Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

DiToM
Diagnostic Tool in Mathematics

Screening 4+

Handbuch

Co-funded by the European Union

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Dieses Handbuch will Sie bei der Durchführung des Screenings **DiToM 4+** und der Weiterarbeit mit den Ergebnissen der Testung Ihrer Klasse unterstützen. Sie finden auf den folgenden Seiten

1. eine kurze **Einführung** in die Ziele und Grundideen des Erasmus+ Projekts DiToM;
2. eine detaillierte **Anleitung zur Durchführung** des Screenings 4+ in der Klasse;
3. kompakte **Erläuterungen zu den einzelnen Aufgaben,** inklusive Hinweisen zu möglichen Unterstützungsmaßnahmen für Kinder, für die das Screening Lernrückstände im Bereich von Schlüsselkompetenzen angezeigt hat;
4. **Hinweise zur Auswertung** und Dokumentation der Ergebnisse.

Die Durchführungsanleitung (Teil 2) und die in Teil 4 erläuterten Auswertungstabellen finden Sie auf www.ditom.org/de/ auch getrennt von diesem Handbuch als jeweils eigenes pdf-Dokument zum Ausdrucken.

1 Ziele und Grundideen von DiToM

Das Erlernen von Mathematik erfolgt in Stufen: Neues Wissen baut auf sicherem Vorwissen auf. Fehlen grundlegende Ideen und Konzepte, wird es für die Schülerinnen und Schüler zunehmend schwieriger, Verständnis für inhaltlich darauf aufbauende mathematische Inhalte zu entwickeln. Ergebnisse internationaler und nationaler Studien zeigen, dass derzeit ein erheblicher Teil der Lernenden schon in der Grundschule und, aus den erläuterten Gründen fast zwangsläufig, dann auch in der weiterführenden Schule die Mindeststandards in Mathematik nicht erreicht. Bestürzend viele Jugendliche verfügen nach Abschluss ihrer Schulpflicht nicht über das Basisniveau an mathematischer Bildung, welches gemäß OECD-Definition für eine „volle Teilnahme am gesellschaftlichen Leben“ notwendig wäre.

Um gegensteuern zu können, müssen Lehrkräfte Lernschwierigkeiten in Mathematik zunächst erkennen – möglichst frühzeitig, möglichst differenziert. Erst auf dieser Grundlage können gezielte Unterstützungsmaßnahmen ergriffen werden. Genau hier setzt das EU-Projekt **„Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)“** an. In einer Partnerschaft zwischen Deutschland, Frankreich, Griechenland, Kroatien, Italien, Schweden und Spanien wurden fünf miteinander verbundene Screening-Instrumente entwickelt. Diese ermöglichen es Lehrkräften, jeweils am Ende bzw. zu Beginn eines Schuljahres einen kompakten Überblick darüber zu gewinnen, ob bzw. welche Kinder der Klasse Gefahr laufen, ohne gezielte Unterstützungsmaßnahmen in Mathematik den Anschluss zu verlieren. Die Screenings folgen einem Zweijahresrhythmus:

Screening 0+ für den Beginn der Grundschule

Screening 2+ für Ende der 2. Klasse / Beginn der 3. Klasse

Screening 4+ für Ende der 4. Klasse / Beginn der 5. Klasse

Screening 6+ für Ende der 6. Klasse / Beginn der 7. Klasse

Screening 8+ für Ende der 8. Klasse / Beginn der 9. Klasse

Was sind und leisten die DiToM-Screenings?

Die fünf Screenings sind Papier-und-Stift Tests zu jeweils den mathematischen Schlüsselkompetenzen, die zu Beginn einer Schulstufe gefestigt sein sollten, damit neue Inhalte mit Verständnis gelernt werden können. Die Tests können mit der gesamten Klasse innerhalb einer Unterrichtsstunde durchgeführt und mittels Auswertungshilfen (siehe 3.) mit relativ geringem zeitlichem Aufwand ausgewertet werden. Die Ergebnisse liefern für die jeweilige Klasse einen ersten, strukturierten Überblick darüber, welche Kinder in welchen Bereichen vermutlich zusätzliche Unterstützung benötigen. Das „vermutlich“ ist wichtig: Ein Screening ersetzt ausdrücklich **nicht** eine individuelle, qualitative Lernstandserfassung. Insbesondere kann das Screening bestenfalls Anhaltspunkte dafür liefern, auf Grundlage welcher Denkweisen und mit welchen Strategien Kinder einzelne Aufgaben gelöst haben. Für die genauere Abklärung sind gezielte Beobachtungen und Einzelgespräche auf Basis weiterer, feiner differenzierende Aufgaben nötig. Das Screening kann aber als Ausgangspunkt für solche weiterführenden Lernstandserfassungen dienen und deutlich machen, mit welchen Kindern diese durchgeführt werden sollten.

Was bedeutet „mathematische Schlüsselkompetenzen“?

Wie einleitend schon festgehalten, ist die Schulmathematik durch eine „innere Lernhierarchie“ (Wittmann, 2015, S. 199) gekennzeichnet. Das gilt insbesondere in den Inhaltsbereichen Arithmetik (Zahlen und Operationen) und Algebra, auf die sich die DiToM-Screenings bewusst beschränken. In diesen Bereichen lassen sich auf jeder Lernstufe „Schlüsselkompetenzen“ identifizieren, ohne welche weitere Inhalte nicht mit Verständnis und daher nicht nachhaltig gelernt werden können.

Ein Beispiel zur Verdeutlichung: Um erfolgreich mit (natürlichen) Zahlen umgehen zu können, müssen Kinder diese im Sinne des Teile-Ganzes-Konzepts verstehen; ein Prozess, der im ersten Schuljahr abgeschlossen sein sollte. Teile-Ganzes-Konzept heißt, am Beispiel der Zahl Sieben: Kinder sollten Sieben sie als Zusammensetzung (Ganzes) aus den Zahlen Fünf und Zwei, ebenso aber Vier und Drei, Eins und Sechs usw. verstehen. Dieses

Verständnis sollte in einem nächsten Schritt auch automatisiert werden. Es sollte einem Kind also keine weitere Denkanstrengung abverlangen, die Zahl Fünf als fehlenden zweiten Teil der Zahl Sieben mitzudenken, wenn ihm Sieben als das Ganze und Zwei als ein Teil dieses Ganzen vorgegeben werden. Es sollte also bei Zahlen immer schon auch Zerlegungen und damit Beziehungen zu anderen Zahlen mitdenken. Diese Kombination aus Verstehen und Automatisieren ist für viele Schlüsselkompetenzen charakteristisch: Erst auf Basis gewisser Automatismen können Kapazitäten freigemacht werden, um mathematische Aufgaben auf höherer Stufe sicher bewältigen zu können.

Ob die Schlüsselkompetenz „Zahlen als Zusammensetzungen denken“ (oder „Zahlen zerlegen“) ausreichend gefestigt ist, zeigt sich beispielsweise darin, wie Kinder rechnen. Wer Sieben als Fünf und Zwei denkt, wird 7-5 durch Rückgriff auf diese Zahlzerlegung schon im Laufe des ersten Schuljahres lösen können, ohne dabei auf Zählstrategien zurückgreifen zu müssen. Kinder, denen diese Schlüsselkompetenz fehlt, sind oft noch am Ende der Grundschulzeit beim Addieren und Subtrahieren auf mühsame, zeitaufwändige und fehleranfällige Zählstrategien angewiesen. Zählend addierende und subtrahierende Kinder sind in der Regel spätestens dann überfordert, wenn es um das (auch überschlagende) Kopfrechnen mit zwei- und mehrstelligen Zahlen geht. Sie sind aber auch kaum in der Lage, Querverbindungen zwischen Einmaleinsaufgaben zu nutzen, sich also in der Phase des Erlernens des Einmaleins beispielsweise damit zu helfen, dass neunmal sechs um sechs weniger ist als das einfach zu merkende zehnmal sechs. Defizite im Bereich einer Schlüsselkompetenz (Zahlen als Zusammensetzungen) behindern also den Erwerb weiterer Schlüsselkompetenzen (Addieren, Subtrahieren, Einmaleins), die ihrerseits Voraussetzung für weitere Lernschritte sind (Dividieren, Proportionen erkennen und anwenden…). Das wirkt über die Grundschule hinaus: Wer mit natürlichen Zahlen Probleme hat, wird mit Brüchen und Dezimalzahlen noch größere bekommen. Später baut die Algebra auf Einsichten auf, die mit den Grundrechenarten in der Grundschule gewonnen werden sollten; ohne diese wird sie für Kinder und Jugendliche zu einer kaum entzifferbaren Geheimschrift.

Deshalb konzentrieren die DiToM-Screenings sich auf Schlüsselkompetenzen: Jene, die zu Beginn der Schuljahre 1, 3, 5, 7 und 9 jeweils aufgebaut sein sollten, damit das Weiterlernen in Mathematik erfolgreich sein kann.

DiToM-Screening 4+ durchgeführt – was nun?

Mit den in Kapitel 4 erläuterten Auswertungshilfen gelangen Sie zu einer Auswertungstabelle (Excel oder Papier), die in zwei Richtungen gelesen werden kann und unserer Intention auch sollte:

- *Für jedes Kind* zeigt sich in den Querzeilen, welche Aufgaben vollständig oder teilweise richtig, falsch oder nicht gelöst wurden. Daraus ergibt sich ein Gesamtpunktewert für das einzelne Kind.
- *Für jede Aufgabe* zeigt sich in den Längsspalten, wie viele Kinder diese Aufgabe vollständig oder teilweise richtig, falsch oder nicht gelöst haben.

Mit Bezug auf die Kinder
geht es DiToM nicht darum, Etiketten zu vergeben. Die Screenings verfolgen ausdrücklich **nicht** den Zweck, Kinder mit „Dyskalkulie“ ausfindig zu machen. Klinisch-psychologische Diagnosen dieser Art helfen auch nicht weiter für die Frage, die für das DiToM-Projekt im Vordergrund steht: Wie können Lehrkräfte Kinder unterstützen, die im Bereich arithmetischer Schlüsselkompetenzen Schwierigkeiten haben? Voraussetzung jeder gezielten Unterstützung ist die möglichst detaillierte **Erfassung des aktuellen Lernstands**. DiToM will dabei helfen, Kinder zu identifizieren, mit denen eine solche detaillierte Lernstandserfassung dringend nötig ist: nicht mehr, aber auch nicht weniger. Im Kapitel 2 dieses Handbuchs finden Lehrkräfte darüber hinaus zu jeder Aufgabe auch kurze Hinweise dafür, welche Art von Unterstützung in weiterer Folge hilfreich sein könnte.

