramite derivazione da calcoli già noti. Per esempio, 8×4 può essere risolto partendo dall'operazione chiave $8 \times 5 = 40$ e poi calcolando mentalmente $40 - 8 = 32$. In alternativa, si può utilizzare il calcolo noto $10 \times 4 = 40$ e sottrarre 8 (ovvero 2×4) dal risultato.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
La conoscenza automatizzata della tavola pitagorica è il presupposto centrale per effettuare moltiplicazioni in modo flessibile con numeri di più cifre. Solo così è possibile risolvere quesiti come $630 = \_\_ \times 7$ oppure 70×500, che diventano facilmente accessibili se le operazioni di base sono state automatizzate e possono essere richiamate rapidamente. La padronanza sicura delle operazioni della tavola pitagorica è inoltre fondamentale per risolvere compiti di divisione, inizialmente nell'ambito numerico fino a 100 e successivamente anche oltre. La divisione deve essere compresa come l'operazione inversa della moltiplicazione e calcoli del tipo $72 : 8$ dovrebbero essere risolti richiamando le relative operazioni di moltiplicazione: $8 \times 9 = 72$ oppure $9 \times 8 = 72$.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Un segnale di allarme evidente si manifesta quando, già durante lo svolgimento, si osserva che i bambini risolvono tutte o alcune delle consegne ricorrendo al conteggio. A causa della limitazione del tempo di lavoro a 30 secondi, i bambini che si dovessero affidare al calcolo per conteggio in tutti i quesiti, non riuscirebbero a completarli. I sei quesiti selezionati includono volutamente anche la moltiplicazione per 1 e per 0, perché dalle ricerche in didattica della matematica è emerso che proprio in questi quesiti apparentemente semplici i bambini commettono spesso degli errori. Un errore tipico è per esempio $6 \times 1 = 1$ oppure $9 \times 0 = 9$. Questi errori possono essere attribuibili sia a una mancanza di concentrazione, sia a una comprensione operativa insufficiente. In ogni caso, è un segnale di allarme significativo se i bambini, alla fine del quarto o all'inizio del quinto anno scolastico, non padroneggiano ancora in modo sicuro le operazioni della tavola pitagorica entro il 100.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
In primo luogo, è necessario assicurarsi che i bambini abbiano sviluppato concetti di base solidi relativi alla moltiplicazione. Questo diventa evidente se sanno associare correttamente un'operazione di moltiplicazione a un problema testuale o a una rappresentazione grafica (ad esempio, 4 file con 5 punti ciascuna), se riescono a inventare autonomamente problemi testuali a partire da quesiti dati e se sono in grado di disegnare rappresentazioni significative (per esempio, 3 gruppi con 4 mele ciascuno).

Un passo successivo consiste nel verificare se i bambini padroneggiano in modo sicuro, cioè automatizzato, le "tabelline" chiave: quelle dell'uno, del due, del cinque e del dieci. Questa è la base per derivare le altre: per esempio, 9×8 è derivato da $10 \times 8 = 80$, sottraendo 8. Se nella transizione dalla scuola primaria alla secondaria i bambini continuano ad avere difficoltà con la tavola pitagorica entro il 100, non sono evidentemente riusciti, nel secondo e terzo anno, ad automatizzare le "tabelline" chiave e a sviluppare e utilizzare strategie per ricavare rapidamente i risultati delle altre, a partire da quelle chiave, con l'obiettivo di giungere con il tempo a una automatizzazione dell'intera tavola pitagorica entro il 100. Spesso la causa della mancata automatizzazione è una memoria di lavoro debole: i bambini semplicemente non riescono a ricordare i calcoli.

Per evitare che il conteggio si consolidi come strategia di soluzione, è necessario offrire ai bambini strategie alternative. Può essere utile incollare sul banco la tavola pitagorica completa con tutte le 100 operazioni e relative soluzioni (in alternativa, solo le tabelline che non sono ancora state automatizzate). In questo modo i bambini possono cercare ogni volta l'operazione corrispondente e leggere il risultato. Avere ogni giorno sotto gli occhi i calcoli favorisce il processo di automatizzazione. Parallelamente, le operazioni non ancora apprese, dovrebbero essere sistematicamente ricavate da quelle note e automatizzate gradualmente. Proprio i bambini più deboli hanno spesso difficoltà a derivare le operazioni dalle tabelline chiave, ma beneficiano maggiormente da tali strategie.