Im Sinn der obigen Ausführungen sind die in Kapitel 4 erläuterten **kritischen Punktewerte** zu verstehen, die wir auf Basis der Erprobung der DiToM-Screenings mit 8.820 Kindern in den sieben Partnerländern ermittelt haben. Die Ermittlung dieser Punkte erfolgte durch eine Latente Klassenanalyse (Näheres zu dieser statistischen Methode finden Sie etwa bei Livingston, 2014). Sie erlaubt es, die Kinder auf Basis ihrer im Screening erreichten Punkte einer der drei folgenden Gruppen zuzuordnen:

Gruppe A: Kinder, die im Bereich mehrerer Schlüsselkompetenzen umfassende Schwierigkeiten zeigen.
Gruppe B: Kinder, für die das Screening Hinweise auf Schwierigkeiten in einzelnen Bereichen liefert.
Gruppe C: Kinder, für die das Screening keine Hinweise auf größere Probleme anzeigt.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass ein Screening immer nur eine Momentaufnahme liefert. Einzelne Kinder können einen schlechten Tag gehabt haben, abgelenkt worden sein, umgekehrt trotz aller Vorsichtsmaßnahmen abgeschrieben haben… Die Screening-Ergebnisse müssen entsprechend vorsichtig interpretiert, mit bisherigen Beobachtungen und Erfahrungen abgeglichen bzw. zum Anlass genommen werden, in den folgenden Tagen und Wochen gezielte Beobachtungen anzustellen und der Klasse und/oder einzelnen Kindern weitere Aufgaben eines bestimmten Inhaltsbereichs zu stellen.

Erhärtet sich dabei, dass ein Kind der **Gruppe A** zugehört, ist zu befürchten, dass seine Lernschwierigkeiten in Mathematik im Laufe des Schuljahres noch größer werden, sofern nicht möglichst zeitnah möglichst effiziente Gegenmaßnahmen gesetzt werden. Das vorliegende Handbuch kann in Kapitel 2 mit Bezug auf die in den einzelnen Aufgaben jeweils erfassten Schlüsselkompetenzen nur andeuten, in welche Richtung solche Gegenmaßnahmen gehen sollten. Für umfassendere Empfehlungen verweisen wir auf einschlägige Fachliteratur.

Auch Kinder der **Gruppe B** benötigen vermutlich zusätzliche Unterstützung in zumindest einigen Bereichen, um nächste Stufen im Lernprozess gut zu meistern. Zu bedenken ist, dass *alle* Screening-Aufgaben Schlüsselkompetenzen überprüfen. Das Screening ist bewusst so angelegt, dass es im höheren Leistungsbereich nicht differenziert; im Idealfall werden die Aufgabe vom Großteil der Kinder als (sehr) einfach empfunden. Deshalb sollten auch Fehler von Kindern der **Gruppe C** bei nur einzelnen Aufgaben ernst genommen werden und Anlass geben zum Nachdenken darüber, ob und wie im Screening angezeigten Lernrückstände im Bereich von Schlüsselkompetenzen überwunden werden können.

Mit Bezug auf die Klasse
gilt letzteres insbesondere dann, wenn die Auswertung ergeben sollte, dass eine oder mehrere Aufgaben von mehr als nur einzelnen Kindern nicht richtig gelöst wurden. Das muss nicht, kann aber auch daran liegen, dass die Kinder im bisherigen Unterricht im Bereich dieser Schlüsselkompetenz(en) zu wenige oder zu wenig gezielte Anregungen erhalten haben. Umso wichtiger ist es, dass die Kinder – in diesem Fall ein großer Teil der Klasse – diese Anregungen nun erhalten, selbst wenn curricular bereits weiterführende Inhalte vorgesehen sein sollten. Denn die oben erläuterte Lernhierarchie der Mathematik macht es auf jeder Schulstufe erforderlich, Voraussetzungen im Bereich von Schlüsselkompetenzen abzusichern, bevor im Stoff weitergegangen wird.

2 Durchführung des Screenings 4+

Das Screening 4+ ist ausgelegt für den Einsatz mit der gesamten Lerngruppe am Ende des 4. Schuljahrs oder unmittelbar zu Beginn des 5. Schuljahrs.

Es umfasst folgende Aufgaben:

1 Schreiben von Zahlen
2 Zahlen vergleichen
3a Addieren von 1/10/100 mit Bündeln
3b Subtrahieren von 1/10/100 mit Entbündeln
4 Zahlen auf dem Zahlenstrahl
5 Halbieren von Zahlen bis zu 10.000
6a Nicht-algorithmisches Rechnen: Addieren und Subtrahieren
6b Addieren und Subtrahieren: Der Umgang mit Nullen
7a Schriftliches Addieren
7b Schriftliches Subtrahieren
8 Operationsverständnis Addition/Subtraktion: Textaufgabe
9 Einmaleins
10 Division: Basisfakten
11 Multiplizieren und Dividieren: Der Umgang mit Nullen
12 Operationsverständnis: Darstellungen
13 Operationsverständnis: Textaufgaben

Im Folgenden wird Aufgabe für Aufgabe im Detail erläutert, welche Anweisungen Sie den Kindern bei der Durchführung geben sollten und wie Sie die Aufgaben präsentieren sollten.

Die folgenden Anweisungen sind in einer für den Ausdruck um Beispiel- und Leerseiten erweiterten Version als eigene pdf-Datei im Download erhältlich.

Wenn Sie diese Datei doppelseitig ausdrucken und spiralbinden, entsteht ein Heftchen, aus dem Sie während der Durchführung die Anleitungen vorlesen können bzw. nachlesen können, was bei der Durchführung zu beachten ist. Durch die in der Druckversion eingefügten Beispielseiten ergibt sich die Möglichkeit, dabei die jeweils linke Hälfte einer Doppelseite zu den Kindern umzublättern und hochzuhalten. So sehen die Kinder bei den jeweiligen Aufgaben die dafür vorgesehene Beispielaufgabe, anhand derer Sie erklären können, was jeweils zu tun ist.

Vor dem und beim Verteilen der Testhefte

Sagen Sie den Kindern, dass

- Sie herausfinden möchten, was die Kinder bereits wissen und können, was ihnen leichtfällt und was vielleicht noch schwieriger für sie ist. Deshalb erhält jeder von ihnen ein kleines Heft mit Aufgaben.
- es wichtig ist, dass sie die Aufgaben selbst lösen und nicht von ihren Nachbarn abschreiben. Erstens, weil die Lösungen der anderen Kinder falsch sein könnten. Zweitens, weil es für Sie wichtig ist, zu wissen, was jedes Kind schon allein kann oder wo es noch Schwierigkeiten hat, damit Sie ihm helfen können.
- sie mit Bleistift schreiben sollten. Falls sie etwas Falsches geschrieben haben, sollten sie es einfach durchstreichen und die richtige Antwort darüber, darunter oder daneben schreiben. Radieren würde zu lange dauern.
- Sie sie nacheinander durch die Aufgaben führen und ihnen genau erklären werden, was bei jeder Aufgabe zu tun ist.
- sie NICHT selbständig vorarbeiten sollen, sondern immer erst dann gemeinsam zur nächsten Aufgabe umblättern, wenn Sie sie dazu auffordern.
- es wichtig ist, dass sie aufmerksam sind und bei Ihren Erklärungen genau zuhören. Bei einigen Aufgaben gehen Sie gemeinsam ein Beispiel durch, bevor sie die Aufgaben selbständig bearbeiten.
- sie sich keine Sorgen machen sollen, wenn sie eine Antwort nicht wissen; einige Aufgaben sind ziemlich knifflig, sodass es sein kann, dass sie keine Antwort wissen oder Fehler machen; sie sollten einfach ihr Bestes versuchen, ohne jeden Stress.
- Sie sie manchmal auffordern werden, den Stift wegzulegen, auch wenn sie vielleicht noch nicht alle Aufgaben auf der Seite erledigt haben; sie sollten sich keine Sorgen machen, wenn das passiert, auch das ist völlig in Ordnung. Sie sollten aufhören, an einer Seite zu arbeiten, wenn Sie sie dazu auffordern. Sagen Sie später bei den Aufgaben mit Zeitlimit aber NICHT, dass es sich nun um eine Aufgabe mit begrenzter Arbeitszeit handelt; das würde nur Stress bereiten.

Bei den Aufgaben, die kein Zeitlimit haben, sollten Sie, um Unruhe in der Klasse zu vermeiden, selbst entscheiden, wann es Zeit ist, zur nächsten Seite überzugehen, auch wenn einzelne Kinder nicht alle Aufgaben gelöst haben.

Um Schummeln zu vermeiden, können Sie die Kinder in größeren Abständen zueinander setzen oder einen Sichtschutz zwischen den Kindern aufstellen.

Vergewissern Sie sich, dass jedes Kind einen spitzen Bleistift hat und dass die Tische darüber hinaus leer sind.

Verteilen Sie nun die Hefte und sagen Sie den Kindern, dass sie diese noch nicht öffnen sollen. Bitten Sie sie, ihren Vornamen und ihre Klasse auf die erste Seite zu schreiben.

1 Schreiben von Zahlen

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

a) ______________________

b) ______________________

c) ______________________

Kein Zeitlimit!

„Bitte blättere jetzt um zur ersten Aufgabe.

Du siehst drei Zeilen a) bis c).
Ich werde drei Zahlen ansagen, die du untereinander aufschreiben sollst.

Das sind die drei Zahlen:

→ *Lesen Sie die Zahl jeweils zwei Mal laut und deutlich vor.*
Warten Sie einige Sekunden, bevor Sie die nächste Zahl vorlesen und kündigen Sie die zweite/dritte Zahl an: Nächste Zahl:

a) fünftausendneunundachtzig (5.089)
b) dreiundvierzigtausendfünf (43.005)
c) dreihunderttausendfünfhundert (300.500)

Jetzt gehen wir zur nächsten Aufgabe weiter, blättere aber noch nicht um!“

2 Zahlen vergleichen

Beispiel

→ *Schreiben Sie die folgenden beiden Beispiele an die Tafel.*

500 550 **600 550**

„Vergleichen wir das erste Zahlenpaar: 500 ist ***kleiner*** als 550.
Also schreiben wir das Zeichen für kleiner als dazwischen: 500 < 550

→ *Schreiben Sie das Zeichen* **<** *zwischen das erste Zahlenpaar.*

Schauen wir uns jetzt das zweite Zahlenpaar an. 600 ist ***größer*** als 550.
Also schreiben wir das Zeichen für größer als dazwischen: 600 > 550“

→ *Schreiben Sie das Zeichen* **>** *zwischen das zweite Zahlenpaar.*

Testaufgabe

a) 6.001 5.999

b) 7.955 7.599

c) 99.899 102.101

Kein Zeitlimit!

„Bitte blättere jetzt zur nächsten Aufgabe.

Hier siehst du drei weitere Zahlenpaare. Vergleiche die beiden Zahlen und schreibe das richtige Zeichen dazwischen.

Wenn du fertig bist, legst du deinen Stift auf den Tisch.
…

Jetzt erkläre ich die nächste Aufgabe. Blättere noch nicht um!“

3a Addieren von 1/10/100 mit Bündeln

Beispiel

„Bei der nächsten Aufgabe geht es darum, was mehr als eine bestimmte Zahl ist. Machen wir ein Beispiel:

→ *Schreiben Sie 1 mehr als 236: _____ an die Tafel*

Eins mehr als 236 ist .... (*lassen Sie die Schüler zuerst antworten)* ... 237.

→ *Schreiben Sie 237 in die Zeile neben 236*

Nächstes Beispiel:

→ *Schreiben Sie 10 mehr als 350: ______ an die Tafel*

Zehn mehr als 350 ist ... *(lassen Sie die Schüler zuerst antworten)* ... 360.

→ *Schreiben Sie 360 in die Zeile neben 350.*

Und ein letztes Beispiel noch:

→ *Schreiben Sie 100 mehr als 570: ______ an die Tafel*

Hundert mehr als 570 ist ... *(lassen Sie die Schüler zuerst antworten)* ... 670."