Quesito 10: Fatti numerici di base per la divisione

80 : 10 = ______
6 : 6 = ______
28 : 4 = ______
72 : 9 = ______
30 : 5 = ______
7 : 1 = ______

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Richiamo rapido dei fatti numerici di base della moltiplicazione e delle operazioni inverse.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
Se le operazioni fondamentali di divisione nell'ambito numerico fino a 100 non possono essere ricondotte alle corrispondenti operazioni automatizzate di moltiplicazione, la risoluzione di divisioni con numeri di più cifre, come $260 : 5$ o $16.008 : 4$, tramite strategie flessibili che prevedono la scomposizione del dividendo, non potrà avere successo (p.e. $260: 5$ calcolato a mente come $250: 5 + 10: 5$, applicando la proprietà distributiva). Questa abilità è fondamentale anche nella scuola secondaria per la divisione di numeri interi e razionali, soprattutto nel caso di calcoli con i numeri decimali.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Analogamente a quanto descritto per gli errori relativi alla tavola pitagorica nel commento al quesito 9, anche in questo caso il fatto che uno studente riesca a risolvere solo una parte degli item rappresenta un potenziale segnale di allerta. Il tempo a disposizione è intenzionalmente limitato, così da rendere individuabili gli alunni che risolvono le operazioni principalmente tramite il conteggio all'indietro, una strategia che richiede molto tempo e che può portare a risposte corrette solo per poche operazioni. Anche quando tali risposte risultano corrette, il ricorso sistematico al conteggio indica una mancata automatizzazione delle operazioni di base. Nella scuola secondaria di primo grado e oltre, il conteggio non costituisce più una strategia efficace.
Nella selezione dei quesiti sono state volutamente incluse anche divisioni per 10 e per 1, al fine di individuare gli alunni che non riescono a effettuare queste operazioni, oppure che le eseguono in modo errato. Come già osservato per il quesito sulla tavola pitagorica, il manifestarsi di difficoltà nelle operazioni di base alla fine della classe quarta o all'inizio della classe quinta rappresenta un chiaro segnale d'allerta, poiché tali operazioni dovrebbero ormai essere pienamente automatizzate.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
La base per la risoluzione di operazioni di divisione con divisore a una cifra entro 100 è la conoscenza automatizzata delle tabelline. Di conseguenza, i bambini che hanno difficoltà con questo tipo di quesito spesso presentano problemi anche con il quesito 9 sulle tabelline. Pertanto, in riferimento al supporto da offrire, vale quanto già indicato nel commento al quesito precedente riguardo al consolidamento delle tabelline. Inoltre, è importante che i bambini comprendano e apprendano le relazioni tra le operazioni di moltiplicazione e divisione. Da una tripletta di numeri come per esempio 6, 7 e 42, si ricavano sempre quattro quesiti: due con operazioni di moltiplicazione (sfruttando la proprietà commutativa) e due con operazioni di divisione, che sono le inverse delle prime due: $6 \times 7 = 42$, $7 \times 6 = 42$, $42 : 7 = 6$ e $42 : 6 = 7$. L'obiettivo è che il bambino riconosca questi collegamenti e li utilizzi in modo consapevole.

Quesito 11: Calcolo mentale: operare con gli zeri

a) 7 x 5.000 = ________
b) 50 x 20 = __________
c) 60.000 : 100 = _______
d) 3.000 : 5 = _________