→ *Schreiben Sie 670 in die Zeile neben 570.*

Testaufgabe

1 mehr als 9.899: _____________

10 mehr als 4.590: _____________

100 mehr als 3.900: ______________

Kein Zeitlimit!

„Bitte blättere nun zur nächsten Aufgabe um.

Hier siehst du drei Zahlen. Deine Aufgabe ist es, herauszufinden,
was 1 mehr ist, dann 10 mehr, dann 100 mehr.
Denke gut nach und schreibe die richtigen Zahlen auf die Linien.

Wenn du fertig bist, legst du den Stift weg.
...

Jetzt erkläre ich die nächste Aufgabe. Blättere noch nicht um!"

3b Subtrahieren von 1/10/100 mit Entbündeln

Beispiel

„Die nächste Aufgabe ist ähnlich wie die, die du gerade gemacht hast.
Diesmal geht es aber darum, was weniger als die angegebene Zahl ist.
Machen wir wieder ein Beispiel:

→ *Schreiben Sie 1 weniger als 236: _____ an die Tafel*

Eins weniger als 236 ist …. (*lassen Sie die Schüler zuerst antworten)* … 235.

→ *Schreiben Sie 235 in die Zeile neben 236*

Nächstes Beispiel:

→ *Schreiben Sie 10 weniger als 350: ______ an die Tafel*

Zehn weniger als 350 ist … *(lassen Sie die Schüler zuerst antworten)* … 340.

→ *Schreiben Sie 340 in die Zeile neben 350.*

Und ein letztes Beispiel noch:

→ *Schreiben Sie 100 weniger als 570: ______ an die Tafel*

Hundert weniger als 570 ist … *(lassen Sie die Schüler zuerst antworten)* … 470.“

→ *Schreiben Sie 470 in die Zeile neben 570.*

Testaufgabe

1 weniger als 7.000: ________________

10 weniger als 3.500: _______________

100 weniger als 4.000: _______________

Kein Zeitlimit!

„Bitte blättere nun zur nächsten Aufgabe.

Hier siehst du wieder drei Zahlen.
Du sollst herausfinden, was 1 weniger ist, dann 10 weniger, dann 100 weniger.
Schreibe die richtigen Zahlen auf die Linien.

Wenn du fertig bist, legst du den Stift weg.
…

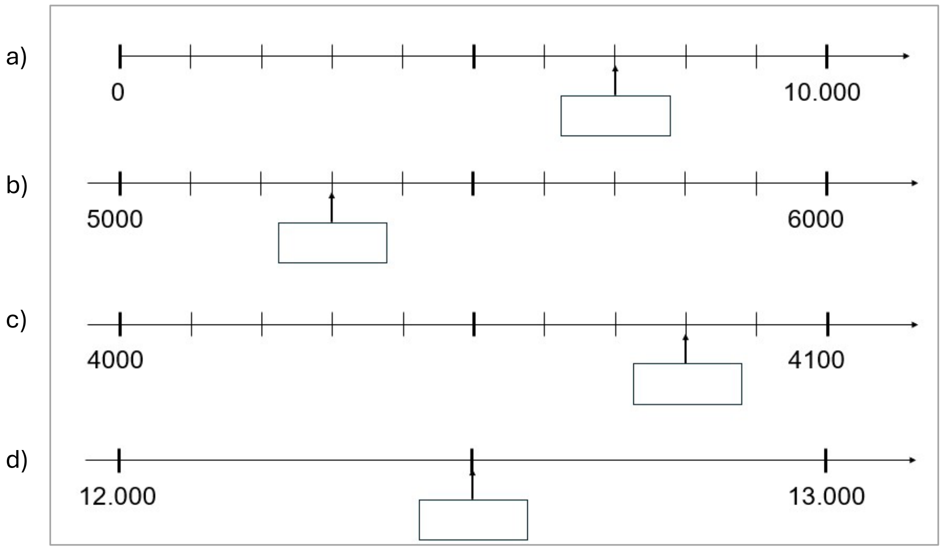
Jetzt kommen wir zur nächsten Aufgabe. Diesmal brauchen wir kein Beispiel.
Bitte blättere auf die nächste Seite.”

4 Zahlen auf dem Zahlenstrahl

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit!



„Hier siehst du vier verschiedene Zahlenstrahle.
Schreibe die fehlenden Zahlen in die Kästchen.
Der Pfeil zeigt auf die gesuchte Zahl.

Aber schau genau! Die Zahlenstrahle sind alle unterschiedlich.
Achte genau darauf, welche Zahlen bereits geschrieben sind und
Welche Abstände zwischen diesen Zahlen liegen.

Wenn du fertig bist, leg bitte deinen Stift auf den Tisch.
Blättere die Seite noch nicht um. Zuerst erkläre ich dir die nächste Aufgabe.“

5 Halbieren von Zahlen bis zu 10.000

Beispiel

„In der nächsten Aufgabe geht es ums Halbieren.
Machen wir ein Beispiel:

→ *Schreiben Sie „* ***Hälfte von 400:*** *____ _" an die Tafel.*

Die Hälfte von 400 ist .... (*lassen Sie die SuS zuerst antworten*) ... 200."

→ *Schreiben Sie „Hälfte von 400:* ***200*** *" an die Tafel.*

Testaufgabe

Hälfte von 1.000: ________
Hälfte von 500: ________
Hälfte von 700: ________
Hälfte von 3.000: ________

Bearbeitungszeit:
40 Sekunden

„Bitte blättere um zur nächsten Aufgabe.

Hier stehen vier Zahlen.
Schreibe immer auf, was die Hälfte der Zahl ist.

Fang jetzt an!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 40.*

Und Stopp! Leg deinen Stift hin.

Wir machen jetzt mit der nächsten Aufgabe weiter.
Es macht nichts, wenn du nicht ganz fertig geworden bist."

6a Nicht-algorithmisches Rechnen

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

a) 248 + 252 = ________

b) 637 + 199 = ________

---

c) 723 – 24 = ________

d) 453 – 199 = ________

Bearbeitungszeit: 60 Sekunden

„Bei der nächsten Aufgabe geht es um das Addieren und Subtrahieren.
Auf der nächsten Seite wirst du zwei Plus- und zwei Minusaufgaben sehen.

Schau dir die Zahlen gut an, bevor du mit dem Rechnen beginnst.
Es handelt sich um besondere Zahlen!
Versuche, einen einfachen Weg zum Rechnen zu finden.

Rechne im Kopf und schreibe deine Ergebnisse auf.
Blättere jetzt um!

Wie gesagt: Schau dir die Zahlen genau an, bevor du losrechnest:
Zuerst gibt es zwei Plusaufgaben, dann zwei Minusaufgaben:

Beginne jetzt!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 60!*

Bitte leg jetzt den Stift weg!
Es macht wieder nichts aus, wenn du noch nicht fertig bist!
Bitte schreibe nicht mehr auf diese Seite, sondern höre mir gut zu.
Ich erkläre dir jetzt die nächste Aufgabe.“

6b Addieren und Subtrahieren: Der Umgang mit Nullen

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

a) 3600 + 900 = __________

b) 56.000 + 8.000 = ________

c) 3.200 – 700 = _________

d) 54.000 – 5.000 =________

Bearbeitungszeit: 60 Sekunden

„Auf der nächsten Seite findest du wieder Rechnungen.

Schau dir die Zahlen gut an und löse dann die Aufgaben im Kopf.

Blättere nun zur nächsten Aufgabe.

Wiederum: Schau dir die Zahlen gut an und achte auf das Plus - und das Minuszeichen.

Beginne jetzt!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 60!*

Bitte lege deinen Stift jetzt weg!

Es macht überhaupt nichts, wenn du nicht fertig bist!

Bitte blättere auf die nächste Seite. Für die nächsten Aufgaben brauchen wir kein Beispiel.“

7a Schriftliches Addieren

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit!

a) 548 + 36

b) 760 + 564

„Hier findest du noch zwei Additionsaufgaben.
Diesmal sollen sie aber mit der schriftlichen Addition gelöst werden.

Schreibe zuerst die beiden Zahlen untereinander auf und rechne dann.

Wenn du fertig bist, legst du bitte den Stift weg.

Blättere noch nicht auf die nächste Seite.“

7b Schriftliches Subtrahieren

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit!

a) 711 – 67 b) 806 – 534

„Bitte blättere jetzt die Seite um. Hier siehst du zwei Minusrechnungen.

Diese Aufgaben sollen mit einer schriftlichen Subtraktion gelöst werden.

Schreibe zuerst die beiden Zahlen untereinander auf und rechne dann aus.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift weg.

Blättere noch nicht auf die nächste Seite, sondern warte,
bis ich dich es dir sage."

8 Operationsverständnis Addition / Subtraktion

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Paul ist 35 Jahre alt. Er ist vier Jahre älter als Sarah. Wie alt ist Sarah? Rechnung: Antwort: Sarah ist _______ Jahre alt.

„Bitte blättere jetzt um.

Hier siehst du eine Textaufgabe. Ich lese sie dir vor:

David ist 35 Jahre alt. Er ist 4 Jahre älter als Helen. Wie alt ist Helen?

→ *Lesen Sie die Aufgabe zweimal vor!*

Schreib deine Rechnung und deine Antwort auf.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift weg und wartest.

Bevor du umblätterst, erkläre ich dir die nächste Aufgabe.

In der nächsten Aufgabe geht um das Einmaleins.

Versuche, die Ergebnisse so schnell wie möglich aufzuschreiben, aber versuche auch, richtig zu rechnen!“

9 Einmaleins

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

$6 \cdot 1 =$ ______

$10 \cdot 8 =$ ______

$8 \cdot 4 =$ ______

$7 \cdot 9 =$ ______

$9 \cdot 0 =$ ______

$7 \cdot 5 =$ ______

Bearbeitungszeit:
30 Sekunden

„Jetzt kannst du die Seite umblättern.

Hier sind die sechs Malaufgaben, die du lösen sollst.
Fang jetzt an!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 30*!

Bitte legt den Stift jetzt weg.
Mach dir keinen Stress, es macht gar nichts,
wenn du nicht alle Aufgaben geschafft hast!

Schreibt nicht mehr weiter auf dieser Seite. Ich erkläre euch die nächste Aufgabe: Sie ist ähnlich, aber jetzt geht es um Divisionsaufgaben.

Auch hier versuche, die Ergebnisse so schnell wie möglich aufzuschreiben, aber auch, alle Ergebnisse richtig zu haben!

Und kein Stress - mach es einfach so gut du kannst!

Blättere jetzt zur nächsten Aufgabe!“

10 Basisfakten: Division

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

80 : 10 = ______
6 : 6 = ______
28 : 4 = ______
72 : 9 = ______
30 : 5 = ______
7 : 1 = ______

Bearbeitungszeit:
30 Sekunden

„Hier sind die Divisionsaufgaben, die du versuchen solltest, schnell zu lösen.

Beginne jetzt!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 30*!

Die Zeit ist vorbei, bitte leg jetzt den Stift weg.

Es ist überhaupt kein Problem, wenn du nicht alle Aufgaben fertig hast!

Bitte blättere auf die nächste Seite!“

11 Multiplizieren und Dividieren: Umgang mit Nullen

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

a) $7 \cdot 5.000 =$ __________

b) $50 \cdot 20 =$ __________

c) $60.000 : 100 =$ __________

d) $3.000 : 5 =$ __________

Kein Zeitlimit!

„Hier siehst du zwei Multiplikationen und zwei Divisionen.
Diesmal sind die Zahlen groß, daher hast du mehr Zeit zum Überlegen. Achte besonders auf die Nullen!

Löse die Aufgaben im Kopf und schreibe nur das Ergebnis auf.

Pass auf: Es sind zuerst zwei Multiplikationen, dann zwei Divisionen!

Fang jetzt an.
Wenn du fertig bist, legst du bitte den Stift weg und wartest.
…

Gut gemacht! Jetzt habt ihr wirklich viel gerechnet!

Wir werden weitermachen. Es sind nur noch zwei Seiten zu erledigen, und keine Rechnungen mehr.

Bitte blättere auf die nächste Seite.

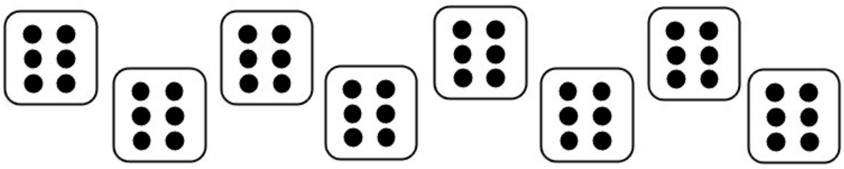
12 Operationsverständnis Multiplikation

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit!

Mit welcher Rechnung kannst du die Gesamtanzahl der Punkte schnell herausfinden?



Schreibe nur die Rechnung auf!

Du brauchst **nicht** aufschreiben, wie viele Punkte es insgesamt sind.

Rechnung:______________________

„Schau dir dieses Bild an. Hier siehst du 8 Würfel, die alle gleich sind!
Um die Gesamtzahl der Punkte herauszufinden, könnte man alle Punkte zählen, aber das ist ziemlich mühsam.
Es ist auch möglich, die Gesamtzahl der Punkte mit einer Rechnung zu herauszufinden.

Deine Aufgabe ist es, eine passende Multiplikationsaufgabe zu diesem Bild aufzuschreiben!
Du musst das Ergebnis nicht aufschreiben, sondern nur die Rechnung, die zur Anzahl der Punkte führt.

Schreibe die Rechnung auf der Linie auf!

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift weg und wartest.
…

Blättere nun auf die nächste Seite. Das ist unsere letzte Aufgabe. Ich werde sie dir zuerst erklären."

13 Operationsverständnis: Textaufgaben

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit!

a)	Ein Bäcker kauft 24 Eierschachteln. In jeder Schachtel sind 6 Eier. Wie viele Eier kauft er insgesamt?	24 : 6
		24 – 6
b)	24 Eier werden in Schachteln verpackt In jede Schachtel passen 6 Eier. Wie viele Schachteln können gefüllt werden?	24 · 6
c)	Im Kühlschrank sind 24 Eier. Der Koch nimmt 6 Eier heraus. Wie viele Eier sind noch im Kühlschrank?	24 + 6

„Hier siehst du drei verschiedene Textaufgaben und vier verschiedene Rechnungen, alle mit denselben Zahlen.

Ich werde zuerst die drei Textaufgaben vorlesen, die hier auf der linken Seite stehen.

→ *Lesen Sie die Texte der Reihe nach vor!*

Auf der rechten Seite siehst du vier Rechnungen.
Welche Rechnung passt zu der jeweiligen Textaufgabe?
Verbinde jeden Text mit der dazugehörigen Rechnung mit einer Linie.

Du brauchst nicht zu rechnen oder ein Ergebnis aufzuschreiben.
Verbinde einfach nur jeden Textblock mit der dazu passenden Rechnung.
Eine der Rechnungen passt zu keiner der Aufgaben!

Wenn du fertig bist, lege bitte deinen Stift weg und schließe dein Heft.
Ich komme zu dir und sammle es ein.“

→ *Nachdem Sie alle Hefte eingesammelt haben, danken Sie den Kindern für ihre fleißige Arbeit und belohnen sie mit einem Spiel oder …*

3 Erläuterungen und Förderhinweise zu den einzelnen Aufgaben von DiToM 4+

Aufgabe 1: Schreiben von Zahlen

a) ____________
b) ____________
c) ____________

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Übersetzen von gehörten Zahlwörtern (vier- bis sechsstellig) in die Ziffernschreibweise.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Das gehörte Zahlwort einer mehrstelligen Zahl in Ziffern *schreiben* zu können ist – ebenso wie das in einem Screening nicht überprüfbare *Lesen* einer in Ziffernschreibweise notierten mehrstelligen Zahl – eine im (Schul-) Alltag wichtige Fähigkeit. Zwar fallen diese beiden Fähigkeiten in den Bereich des sogenannten „prozeduralen Wissens“, d.h.: es ist möglich, beides als „Prozedur“ zu erlernen und einzuüben, auch ohne tragfähiges Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems. Insbesondere bei Zahlen mit Nullstellen, wie sie in Aufgabe 1 vorgelesen werden, sind die „Übersetzungsregeln“ aber derart komplex, dass Fehler beim Zahlendiktat zu erwarten sind, wenn grundlegende Einsichten in die Systematik des Dezimalsystems und der Zahlwortbildung fehlen. Insofern kann Aufgabe 1 als Indikator für Teilaspekte der umfassenden Schlüsselkompetenz „Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems“ (Näheres dazu siehe Kommentar zu Aufgabe 3a und 3b) gewertet werden.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Wie erläutert, sind Probleme zum einen im Zusammenhang mit Nullstellen möglich. Statt korrekt 5.089 könnte ein Kind 589 (nicht gehörte Null wird nicht geschrieben) oder auch 500089 (5000 für das zuerst gehörte „fünftausend“, gefolgt von 89 für den zweiten Wortteil „neunundachtzig“) schreiben. Analog erklären sich Fehler wie 435 oder 4305 oder auch 430005 anstelle von 43.005 oder 300000500 statt korrekt 300.500. Eine weitere Fehlerquelle ist die „Verdrehung“ in deutschen Zahlwörtern für zweistellige Zahlen. So erklären sich Fehler wie 5.098 oder auch 34.005 („Zahlendreher“, „Zifferntausch“). Bei Kombination mit Problemem mit den Nullen ergeben sich weitere Fehlermöglichkeiten (z.B. 598). Manche Kinder versuchen, die Schwierigkeit der verdrehten Zahlwörter dadurch in den Griff zu bekommen, dass sie die zuerst gehörten Einer auch zuerst schreiben. Wenn sie dann die danach gehörten Zehner entgegen der üblichen Schreibrichtung links vor der Einerziffer notieren, ist das Ergebnis zwar richtig. Bei mehr als zweistelligen Zahlen ergeben sich damit aber neue Probleme: Die Schreibrichtung muss eventuell auch mehrfach gewechselt werden, und will man auf diese Weise z.B. 5.089 schreiben, muss nach der 0 (für die nicht vorhandenen Hunderter) Platz für die Zehner gelassen werden, die zeitlich erst nach der 9 für die Einer notiert werden. Im Testbogen kann das im Schriftbild auffallen; während des Screenings können Sie es vielleicht bei einzelnen Kindern beobachten.

Welche Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Mit Bezug auf die Bezeichnung der Stellen und, damit verbunden, die Zahlwortbildung werden im Dezimalsystem jeweils drei Stellen nach dem Grundmuster Hunderter-Zehner-Einer zu einer Dreiergruppe zusammengefasst. Die Tausendergruppe umfasst Hunderttausender-Zehntausender-Tausender, die Millionengruppe Hundertmillionen-Zehnmillionen-Millionen, usw. Die Erarbeitung dieser Dreiergruppen-Struktur ist Voraussetzung dafür, mehrstellige Zahlen sicher lesen und schreiben zu lernen. Auf dieser Basis sollte mit dem Lesen begonnen werden. Kinder sollten dabei lernen, Tausender-Punkte oder -Abstände zu nutzen, um die Dreiergruppen den Wertebereichen (Tausendern, Millionen…) zuzuordnen. Auch beim Schreiben dienen sie Hilfe: nach „-tausend“ müssen noch drei Stellen folgen; das erfordert vielleicht das Setzen von Nullen für nicht gehörte Stellen.
Sofern Ende der vierten/Anfang der fünften noch Zahlendreher vorkommen, muss die Zahlwortbildung bei zweistelligen Zahlen dringend aufgearbeitet werden; Hinweise dazu finden Sie bei Gaidoschik (2025).

Aufgabe 2: Zahlen vergleichen

a)	6.001	5.999
b)	7.955	7.599
c)	99.899	102.101

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Größenvergleich von vier- bis sechsstelligen Zahlen, verbunden mit der korrekten Verwendung der Vergleichszeichen (< für „ist kleiner als“, > für „ist größer als“)

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Sicher und schnell entscheiden zu können, welche von zwei natürlichen Zahlen die größere ist, ist Voraussetzung für jede weitergehende Einsicht in Relationen zwischen Zahlen und damit ein fundamentaler Bestandteil eines tragfähigen Zahlverständnisses. Fehler beim Vergleich mehrstelliger Zahlen lassen gravierende Probleme mit dem dezimalen Stellenwertsystem vermuten. Umgekehrt darf aber eine fehlerfreie Lösung von Aufgabe 2 nicht überbewertet werden: Auch das Zahlenvergleichen kann auf Basis von relativ einfach zu lernenden Regeln zum „prozeduralen Wissen“ (siehe auch Aufgabe 1) werden. Richtige Vergleiche müssen also nicht begleitet sein von Einsichten z.B. ins Bündelungs- und Positionsprinzip, die für komplexere Aufgaben benötigt werden.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Wie angedeutet, können für das Vergleichen von Zahlen Regeln formuliert werden, die auch ohne tieferes Verständnis des Dezimalsystems funktionieren, etwa: Bei zwei Zahlen mit gleich vielen Stellen vergleiche zunächst die erste Stelle links/vorne. Wenn eine der Zahlen dort eine höhere Ziffer hat, ist diese Zahl größer, egal, was noch folgt. Bei Gleichheit an der ersten Stelle vergleiche die zweite Stelle, usw.. Kinder entwickeln mitunter eigene Regeln, etwa: Wenn in einer Zahl die 9 (vielleicht sogar mehrfach) vorkommt, ist das die größere Zahl; 5.999 ist deshalb für manche Kinder mehr als 6.001, und 99.899 mehr als 102.101. Mitunter wird auch so gedacht: Zuerst schaue ich „ganz vorne“; wenn dort die gleiche Ziffer steht, schaue ich „ganz hinten“. Auf diese Weise könnte 7.599 als „mehr“ und 7.955 als „weniger“ ermittelt werden.
Eine zweite Fehlerquelle ist das Vergleichszeichen: < und > unterscheiden sich nur durch die Raumlage. Auch wenn die Zeichen oft schon im ersten Schuljahr eingeführt werden, sind manche Kinder hartnäckig unsicher bei deren Unterscheidung. Im Screening wird der Vergleich dennoch bewusst über das Vergleichszeichen eingefordert, weil es für den weiteren Mathematikunterricht wichtig ist, dass Kinder diese Zeichen sicher unterscheiden und richtig verwenden. Probleme damit müssen erkannt werden, ehe sie gelöst werden können.