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Risolvere operazioni di moltiplicazione e divisione nell'ambito numerico almeno fino a 100.000, combinando una conoscenza sicura delle tabelline con una solida comprensione del valore posizionale delle cifre.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
La risoluzione dei problemi di moltiplicazione basata su strategie di calcolo mentale
(eventualmente supportate dal calcolo "semi-scritto" che consiste nell'annotare alcuni passaggi), insieme a una padronanza delle tabelline e a una solida comprensione del valore posizionale delle cifre, è una condizione indispensabile per poter effettuare calcoli con i numeri decimali. Inoltre, essa rappresenta un'abilità di base fon- damentale per poter agire e orientarsi con sicurezza nel quotidiano e nel mondo del lavoro, anche quando non si hanno a disposizione strumenti come la calcolatrice o la possibilità di svolgere calcoli ricorrendo agli algoritmi scritti.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Un possibile segnale d'allerta in questo quesito si manifesta quando le operazioni di base sottostanti, come le tabelline, risultano non automatizzate o velocemente derivabili da quelle di base. Spesso, in questi casi, il risultato manca completamente perché i bambini non sanno quale numero scrivere, prima ancora di dover decidere quanti zeri aggiungere. Un altro segnale d'allerta sono gli errori legati al valore posizionale, cioè un numero errato di zeri in (quasi) tutti i quesiti. In particolare, quando gli alunni commettono errori nella gestione degli zeri a causa di una generalizzazione eccessiva delle regole, senza considerare il valore posizionale, spesso non comprendono il motivo per cui il loro risultato sia errato.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
Il tipo di difficoltà manifestato dall'alunna o dall'alunno determina l'orientamento specifico del supporto individuale da fornire. Le difficoltà possono derivare, da un lato, da una conoscenza non sufficientemente automatizzata delle tabelline (si veda a tal proposito quanto indicato per il quesito 9). Inoltre, la principale difficoltà del bambino può riguardare la gestione degli zeri. Questo accade quando l'operazione di base con le tabelline è stata risolta correttamente, ma nei risultati il numero di zeri è maggiore o minore rispetto a quello corretto. Nella moltiplicazione può essere utile scomporre il secondo fattore e procedere con i calcoli passo dopo passo, applicando la proprietà distributiva:

$$7 \xrightarrow{\cdot 5} 35 \xrightarrow{\cdot 1000} 35.000 \qquad 50 \xrightarrow{\cdot 2} 100 \xrightarrow{\cdot 10} 1.000$$

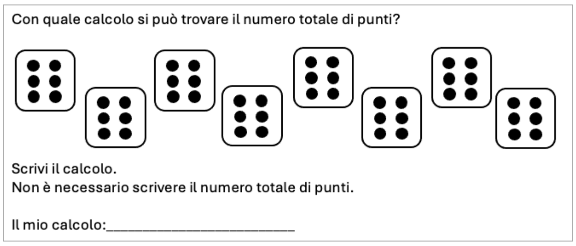
Entrambi i passaggi di calcolo possono generalmente essere eseguiti mentalmente dallo studente, che così non è costretto ad applicare regole non comprese relative all'aggiunta o alla cancellazione degli zeri.

Nella spiegazione del procedimento di divisione può essere utile inserire i quesiti in un contesto concreto, in modo che sia chiaro come il numero di zeri cambi a seconda dei valori posizionali. Gli alunni comprendono la relazione tra l'aumento degli zeri nel divisore e la loro diminuzione nel risultato.

60.000 : 1 = 60.000	30 : 5 = 6
60.000 : 10 = 6.000	300 : 5 = 60
60.000 : 100 = 600	3000 : 5 = 600

Durante le attività di sostegno o potenziamento è importante mostrare come questi quesiti possano essere risolti rapidamente a mente o, eventualmente, con il supporto di annotazioni di alcuni passaggi a libera scelta, cioè con il calcolo semi-scritto. Infatti, il calcolo con gli algoritmi scritti non offre particolari vantaggi in questi casi, poiché la presenza di zeri nel dividendo e/o nel divisore spesso porta a commettere errori.

Quesito 12: Comprensione operativa dell'operazione di moltiplicazione: rappresentazioni



Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Interpretare la rappresentazione grafica di un contesto moltiplicativo sulla base di una percezione simultanea e di un concetto di operazione consolidato.

Perché si tratta di un'abilità chiave?
Una solida comprensione operativa della moltiplicazione
è un presupposto fondamentale per la risoluzione di quesiti applicativi. La sua importanza nell'insegnamento della matematica cresce progressivamente con l'avanzare degli anni scolastici. Comprendere l'operazione significa anche saper riconoscere e interpretare situazioni moltiplicative attraverso rappresentazioni grafiche, traducendole in opportune operazioni di moltiplicazione. In generale, essendo una delle quattro operazioni fondamentali, la moltiplicazione riveste un ruolo centrale nella costruzione di un senso operativo delle operazioni matematiche.