Welche Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Bei Fehlern sollte zunächst überprüft werden, ob das Kind die größere Zahl nennen und z.B. einkreisen kann, das Problem also nur im Unterscheiden von < und > liegt. In diesem Fall sollte daran gearbeitet werden, dass das Kind ein für sich zweifelsfreies Kriterium für die korrekte Unterscheidung entwickelt. Mitunter wird Kindern im ersten Schuljahr das Bild eine Krokodil(maul)s aufgedrängt, verbunden mit dem Spruch „Das Krokodil frisst immer die größere Zahl“; die größere Zahl müsse also auf der „offenen“ Seite des Zeichens stehen. Manche Kinder verwandeln das in: Das Krokodil ist das größere Tier, das Maul zeigt nach vorne, also ist an der größeren Seite des Zeichens das kleinere Tier/die kleinere Zahl, die „gefressen“ wird. Missverständnisse dieser Art lassen sich in der Regel klären, wenn sie im Gespräch, durch gezieltes Nachfragen, erkannt werden. Solche Missverständnisse können aber vielleicht auch vermieden bzw. überwunden werden, wenn die Vergleichszeichen bewusst sachlich, ohne missverständliche Bilder, eingeführt werden, etwa so: Die Zeichen < und > haben auf der einen Seite einen Punkt/eine Ecke, auf der anderen sind sie geöffnet. Auf der „kleineren“ Seite (Punkt) steht die kleinere Zahl, auf der „größeren“ Seite (Öffnung) steht die größere Zahl.

Sofern ein Kind tatsächlich Probleme beim Bestimmen der jeweils größeren Zahl hat, sollte nicht versucht werden, dieses Problem rein regelbasiert in den Griff zu bekommen. In diesem Fall ist vielmehr zunächst eine umfassendere Klärung der Lernausgangslage notwendig: Wie versteht das Kind mehrstellige Zahlen, was weiß es über Bündeln, Entbündeln, die Bedeutung der Position einer Ziffer… Weitere Aufgaben des Screenings (v.a. 3 und 4) liefern dazu weitere Anhaltspunkte. Für eine gezielte Förderplanung wird es in solchen Fällen aber vermutlich unumgänglich sein, mit dem Kind ein förderdiagnostisches Gespräch zu führen. Dazu und zu den – vom Ergebnis des Gesprächs abhängigen – Fördermaßnahmen finden Sie Hinweise auf den Seiten des DZLM oder etwa auch bei Gaidoschik (2025).

Aufgabe 3a und 3b: Addieren/Subtrahieren von 1/10/100 mit Bündeln/Entbündeln

1 mehr als 9.899: ________

10 mehr als 4.590: ________

100 mehr als 3.900: ________

1 weniger als 7.000: ________

10 weniger als 3.500: ________

100 weniger als 4.000: ________

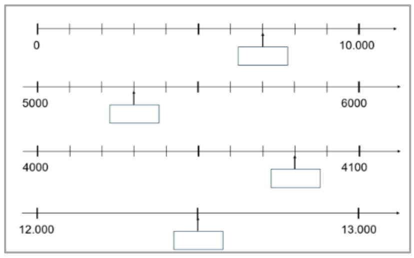
Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Addieren bzw. Subtrahieren von 1, 10 und 100 zu bzw. von einer vierstelligen Zahl, wobei die gewählten Zahlen Bündeln bzw. Entbündeln erforderlich machen.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Aufgaben 3a und 3b liefern Hinweise auf das Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems. Ein solides Stellenwertverständnis seinerseits ist die Voraussetzung dafür, flexibel mit mehrstelligen Zahlen (später auch Dezimalzahlen) rechnen zu können und diese Zahlen miteinander und mit der Welt, in der wir leben, in Beziehung zu setzen (z. B. beim Schätzen, um grobe Berechnungen anzustellen, um quantitative Verhältnisse in realen Situationen richtig einzuschätzen ...). Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems ist allerdings vielschichtig – und schwer zu überprüfen, insbesondere durch ein Papier-Bleistift-Screening. Das liegt daran, dass so gut wie jede zur Überprüfung von Stellenwertverständnis denkbare Aufgabe auch ohne Verständnis, oder mit (für das Weiterlernen) nicht ausreichend tragfähigem Verständnis gelöst werden kann, sofern ein Kind sich dafür passende Regeln gemerkt hat. Das trifft auch auf die in 3a und 3b gestellten Aufgaben zu. Allerdings sind die dafür nötigen Regeln so komplex, dass Kinder mit einem für das Weiterlernen unzureichendem Verständnis in der Regel Schwierigkeiten bei diesen Aufgaben haben, bei 3b noch mehr als bei 3a. Die Aufgaben können daher wertvolle Hinweise dafür liefern, ob Kinder innerhalb der umfassenden Schlüsselkompetenz „Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems" insbesondere die grundlegenden Aspekte „Bündeln" und „Entbündeln" erfasst haben.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Bei 3a (1 mehr als 9.899) erwartbare Fehler sind 10.899 oder 9.999; als „10 mehr als 4.590" könnte 4.591 oder 4.690 oder auch 45100 (dann zumeist ohne Punkt geschrieben) angegeben werden; bei „100 mehr als 3.900" geben manche Kinder vielleicht 4.900 oder auch 3.100 an. Bei 3b könnten Kinder bei „1 weniger als 7000" die Zahl 6000 notieren oder (wenn sie als Regel gelernt haben, in solchen Fällen eine oder mehrere 9 in der Antwort zu notieren) auch 7009 oder 6009. „10 weniger als 3500" könnte 3400 oder 2500 sein, „100 weniger als 4000" z.B. 3000 oder auch 4999. Auch andere Fehler kommen vor; zumeist wird an der falschen Stelle addiert oder subtrahiert, aber nicht einfach „aus Versehen", sondern weil die Addition bzw. Subtraktion an der richtigen Stelle mit einer Bündelung bzw. Entbündelung verbunden ist – und eben das den Kindern Schwierigkeiten bereitet.
Abgesehen von Fehlern (oder Nichtantworten) sollte es als Warnsignal gewertet werden, wenn ein Kind zum Lösen dieser Aufgaben auf schriftliches Addieren bzw. Subtrahieren zurückgreift, selbst dann, wenn es so zu einer richtigen Lösung kommt. Kinder sollten in der Lage sein, solche Aufgaben relativ zügig im Kopf zu lösen, basierend auf ihrem Verständnis des Bündelungsprinzips (1 Tausender sind 10 Hunderter, usw.).

Welche Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Wie bereits erwähnt, ist Verständnis des Dezimalsystems vielschichtig. Wenn ein Kind Schwierigkeiten mit den Aufgaben 3a und/oder 3b hat, sollte das zunächst zum Anlass genommen werden, seinen aktuellen Lernstand mit Bezug auf das dezimale Stellenwertsystem umfassender zu überprüfen. Das erfordert weitere Aufgaben dieser und anderer Art (siehe dazu v.a. auch Aufgabe 5), v.a. aber auch das Beobachten von Strategien und gezielte Nachfragen: Kinder sollten aufgefordert werden, die Denkweise hinter ihrem Vorgehen zu verbalisieren.
Je nach Ergebnis einer solchen detaillierten Klärung des Lernstands kann es sich als dringend erforderlich herausstellen, mit dem Kind noch einmal grundlegend am Verständnis des Bündelungsprinzips zu arbeiten. Wichtig sind dabei Aufgaben, bei denen das Kind mit geeignetem Material dezimale Bündelungen und Entbündelungen durchführen muss. Um etwa, wie in 3b gefordert, $4000 - 100$ mit Stellenwertmaterial darzustellen, muss einer von 4 Tausenderwürfel zunächst in 10 Hunderter entbündelt werden. Wie immer im Mathematikunterricht ist es wichtig, daran zu arbeiten, dass die Kinder solche Aufgaben letztlich ohne Materialien lösen können. Damit das möglich wird, benötigen viele Kinder aber zuerst solche gezielten Materialhandlungen, auch noch in höheren Schulstufen. Wichtig ist, dass sie ihre Handlungen begleitend und zunehmend vorausschauend verbalisieren. Hinweise zur Überprüfung und Entwicklung des Verständnisses des dezimalen Stellenwertsystems finden Sie unter https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/ und etwa auch bei Gaidoschik (2025).

Aufgabe 4: Zahlen auf dem Zahlenstrahl



Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Vorgegebenen Markierungen auf einem Zahlenstrahl die passenden Zahlen zuordnen; dabei unterschiedliche Skalierungen der verwendeten Zahlenstrahlen beachten.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Zahldarstellungen auf Zahlenstrahlen sind über die Grundschule hinaus wichtige Arbeitsmittel im Mathematikunterricht. Auf Zahlenstrahlen können Zahlen in beliebigen Zahlenräumen und über den Zahlbereich der natürlichen Zahlen hinaus mit geringem Aufwand dargestellt werden. Darstellungen auf Zahlenstrahlen können helfen, Relationen zwischen Zahlen und Operationen mit Zahlen zu klären und zu verstehen. Das setzt aber eine tragfähige Interpretation solcher Darstellungen voraus. Aufgabe 4 überprüft einen wichtigen Teilaspekt solcher Interpretationen, nämlich das Beachten unterschiedlicher Skalierungen: Der Abstand zwischen zwei benachbarten Markierungen steht am ersten Zahlenstrahl jeweils für 1000, am zweiten für jeweils 100, am dritten für jeweils 10. Für das korrekte Bestimmen der angezeigten Markierungen müssen Kinder die beschriften Randmarkierungen ebenso beachten wie die Anzahl der gleich langen Abstände zwischen den Randmarkierungen. Bei Zahlenstrahl 4 müssen sie den zuvor ermittelten Gesamtabstand (1000) halbieren, um die Zahl in der Mitte zwischen den Randzahlen zu ermitteln. Neben den auf das Darstellungsmittel Zahlenstrahl bezogenen Fähigkeiten liefert die Aufgabe also auch Hinweise darauf, ob Kinder (hier: 1000) halbieren können, und auf weitere Fähigkeiten mit Bezug aufs Dezimalsystem (z.B. 1000 = 1 T in 10 H, 100 = 1 H in 10 Z entbündeln).

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Hinter dem möglichen Eintrag 8000 in Zahlenstrahl 1 steckt vermutlich nur ein Zählfehler. 9000 hingegen lässt vermuten, dass das Kind der Skalierung keine Beachtung geschenkt und gemeint hat, es solle die Tausenderzahl vor 10.000 angeben. 9997 ergibt sich, wenn in Einerschritten von 10.000 zurückgezählt wird.
Auf Zahlenstrahl 2 tragen Kinder, die die vorgegebene Skalierung nicht beachten bzw. nicht in der Lage sind, die Abstände zwischen den Markierungen korrekt zu bestimmen, z.B. 5030 oder 5003 oder auch 3000 ein. Entsprechend sind auf Zahlenstrahl 3 Fehler wie 4098, 4008 oder auch 4800 möglich. Manche Kinder notieren hier auch 8000 oder 80. Für Zahlenstrahl 4 erwartbare Fehler sind 12.050, 5000 oder auch 500; auch 12.555 kommt vor – Kinder folgen hier vermutlich der von ihnen gemerkten „Regel", dass bei „Zahlen in der Mitte immer 5 gehört."
Neben den genannten Fehlern ist bei dieser Aufgabe mit einer Vielzahl von weiteren falschen Antworten zu rechnen, die willkürlich erscheinen mögen, hinter denen aber in der Regel nachvollziehbare Überlegungen stecken. Im Gespräch lassen sich diese Denkweisen zumeist klären – eine Voraussetzung für gezielte Gegenmaßnahmen.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
In vielen Schulbüchern scheint vorausgesetzt zu werden, dass die Interpretation von Zahlenstrahlen keiner besonderen Erarbeitung bedürfen. Tatsächlich ist es aber wichtig, mit Kindern gezielt daran zu arbeiten, dass sie Zahlenstrahlen im Sinne des *Messens* interpretieren: Sie sollten verstehen, dass z.B. die Markierung 8 auf einem Zahlenstrahl zwischen 0 und 10 anzeigt, dass der Abstand von 0 bis 8 acht Einer lang ist und z.B. in fünf und drei Einer zerlegt werden kann. In weiterer Folge sollten sie 80 *a*uf einem Zahlenstrahl zwischen 0 und 100 als Länge von 8 Zehnerstrecken, 800 auf einem Zahlenstrahl zwischen 0 und 1.000 als 8 Hunderterstrecken usw. deuten können. Ebenso muss explizit herausgearbeitet werden, dass Zahlenstrahlen unterschiedlich skaliert werden können: Je nachdem, welcher Abstand für einen Einer (oder auch einen Zehner, einen Hunderter…) festgelegt wird, ergeben sich die Abstände für zwei, drei, … zehn Einer (oder zwei, drei, … zehn Zehner, Hunderter …) als Vielfache dieser zunächst frei gewählten Einheit. Für Abstände am Zahlenstrahl gilt also Proportionalität: Die Strecke für z.B. 20 muss doppelt so lang sein wie für 10, die Strecke für 3000 dreimal so lang wie für 1000.
Nur auf Grundlage dieser auf den Zahlenstrahl als Darstellungsmittel bezogenen Einsichten können Aufgaben wie die in der Screening-Aufgabe 4 gestellten, aber auch wesentlich komplexere (etwa: Finden der ungefähr passenden Markierung für 2499 auf einem sonst leeren Zahlenstrahl zwischen 0 und 10.000) planmäßig und sicher gelöst werden. Vorausgesetzt sind dabei, wie erläutert, auch Einsichten ins Dezimalsystem. Ebendeshalb sind Aufgaben dieser Art auch ein wichtiges Instrument zur Festigung und Vertiefung von Stellenwertverständnis.

Aufgabe 5: Halbieren von Zahlen bis zu 10.000

Hälfte von 1.000: ________

Hälfte von 500: ________

Hälfte von 700: ________

Hälfte von 3.000: ________

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Halbieren reinen Hunderter und Tausenderzahlen, mit ungerader Anzahl an Hundertern bzw. Tausendern.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Halbieren ist (wie das Verdoppeln) für sich genommen eine grundlegende Rechenoperation. Verdoppeln und Halbieren sollte daher ab der ersten Klasse, zunächst im Zahlenraum bis 10 und 20, ausreichend thematisiert und bis 20 möglichst früh auch automatisiert werden. Im zweiten Schuljahr sollte dies auf Zahlen bis 100 ausgedehnt werden, wobei das Halbieren zumindest von reinen Zehnerzahlen (auch 30, 50, 70 und 90) gleichfalls (nahezu) automatisiert werden sollte. Bei jeder nachfolgenden Erweiterung des Zahlenraums ist das Halbieren von reinen Hunderter-, Tausender- usw. Zahlen, mit besonderem Augenmerk auf solche mit ungerader Anzahl des jeweils größten Stellenwertes (wie die in Aufgabe 5 gefragten Zahlen), aus zwei Gründen ein wichtiges Thema: Zum einen, weil es für flexibles Kopfrechnen, überschlagendes Rechnen, Beurteilen von Größenverhältnissen… unverzichtbar ist, auch mehrstellige Zahlen schnell und sicher halbieren zu können. Zum anderen, weil das Halbieren von Zahlen wie 700 oder 3000, wenn es auf Verständnisbasis (und nicht etwa algorithmisch durch eine schriftliche Division) gemacht wird, das Entbündeln von dezimalen Einheiten in nächstkleinere erfordert. Insofern trägt die verständnisbasierte Erarbeitung des Halbierens entscheidend zur Festigung des Stellenwertverständnisses bei. Umgekehrt ist die Fähigkeit, Zahlen wie 700 und 3000 halbieren zu können, auch als Indikator für das Stellenwertverständnis zu deuten.
Das Halbieren im Schwierigkeitsgrad der vorliegenden Aufgabe ist eine Grundoperation, die am Ende des 4. Schuljahres (nahezu) automatisiert sein sollte. Daher das Zeitlimit dafür im Screening. Beachten Sie aber bitte die Hinweise zur Durchführung im Manual: Die Kinder sollten keinesfalls in Stress geraten.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Die bewusst als Einstiegsaufgabe gewählte Halbierung von 1000 wird selten Probleme bereiten. 500 und 700 zu halbieren, kann manchen Kindern hingegen noch Ende der vierten Klasse unlösbar erscheinen, weil sie die 5 in 500 bzw. 7 in 700 nicht als 5 bzw. 7 Hunderter (und bei Hunderter nicht an 10 Zehner) denken. Kinder schreiben dann mitunter keine Lösung hin (auf Nachfrage erklären sie vielleicht, dass 500 bzw. 700 „keine Hälfte hat“. Oder sie notieren bei 500 die Zahl 300 (oder 200) als „Fasthälfte“, bei 700 entsprechend die Zahl 400 (oder 300).
Manche Kinder merken sich Halbierungen gewisser Zahlen, ohne verstanden zu haben, wie sich diese Hälften rechnerisch ermitteln lassen. Das führt mitunter zu „Merkfehlern“ (etwa: 350 als Hälfte von 500), oder fehlerhaften Fortsetzungen: 150 ist als Hälfte von 300 richtig gemerkt, als Hälfte von 3000 wird dann 1150 angegeben. Auch bei dieser Aufgabe sind zahlreiche weitere Fehler denkbar; Gespräche helfen, sie jeweils zu verstehen.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Sofern noch nicht gesichert, sollte zunächst das Halbieren bis 20 zusammen mit dem Verdoppeln der Zahlen bis 10 erarbeitet und automatisiert werden, als Umkehrung der zugehörigen Verdoppelungen. Beim Verdoppeln von 6 bis 9 bewährt sich das Erarbeiten mit der Strategie „Kraft der Fünf“: Um z.B. 8 zu verdoppeln, wird 8 als $5 + 3$ gedacht. $5 + 5 = 10$, $3 + 3 = 6$, das Doppelte von 8 ist daher 16. Die Hälfte von 16 ist umgekehrt 8.
Das Halbieren reiner Zehner-, dann Hunderter- und Tausenderzahlen, gerade auch von 30, 500, 7000 …, ist, wie oben angedeutet, eine wichtige Aktivität im Zuge der Erarbeitung grundlegender Einsichten ins Stellenwertsystem: Um z.B. 700 zu halbieren, muss ein Hunderter in 10 Zehner entbündelt werden. Zur Erarbeitung sollten Kinder aufgefordert werden, 700 mit Hunderterplatten des Systemmaterials (oder auch Hunderterscheinen) darzustellen und selbst zu überlegen, wie die Zahl gerecht auf zwei Portionen verteilt (also halbiert) werden kann. Dass dafür ein Hunderter in 10 Zehner entbündelt/getauscht werden muss, werden auch Kinder mit Lernschwierigkeiten oft selbst entdecken, wenn ihnen dafür Material zur Verfügung steht. Es ist aber entscheidend, dass dies in weiterer Folge auch in der Vorstellung und mehr und mehr automatisiert gelingt. Dasselbe gilt für das Halbieren von Tausendern: Auch dafür benötigen viele Kinder in der Phase der Erarbeitung sprachlich sorgfältige begleitete Materialhandlungen. Wird das Halbieren auch vierstelliger Zahlen auf dieser Grundlage verstanden, bereitet der Transfer auf noch größere Stellenwerte in Regel keine nennenswerten Schwierigkeiten mehr.

Aufgabe 6a: Nicht-algorithmisches Rechnen: Addieren und Subtrahieren

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?

a)	248 + 252 = ________
b)	637 + 199 = ________
c)	723 – 24 = ________
d)	453 – 199 = ________

Addieren und Subtrahieren im dreistelligen Zahlenbereich. Dabei zielt die Aufgabe darauf ab, dass die Kinder NICHT den Algorithmus der schriftlichen Addition bzw. Subtraktion anwenden. Im Idealfall nutzen sie „Rechenvorteile“, zu denen die hier gestellten Aufgaben „einladen“ (s.u.). Kinder, die mit dem schriftlichen Algorithmus rechnen, werden vermutlich Probleme mit dem Zeitlimit (60 Sekunden) bekommen. Das Zeitlimit ist bei dieser Aufgabe also wichtig, denn es kann Hinweise dafür liefern, ob ein Kind schriftlich gerechnet hat, auch wenn es die Zahlen dafür nicht auf dem Testbogen noch einmal untereinander angeordnet hat. Sofern Letzteres der Fall ist, sollte dies bei der Bewertung dieser Aufgabe berücksichtigt werden.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?

Rechnen ohne Algorithmen (“halbschriftliches Rechnen“, „schriftgestütztes Kopfrechnen“) ist zum einen wichtig für den Alltag. In diesem wird es zwar selten notwendig sein, Additionen und Subtraktionen mit dreistelligen Zahlen Stelle für Stelle exakt auszurechnen. Die Strategien, die Kinder beim halbschriftlichen Rechnen erlernen können, bereiten aber auch auf das lebenspraktisch bedeutsame „überschlagende“ Kopfrechnen vor. Die schriftlichen Rechenverfahren nach eingelernten Algorithmen sind hingegen durch die Allgegenwart elektronischer Rechner für die Lebenspraxis kaum noch von Bedeutung (siehe Kommentar zu Aufgabe 7a/b).
Zum anderen sollte halbschriftliches Rechnen dafür genutzt werden, in der konkreten Form von Rechenaufgaben allgemeingültige Rechengesetze zu thematisieren. $248 + 252$ kann verwandelt werden in $250 + 250$; dahinter steht das Gesetz von der Konstanz der Summe bei gegensinniger Veränderung der Summanden. 637+199 kann als $637 + 200 - 1$ gelöst werden; $435 - 199$ als $435 - 200 + 1$ oder auch $436 - 200$; $723 - 24$ als $723 - 23 - 1$. Wird halbschriftliches Rechnen von den Kindern in dieser Weise verstanden und betrieben, erwerben sie damit zugleich eine gute Grundlage, um später in der Algebra Rechengesetze auch in allgemeiner Form zu verstehen.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?

Wenn Kinder die vier Aufgaben nicht in einer Minute schaffen, liegt der Verdacht nahe, dass sie diese mit dem schriftlichen Algorithmus zu lösen versucht haben. Vielleicht haben sie aber über alternative halbschriftliche Strategien nachgedacht, aber die Rechenvorteile, zu denen diese vier Aufgaben „einladen“, nicht erkannt. Ein weiterer möglicher Grund für nicht-vollständige Lösungen ist zählendes Rechnen; dieses könnte auch zu typischen Zählfehlern führen (Ergebnis weicht an der Stelle, an der zählend gerechnet wurde, um genau 1 ab). Im Einzelnen sind die Fehler, die Kinder bei diesen vier Aufgaben produzieren können, äußerst vielfältig. Sofern es sich um systematische Fehler handelt (also solche, hinter denen eine fehlerhafte Denkweise und/oder fehleranfällige Strategie steckt), werden sie in einem nachfolgenden Einzelgespräch zu diesen oder ähnlichen Aufgaben erneut auftreten und können dann auch durch Beobachtung und Nachfragen aufgeklärt werden.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?