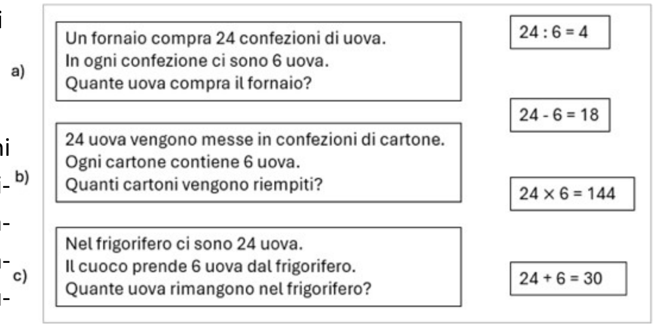
Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Un segnale d'allerta si presenta quando, alla fine della classe quarta o all'inizio della classe quinta, i bambini non riescono a interpretare la situazione rappresentata in modo moltiplicativo e propongono invece una soluzione additiva come $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$. Nella consegna era esplicitamente richiesta un'operazione che permettesse di determinare rapidamente il numero totale di punti. Un'addizione con otto addendi è soggetta a errori, sia per quanto riguarda la corretta scrittura di tutti i termini, sia per il calcolo progressivo che richiede molti risultati intermedi, anche se in questo caso non era richiesto.

Un altro segnale d'allerta si manifesta quando, invece di scrivere l'operazione, viene annotato solo il numero 48, cioè il totale dei punti. È molto probabile che non sia stata eseguita alcuna operazione, ma semplicemente siano stati contati i punti. Tuttavia, il numero totale dei punti non permette di risalire all'operazione di moltiplicazione sottostante.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
Lo sviluppo della comprensione della moltiplicazione rappresenta un obiettivo centrale nell'insegnamento della matematica nel secondo anno della scuola primaria. Pertanto, le attività di supporto devono concentrarsi proprio su questo aspetto e allenare l'interpretazione di situazioni simultaneo-spaziali (ad esempio una scatola di cioccolatini con 3 file da 5 cioccolatini ciascuna) oppure situazioni di percezione della successione temporale delle operazioni (ad esempio, mettere per 3 volte di seguito 5 caramelle nel sacchetto) come termini di una moltiplicazione, cioè $3 \times 5 = 15$. La rappresentazione di situazioni moltiplicative basate sulla successione temporale risulta spesso difficile: le immagini che dovrebbero mostrare le relative azioni o i processi coinvolti, spesso non sono interpretate in modo univoco. Viceversa, nella vita quotidiana si trovano facilmente molte rappresentazioni simultaneo-spaziali. Si pensi agli stampini per i muffin, alle cassette delle bevande, alle confezioni di uova e simili. Può essere utile chiedere ai bambini di realizzare disegni oppure scattare foto relative alle consegne che mostrano strutture moltiplicative (per esempio il numero costante di finestre nei diversi piani di una casa). È importante accompagnare queste attività con una verbalizzazione, come per esempio: «Vedo tre piani con quattro finestre ciascuno – in totale 12 finestre». La moltiplicazione corrispondente, $3 \times 4 = 12$, viene quindi pronunciata e annotata. Per consolidare queste abilità sono utili anche rappresentazioni astratte "a schieramento". Su queste si può facilmente discutere la proprietà commutativa della moltiplicazione, ruotando di 90° il foglio su cui sono disposte 3 file da 4 punti, facendo così apparire 4 file da 3 punti.

Quesito 13: Comprensione operativa delle operazioni aritmetiche

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?
Interpretare testi descrittivi e associare le operazioni aritmetiche appropriate.



Perché si tratta di un'abilità chiave?
Una comprensione solida delle quattro operazioni fondamentali e la loro chiara distinzione costituiscono la base per la risoluzione di problemi applicativi. Prima che le quattro operazioni vengano comprese nel contesto dei numeri interi e razionali durante la scuola secondaria di primo grado, e prima che possano essere affrontate e superate difficoltà specifiche come "meno per meno fa più" nella moltiplicazione dei numeri interi o la moltiplicazione per il reciproco nella divisione delle frazioni, è necessario che i bambini abbiano già una padronanza sicura delle quattro operazioni nell'ambito dei numeri naturali.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?
Sicuramente una conoscenza insufficiente della lingua italiana rende più difficile la comprensione dei testi dei problemi e la loro associazione con i calcoli appropriati. Anche il formato specifico del quesito, ovvero "associare problemi pratici a espressioni matematiche", potrebbe purtroppo non essere familiare ai bambini, pur trattandosi di un tipo di quesito molto fruttuoso. Un segnale d'allerta si manifesta sicuramente quando le associazioni sembrano essere state fatte in modo casuale. In questi casi, è opportuno chiarire successivamente con il bambino, tramite colloquio individuale, il motivo delle scelte effettuate. Spesso il bambino riconosce già da solo l'errore e riesce a correggere autonomamente l'associazione.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?
Gli alunni che non riescono ad autocorreggersi in un secondo momento necessitano di un rafforzamento intensivo nell'ambito della comprensione operativa delle quattro operazioni fondamentali. Spesso, un approccio operativo, basato sull'azione concreta, risulta più semplice da comprendere per gli alunni rispetto a una mera rappresenta- zione linguistica o grafica. Per esempio, l'item b), che riguarda la domanda su quanti cartoni da sei uova si possono riempire con 24 uova, può essere inizialmente risolto attraverso la suddivisione concreta, mettendo ogni volta 6 uova in un cartone. L'azione – formare gruppi di sei – viene accompagnata verbalmente: «Ho 24 uova e le metto nei cartoni da 6 – posso riempire 4 cartoni», e infine viene esplicitata e scritta come operazione: $24 : 6 = 4$. Allo stesso modo, anche gli item a), relativo alla moltiplicazione, e c), relativo alla sottrazione, possono essere affrontati partendo da un'azione concreta, e successivamente espressi sia verbalmente, sia simbolicamente. Infine, si potrebbe invitare il bambino a inventare una storia che corrisponda all'operazione $24 + 6$. Le modalità di risoluzione del bambino ai quesiti proposti in questo modo forniscono ulteriori informazioni di tipo diagnostico. Nei passaggi successivi, con altri quesiti, l'azione concreta dovrebbe dapprima essere sostituita da una descrizione dell'azione immaginata, fino a quando il bambino non inizi a lavorare prontamente sul piano simbolico.

4 Note sulla valutazione dei risultati

Per supportare la valutazione dei risultati dei test, sono disponibili diversi strumenti scaricabili dal sito https://www.ditom.org/de/tests.

Per gli insegnanti che preferiscono effettuare la valutazione manualmente, vengono messi a disposizione i seguenti materiali:

- un **foglio riepilogativo per l'assegnazione dei punteggi**, che riporta per ciascun quesito i criteri per attribuire 1 punto, 0,5 punti o 0 punti;
- un **foglio di valutazione individuale**, utile per registrare e documentare i risultati del singolo alunno, qualora si desideri mantenere una panoramica individuale;
- un **foglio di valutazione della classe**, pensato per registrare e documentare in modo sistematico i risultati dell'intero gruppo classe.

Un'opzione molto meno dispendiosa in termini di tempo è la valutazione dei risultati tramite Excel. A tal fine è possibile scaricare un file Excel preimpostato, composto da due fogli di lavoro, tra i quali è possibile spostarsi utilizzando le etichette poste in basso a sinistra.

Nel foglio denominato **"Qualitativo"**, nella colonna assegnata a ciascun bambino, devono essere inserite le risposte così come riportate nel fascicolo di test per ciascun item, cioè sotto-quesito. Se un bambino ha lasciato una risposta in bianco, va inserito il valore **999**.

Una volta completato l'inserimento dei dati, si passa al foglio **"Quantitativo"**. Il programma segnalerà automaticamente se ciascun item è stato risolto correttamente (1) oppure in modo errato (0), e calcolerà il punteggio attribuito a ciascun quesito (1 / 0,5 / 0). Al termine di ogni riga vengono visualizzati la percentuale di quesiti risolti correttamente e il punteggio totale di ciascun bambino. Al termine di ogni colonna è invece indicata la percentuale di bambini della classe che hanno risolto correttamente quello specifico quesito.