Sofern bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten mit dem halbschriftlichen Rechnen deutlich werden, bedarf es zunächst einer umfassenderen Bestimmung der Lernausgangslage. Wird dabei deutlich, dass ein Kind noch zählend rechnet, sind gezielte Maßnahmen zur Ablösung vom zählenden Rechnen dringend erforderlich. Oft wird das auch bei Kindern im fünften Schuljahr noch ein Arbeiten am Teile-Ganzes-Verständnis von Zahlen und, darauf aufbauend, am Automatisieren von Zahlzerlegungen bis 10 einschließen. Neben automatisierten Basisfakten setzt halbschriftliches Rechnen im mehrstelligen Bereich ein solides Stellenwertverständnis voraus. Die Aufgaben 1 bis 5 dieses Screenings liefern Hinweise, ob und welche Defizite in diesem Bereich eventuell vorliegen und überwunden werden müssen, damit mit Erfolg auch am halbschriftlichen Addieren und Subtrahieren gearbeitet werden kann. Für Kinder mit sehr großen Defiziten in diesem Bereich geht es zunächst einmal darum, zwei- und dreistellige Zahlen sicher und mit Verständnis auch ohne Rückgriff auf Algorithmen addieren und subtrahieren zu können. Das weitergehende Ziel, dass die Kinder in ihren Rechenwegen flexibel werden und mögliche Rechenvorteile nutzen, sollte aber auch in solchen Fällen nicht aus den Augen verloren werden.

Aufgabe 6b: Addieren und Subtrahieren: Der Umgang mit Nullen

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?

a) 3.600 + 900 = ________

b) 56.000 + 8.000 = _______

c) 3.200 – 700 = ________

d) 54.000 – 5.000 =_______

Addieren und Subtrahieren mit runden Hunderter- bzw. Tausenderzahlen. Dabei zielt die Aufgabe darauf ab, dass die Kinder NICHT den Algorithmus der schriftlichen Addition bzw. Subtraktion anwenden. Im Idealfall nutzen sie „dekadische Analogien", reduzieren die rechnerischen Schwierigkeiten also auf den zweistelligen Bereich, bei Beachtung der jeweiligen Stellenwerte (s.u.). Kinder, die mit dem schriftlichen Algorithmus rechnen, werden vermutlich Probleme mit dem Zeitlimit (60 Sekunden) bekommen. Das Zeitlimit ist bei dieser Aufgabe also wichtig, denn es kann Hinweise dafür liefern, ob ein Kind schriftlich gerechnet hat, auch wenn es die Zahlen dafür nicht auf dem Testbogen noch einmal untereinander angeordnet hat. Sofern Letzteres der Fall ist, sollte dies bei der Bewertung dieser Aufgabe berücksichtigt werden.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?

Wie im Kommentar zu Aufgabe 6a erläutert, sind die Algorithmen des schriftlichen Rechnens aufgrund allgegenwärtiger elektronischer Rechner lebenspraktisch kaum noch von Bedeutung. Umso wichtiger ist es, dass Kinder mit mehrstelligen Zahlen „überschlagend" rechnen lernen, eben auch für den Zweck, die Plausibiltät von Ergebnissen des Taschenrechnereinsatzes überprüfen zu können. Dafür müssen sie in der Lage sein, dekadische Analogien anzuwenden: $3.600 + 900$ zum Beispiel kann durch Rückgriff auf $36 + 9$ gelöst werden. Im Idealfall geschieht dies im Bewusstsein, dass hier mit Hundertern gerechnet wird ($36H + 9H = 45H = 4500$). Ob Kinder, die die Aufgabe richtig lösen, mit diesem Bewusstsein rechnen oder nur einem „Trick" folgen („Nullen zuerst wegdenken, im Ergebnis wieder hinschreiben"), lässt sich nur in Gesprächen klären und sollte nach Durchführung des Screenings thematisiert werden.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?

Die möglichen Fehler und Warnsignale bei dieser Aufgabe sind zum einen dieselben, die bereits für Aufgabe 6a erläutert wurden. Die rechnerischen Anforderungen sind, sofern die dekadischen Analogien genutzt werden, geringer als bei Aufgabe 6a. So könnten auch Kinder, die noch zählend rechnen, 36+9 weiterzählend korrekt lösen, und mit Anwendung des „Nullentricks" zu einer korrekten Lösung gelangen. Wenn Kinder alle vier Aufgaben in dieser Weise zählend rechnen (wollen), sind allerdings Probleme mit der Zeit zu erwarten.

Die besondere Schwierigkeit dieser Aufgaben im Vergleich zu jenen von 6a liegt im Umgang mit den Nullen. Diesbezügliche mögliche Fehler sind für die Aufgabe $3.600 + 900$ z.B. 45.000 oder auch 31500 ($9 + 6 = 15$, davor 3); für $56.000 + 8.000$ z.B. 6400 oder auch 51400, für $3200 - 700$ z.B. 25.000, für $54.000 - 500$ z.B. 53.500 oder 4.900.

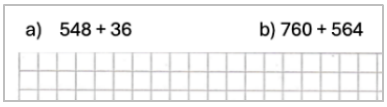
Bei den Subtraktionen sind zudem Fehler zu erwarten, die als „Kippfehler" eingeordnet werden können, z.B. $54.000 - 5.000 = 51.000$ (weil $4 - 5$ an der Tausenderstelle „nicht geht", wird zu $5 - 4$ „gekippt").

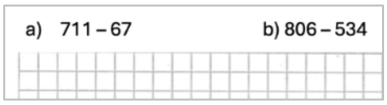
Auch für die Fehler, die bei dieser Aufgabe auftreten können, gilt (siehe Kommentar zu 6a): Sofern sie auf fehlerhaften Denkweisen/Strategien beruhen, werden sie in einem nachfolgenden Gespräch bei ähnlichen Aufgaben erneut auftreten und können dann durch Beobachtung und Nachfragen in der Regel erklärt werden.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?

Die diesbezüglich im Kommentar zur Aufgabe 6a formulierten Hinweise gelten auch für Aufgabe 6b. Zusätzlich ist es für das Überwinden von Schwierigkeiten mit Aufgaben des mit 6b überprüften Typs wichtig, explizit an der Einsicht zu arbeiten, dass mit größeren dezimalen Stelleneinheiten genauso gerechnet werden kann wie mit Einern. $3 + 4 = 7$, daher auch $3Z + 4Z = 7Z$, und $3H + 4H = 7H$, und $3T + 4T = 7T$, und so fort. Ebenso bei Aufgaben mit Stellenüberschreitung: $15 + 8 = 23$, also z.B. auch $15H + 8H = 23H$. Dass $23H = 2300$, ist eine Einsicht, die zu einem tragfähigen Stellenwertverständnis dazugehört; daran sollte also auch unabhängig von Anwendungen beim Addieren und Subtrahieren gearbeitet werden.

Aufgabe 7a und 7b: Schriftliches Addieren bzw. Subtrahieren





Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Schriftliches Addieren bzw. Subtrahieren im dreistelligen Bereich, wobei die Zahlen in der Aufgabe nicht schon stellengerecht untereinander angeordnet sind.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Wie im Kommentar zu Aufgabe 6a bereits ausgeführt, kann das schriftliche Addieren und Subtrahieren unter Einhaltung eines vorgegebenen Algorithmus nicht mehr als „Schlüsselkompetenz" bezeichnet werden. Sofern deshalb den Algorithmen der schriftlichen Addition und Subtraktion im Unterricht der Kinder, mit denen dieses Screening gemacht wird, kein oder nur geringer Stellenwert beigemessen wurde, wäre es nur folgerichtig, auf diese beiden Aufgaben des Screenings zu verzichten. Es gibt aber auch nachvollziehbare Gründe dafür, die schriftlichen Algorithmen nicht gänzlich aus dem Curriculum der Grundschule zu streichen. Falls sie thematisiert werden, sollte allerdings der Schwerpunkt auf dem Verständnis der Algorithmen liegen. Dieses kann im Screening nicht erfasst werden. Aufgaben 7a und 7b zielen aber darauf ab, zumindest zu überprüfen, ob die Kinder mit Fällen zurechtkommen, die als typische Fehlerquellen beim schriftlichen Rechnen bekannt sind: a) die zweite Zahl hat eine Stelle weniger als die erste; b) es kommen Nullen vor; c (gilt für alle Aufgaben): es gilt an einer oder zwei Stellen Über- bzw. Unterschreitungen zu meistern.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Falsche Ergebnisse lassen sich zum Teil aus Verstößen gegen den Algorithmus erklären („Verfahrensfehler"), andererseits als Rechenfehler bei Teilrechnungen. Diese können ihrerseits als Zählfehler beim zählenden Rechnen oder als Abruffehler beim Rückgriff auf (vermeintlich) automatisierte Basisfakten zustande kommen. Kombinationen der genannten Fehlertypen sind häufig. Beispiele für mögliche Verfahrensfehler sind z.B. bei $548 + 36$ das Ergebnis 5714 ($54 + 3 = 57, 8 + 6 = 14$, beide Teilergebnisse hintereinandergesetzt), bei $760 + 564$ das Ergebnis 1224 (kein Übertrag), bei $711 - 67$ das Ergebnis 778 (addiert statt subtrahiert) oder auch 844 (an der E- und Z-Stelle subtrahiert, dann in den Additionsalgorithmus gewechselt) oder auch 756 („Kippfehler", an E-Stelle $7 - 6$, an Z-Stelle $6 - 1$ gerechnet. Bei $806 - 534$ könnte z.B. 372 stehen (an der H-Stelle nicht berücksichtigt, dass an der Z-Stelle eine Unterschreitung vorliegt) oder auch 332 (an der Z-Stelle als Teilergebnis 3 für $0 - 3$) oder 302 (an der Z-Stelle 0 für $0 - 3$) oder auch 1340 (addiert statt subtrahiert). Für Zählfehler typisch ist das Abweichen um genau 1 vom richtigen Ergebnis an einer Stelle (z.B. bei $548 + 36 = 573$). Die Möglichkeiten für Abruffehler sind vielfältig. Für alle Fehler gilt: Nur in nachfolgenden Einzelgesprächen kann zuverlässig geklärt werden, welche Fehler in welcher Weise systematischen Charakter haben (Folge zählenden Rechnens, Missverständnis des Algorithmus…) und welche möglicherweise zutreffend als „Flüchtigkeitsfehler" bezeichnet werden können. Studien zeigen, dass letztere vergleichsweise selten sind.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Zunächst sollte versucht werden, die individuellen Fehlerquellen eines Kindes genauer zu bestimmen (s.o.). Sofern diese (auch) im Bereich des – beim schriftlichen Rechnen vorausgesetzten – Addierens und Subtrahierens bis 20 liegen, müssen dort gezielte Maßnahmen ergriffen werden (siehe dazu den Kommentar zu Aufgabe 6a).
Im Fall von Verfahrensfehlern lohnt die Aufarbeitung des jeweiligen Algorithmus auf Basis von Verständnis schon deshalb, weil dabei – sofern wirklich *Verständnis* erreicht werden soll – auf das Bündelungsprinzip des dezimalen Stellenwertsystems zurückgegriffen werden muss. Die verständnisbasierte Erarbeitung der Algorithmen ist insofern eine gute Gelegenheit, das Verständnis des Dezimalsystems zu überprüfen, notfalls aufzubauen, in weiterer Folge zu festigen. Und Stellenwertverständnis ist (anders als die Algorithmen selbst) tatsächlich als Schlüsselkompetenz für das Weiterlernen (z.B. im Hinblick auf die bevorstehende Erweiterung auf Kommazahlen) zu betrachten ist. Der Algorithmus der Addition kann und soll aus Materialhandlungen mit Dezimalsystemmaterial abgeleitet werden. Beim Subtrahieren hängt es vom gewählten Algorithmus ab, ob Materialhandlungen fürs Verständnis hilfreich sein können. Beim „Wegnehmen mit Entbündeln" ist das sicherlich der Fall. Nähere Hinweise zu den verschiedenen Algorithmen und fachdidaktisch fundierte Empfehlungen zu deren Erarbeitung und zur weiteren unterrichtlichen Behandlung der verschiedenen Methoden des Rechnens (schriftlich, halbschriftlich, gänzlich im Kopf, mit dem Taschenrechner) finden Sie z.B. bei Padberg und Benz (2020) und Krauthausen (2018).