I "punteggi soglia critici" del Progetto DiToM 4+ e la loro interpretazione

Come illustrato nella Sezione 1, il DiToM non è stato concepito con finalità di etichettamento degli alunni. Si invitano pertanto gli insegnanti a fare riferimento alla discussione sugli obiettivi e sui principi guida del progetto DiToM presentata in quella sezione.

Nella stessa sezione è inoltre fornita una spiegazione più approfondita dei cosiddetti punteggi soglia critici, determinati sulla base delle sperimentazioni pilota degli screening DiToM. Per la versione DiToM 4+, tali soglie sono state ricavate a partire dai dati di 934 studenti dei sette Paesi partner del progetto, mediante l'applicazione del metodo statistico dell'Analisi delle Classi Latenti. Questo approccio consente di assegnare ciascun alunno, in base al punteggio complessivo ottenuto nel DiToM 4+, a uno dei seguenti tre gruppi:

Intervallo di punteggio	**Gruppo**
da 0 a 9	A - Segni di difficoltà diffuse in diverse aree chiave
da 9,5 a 12,5	B - Indicazioni di difficoltà in alcune aree chiave
da 13 a 16	C - Nessuna indicazione di difficoltà rilevanti nelle aree chiave

A titolo di nota conclusiva, in collegamento con quanto discusso nella Sezione 1, è importante ricordare che uno screening fornisce soltanto una fotografia momentanea della situazione. I risultati devono pertanto essere sempre messi in relazione con le osservazioni quotidiane dell'insegnante e con le esperienze di apprendimento proposte in classe. Se necessario, essi possono costituire un punto di partenza per colloqui di approfondimento con i singoli bambini, finalizzati a chiarire, precisare o integrare le osservazioni raccolte e, qualora opportuno, a rivedere almeno in parte le conclusioni inizialmente formulate dall'insegnante.

Valutazione e punteggio dello Screening Test 4+ (punteggio massimo 16 punti)

1	Scrittura di numeri sotto dettatura	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (5.089, 43.005, 300.500) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
2	Confronto tra numeri	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (>, >, <) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
3a	Aggiungere 1/10/100	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (9.900, 4.600, 4.000) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
3b	Togliere 1/10/100	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (6.999, 3.490, 3.900) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
4	Numeri sulla retta dei numeri	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e quattro le risposte sono corrette (7.000, 5300, 4.080, 12.500) Tre risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
5	Dividere a metà numeri fino a 10.000	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e quattro le risposte sono corrette (500, 250, 350, 1.500) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
6a	Calcolo non algoritmico: addizione e sottrazione	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e quattro le risposte sono corrette (300, 736, 699, 354) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
6b	Calcolo non algoritmico: operare con gli zeri	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e quattro le risposte sono corrette (4.500, 64.000, 2.500, 49.000) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
7a	Addizione con l'algoritmo scritto	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e due le risposte sono corrette (584, 1.324) Una risposta è corretta Tutte le altre soluzioni
7b	Sottrazione con l'algoritmo scritto	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e due le risposte sono corrette (644, 272) Una risposta è corretta Tutte le altre soluzioni
8	Comprensione operativa	1 P. 0,5 P. 0 P.	Il calcolo e il risultato corretti (35 - 4 = 31) o il calcolo oppure il risultato non sono annotati correttamente tutte le altre soluzioni
9	Fatti numerici di base per la moltiplicazione	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e sei le risposte sono corrette (6, 80, 32, 63, 0, 35) Cinque risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
10	Fatti numerici di base per la divisione	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e sei le risposte sono corrette (8, 1, 7, 8, 6, 7) Cinque risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
11	Calcolo mentale: operare con gli zeri	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e quattro le risposte sono corrette (35.000, 1.000, 600, 600) Tre risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
12	Comprensione operativa della moltiplicazione: rappresentazioni	1 P. 0 P.	Termine corretto (6×8 oppure 8×6) Tutte le altre soluzioni
13	Comprensione operativa delle operazioni aritmetiche	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (a →3, b →1, c →2) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni

Valutazione per il gruppo classe

DiToM Diagnostic Tool in Mathematics

Valutazione **DiToM Screening 4+** **Classe** ________ **Data** ______________

	3 corretti = 1 P 2 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	3 corretti = 1 P 2 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	3 corretti = 1 P 2 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	3 corretti = 1 P 2 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	4 corretti = 1 P 3 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	4 corretti = 1 P 3 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	4 corretti = 1 P 3 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	4 corretti = 1 P 3 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	2 corretti = 1 P 1 corretto = 0.5 P altrimenti = 0 P	2 corretti = 1 P 1 corretto = 0.5 P altrimenti = 0 P	2 corretti = 1 P 1 corretto = 0.5 P altrimenti = 0 P	6 corretti = 1 P 5 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	6 corretti = 1 P 5 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	4 corretti = 1 P 3 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	corretto =1 P errato = 0 P	3 corretti = 1 P 2 corretti = 0.5 P altrimenti = 0 P	
Nome	Item 1	Item 2	Item 3a	Item 3b	Item 4	Item 5	Item 6a	Item 6b	Item 7a	Item 7b	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	**totale**

Valutazione per studente

DiToM
Diagnostic Tool in Mathematics

Nome: ____________________________________

Data: ____________________________________

Valutazione DiToM Screening 4+

Item	risposta corretta	Check corretto/errato	Punti
1.a	5.089		
1.b	43.005		
1.c	300.500		
2.a	>		
2.b	>		
2.c	<		
3a.a	9.900		
3a.b	4.600		
3a.c	4.000		
3b.a	6.999		
3b.b	3.490		
3b.c	3.900		
4.a	7.000		
4.b	5.300		
4.c	4.080		
4.d	12.500		
5.a	500		
5.b	250		
5.c	350		
5.d	1.500		
6a.a	300		
6a.b	736		
6a.c	699		
6a.d	354		
6b.a	4.500		
6b.b	64.000		
6b.c	2.500		
6b.d	49.000		

Item	risposta corretta	Check corretto/errato	Punti
7a.a	584		
7a.b	1.324		
7b.a	644		
7b.b	272		
8 part 1	35-4		
8 part 2	31		
9.a	6		
9.b	80		
9.c	32		
9.d	63		
9.e	0		
9.f	35		
10.a	8		
10.b	1		
10.c	7		
10.d	8		
10.e	6		
10.f	7		
11.a	35.000		
11.b	1.000		
11.c	600		
11.d	600		
12	6x8 o 8x6		
13.a	a) - 3		
13.b	b) - 1		
13.c	c) - 2		

Punteggio totale ottenuto (max 16)

Commento: ____________________________________

Valutazione:

Item 1, 2, 3 e 13	tutte e 3 corrette = 1 punto; 2 corrette = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
Item 4, 5, 6 e 11	tutte e 4 corrette = 1 punto; 3 corrette = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
Item 7 e 8	tutte e 2 corrette = 1 punto; 1 corretto = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
Item 9 e 10	tutte e 6 corrette = 1 punto; 5 corrette = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
Item 12	corretto = 1 punto; errato o non svolto = 0 punti

5 Riferimenti bibliografici

Fandiño Pinilla, M. I., & Sbaragli, S. (2023). Matematica di base per insegnare nella scuola primaria. Bonomo.

Gaidoschik, M. (2024). Mathematical learning difficulties: Some reflections on the relationship between didactic and a particular kind of psychological research. La Matematica e la sua Didattica, 32(1), 51-69.

Gaidoschik, M., & Asenova, M. (2022). La scomposizione additiva al centro dell'aritmetica all'inizio della scuola primaria: basi teoriche ed esempi d'aula. In B. D'Amore (Ed.), Atti del Convegno Didattica della matematica come attività di ricerca in aula. Atti del XXXVI Convegno "Incontri con la matematica", Castel san Pietro Terme (Bo), 21- 23 ottobre 2022 (pp. 93-94). Pitagora.

Livingston, S. A. (2014). Equating Test Scores (without IRT). 2nd edition. Educational Testing Service.

Marazzani, I. (2026). Dal conteggio alla costruzione di strategie di calcolo mentale. Basi teoriche ed esperienze didattiche dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria. Roseto degli Abruzzi: LS Scuola (in corso di stampa).

Progetto „Per contare". Accessibile da https://www.percontare.it/