Aufgabe 8: Operationsverständnis Addition und Subtraktion: Textaufgabe

> Paul ist 35 Jahre alt.
> Er ist vier Jahre älter als Sarah.
>
> Wie alt ist Sarah?
>
> Rechnung:
>
> Antwort: Sarah ist _______ Jahre

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Modellieren einer einschrittigen Textaufgabe zum Vergleichen, die sowohl über das Ergänzen ($35 = 4 + \_\_$) als auch das Subtrahieren ($35 - 4 = \_\_$) gelöst werden kann.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Mathematisches Modellieren ist eine prozessbezogene Kompetenz, die zentral für alle Anwendungsaufgaben ist. Immer, wenn ein mehr oder weniger realistisches Sachproblem mathematisch gelöst werden soll, müssen die Kinder (1) die Sachsituation mathematisch *modellieren*, dann (2) die entsprechende (Rechen-)Aufgabe auf der rein mathematischen Ebene *lösen* und schließlich (3) das ermittelte Ergebnis vor dem Hintergrund des Sachkontextes *interpretieren* und *prüfen*. Mathematisches Modellieren wird ab dem ersten Schuljahr in der Grundschule angebahnt und die meisten Schulbuchlehrgänge thematisieren die einzelnen Schritte zunächst isoliert, bevor die Kinder sie auf gestellte Sach- bzw. Textaufgaben anwenden. Ein erheblicher Teil der Sekundarstufenmathematik besteht aus Anwendungs-aufgaben zu den verschiedenen mathematischen Inhalten. Mit zunehmend höheren Schuljahren werden die Aufgaben komplexer und verlangen zunehmend komplexe, mehrschrittige mathematische Modellierungen. Am Ende der Grundschule sollten die Schülerinnen und Schüler daher in der Lage sein, wenigstens einschrittige Anwendungsaufgaben, die das Lösen einer einfachen Gleichung verlangen, selbstständig zu modellieren. Damit beherrschen sie die Grundzüge des Modellierungsprozesses (Überführen eines Sachverhalts in eine mathematische Aufgabe, innermathematisches Lösen der Aufgabe und abschließend die kritische Interpretation des rechnerischen Ergebnisses und formulieren einer Antwort).

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Studien haben gezeigt, dass Kinder beim Lösen von Sachaufgaben eher weniger Probleme mit den rechnerischen Prozessen haben. Die Herausforderungen bestehen vielmehr zum einen darin, den konkreten Sachverhalt in eine mathematische Aufgabe zu überführen, die dann mit den bekannten Strategien und Verfahren berechnet werden kann. Zum anderen bereitet auch der letzte Schritt, d.h. die Reflexion der rechnerischen (oder geometrischen) Lösung vor dem jeweiligen Sachkontext vielen Schülerinnen und Schülern Probleme. Häufig gelingt es nicht, das rechnerisch gewonnene Ergebnis zu interpretieren und einen inhaltlich sinnvollen Antwortsatz zu formulieren. Mit anderen Worten: Probleme bereiten Kindern jeweils die Wechsel von der Sachebene in die mathematische Ebene (modellieren) und zurück von der mathematischen Ebene in die Sachebene (interpretieren). Da bei der Testaufgabe der Antwortsatz in Form einen Lückentextes, bei dem das rechnerische Ergebnis lediglich eingesetzt werden muss, bereits vorgegeben ist und die Rechnung an sich aufgrund des Zahlenmaterials für Viertklässlerinnen und Viertklässer einfach ist, sind vor allem Schwierigkeiten beim Überführen des inhaltlichen Sachverhalts in eine Mathematikaufgabe zu erwarten. Die Kinder müssen überlegen, mit Hilfe welcher Operation das Alter von Sarah berechnet werden kann und dann die im Text gegebenen Zahlen entsprechend arrangieren.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Als hilfreich erwiesen haben sich Förderansätze, bei denen die Aufgabeninhalte gegenständlich modelliert werden können. Das Handeln mit konkreten Gegenständen hilft beim Verständnis der Situation und beim schrittweisen Übertragen der Handlung in einen Term bzw. eine Gleichung. Bewährt hat sich außerdem, die Kinder zu gegebenen Termen selbst Textaufgaben erfinden und lösen zu lassen, um die Übersetzungsprozesse so transparent zu machen. Auch das isolierte Thematisieren und Üben der einzelnen Modellierungsschritte kann hilfreich sein. Dazu gehören Strategien, die das Verständnis des Sachverhalts und das Identifizieren der für die Lösung relevanten Angaben im Text erleichtern, wie das Unterstreichen wichtiger Informationen oder das Wiedergeben der Aufgabenstellung mit eigenen Worten mit dem Ziel, die gegebene Sachsituation besser zu verstehen und ihre mathematischen Bezüge zu erkennen.

Aufgabe 9: Einmaleins

$6 \cdot 1 =$ ______

$10 \cdot 8 =$ ______

$8 \cdot 4 =$ ______

$7 \cdot 9 =$ ______

$9 \cdot 0 =$ ______

$7 \cdot 5 =$ ______

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Aufgaben des kleinen Einmaleins schnell automatisiert zu lösen, weil die Aufgaben entweder memoriert sind, oder zügig von auswendig gewussten Aufgaben abgeleitet werden können, z.B. $8 \cdot 4$ wird erschlossen über die auswendig gewusste Kernaufgabe $8 \cdot 5 = 40$, im Kopf wird dann schnell gerechnet $40 - 8 = 32$, alternativ kann auch die bekannte Aufgabe $10 \cdot 4 = 40$ genutzt werden und vom Ergebnis 8 $(2 \cdot 4)$ subtrahiert werden.

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Das automatisierte Einmaleins ist zentrale Voraussetzung für das das flexible Multiplizieren in größeren Zahlräumen. So kann das Lösen von Aufgaben wie $630 = \_\_ \cdot 7$ oder $70 \cdot 500$ nur gelingen, wenn die den Lösungen zugrunde liegenden Einmaleinsaufgaben automatisiert sind und entsprechend schnell abgerufen werden können.
Die sichere Kenntnis der Aufgaben des kleinen Einmaleins ist aber auch Grundlage für das Lösen von Divisionsaufgaben, zunächst im Zahlenraum bis 100 und dann darüber hinaus. Die Division muss als Umkehrung der Multiplikation verstanden werden und Divisionsaufgaben des Typs $72 : 8$ über den Rückgriff auf die entsprechenden Multiplikationsaufgaben $8 \cdot 9 = 72$ bzw. $9 \cdot 8 = 72$ gelöst werden können.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Ein deutliches Warnsignal ist es, wenn bereits während der Bearbeitung beobachtet wird, dass Kinder alle oder einzelne Aufgaben noch zählend lösen. Durch die Begrenzung der Bearbeitungszeit auf 30 Sekunden, gelingt es Kindern, die sich weiterzählend durch die jeweiligen Reihen arbeiten, nicht alle Aufgaben zu lösen und sie werden so spätestens beim Nachsehen des Tests auffällig.
Die sechs ausgewählten Aufgaben enthalten bewusst auch das Multiplizieren mit 1 und mit 0, weil sich in Studien gezeigt hat, dass Kinder gerade auch bei diesen vermeintlich leichten Aufgaben Fehler machen. Typischer Fehler sind $6 \cdot 1 = 1$ und $9 \cdot 0 = 0$. Diese Fehler sind entweder auf Konzentrationsmängel oder auf ein unzureichendes Operationsverständnis zurückzuführen. In jedem Fall ist es ein deutliches Alarmsignal, wenn Kinder auch am Ende des vierten bzw. zu Beginn des fünften Schuljahres die Aufgaben des kleinen Einmaleins noch nicht sicher und zügig beherrschen.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Zunächst einmal ist sicherzustellen, dass die Kinder tragfähige Grundvorstellungen zur Multiplikation aufgebaut haben. Dies zeigt sich daran, dass sie zu einer Textaufgabe oder einer grafischen Darstellung (z.B. 4 Reihen mit je 5 Punkten) eine passende Malaufgabe nennen können sowie zu gegeben Aufgaben eigenständig passende Textaufgaben nennen und sinnvolle Bilder (z.B. 3 Mengen mit je 4 Äpfeln) zeichnen können.
Ein nächster Schritt besteht darin zu prüfen, ob die Kinder die sog. Kernaufgaben, d.h. die Aufgaben der Einer-, Zweier-, Fünfer- und Zehnerreihen sicher, d.h. automatisiert, beherrschen. Dies ist die Grundlage für das Ableiten der Aufgaben der weiteren Reihen. Haben Kinder im Übergang von der Grundschule zur weiterführenden Schule noch Schwierigkeiten beim kleinen Einmaleins, ist es offenbar im zweiten und dritten Schuljahr nicht gelungen, Strategien zum schnellen Ableiten von bekannten Kernaufgaben zu entwickeln und zu nutzen sowie die Aufgaben, die ihnen ja vom zweiten bis vierten Schuljahr mannigfach begegnet sind, zu automatieren. Ein schwaches Arbeitsgedächtnis ist häufig die Ursache. Die Kinder können sich die Aufgaben schlicht nicht merken. Um das Zählen als Lösungsstrategie nicht weiter zu verfestigen, sollten den Kindern Alternativen angeboten werden. Es kann helfen, die Einmaleinstafel mit allen 100 Aufgaben inkl. Lösung (alternativ auch nur einzelne Einmaleinsreihen, die noch nicht automatisiert sind) auf den Tisch zu kleben. So können die Kinder jeweils die passende Aufgabe suchen und das Ergebnis ablesen. Die Aufgaben im wahrsten Sinn des Wortes jeden Tag vor Augen zu haben, unterstützt zudem den Automatisierungsprozess. Parallel dazu werden die noch nicht bekannten Aufgaben systematisch hergeleitet und schrittweise automatisiert. Gerade schwächeren Kindern fällt das Ableiten von den Kernaufgaben häufig schwer. Sie üben die Einmaleinsaufgaben reihenweise bis zur sicheren Beherrschung. Handelsübliche Spiele zum Einmaleins unterstützen das Üben und Automatisieren.

Aufgabe 10: Division Basisfakten

80 : 10 = ______
6 : 6 = ______
28 : 4 = ______
72 : 9 = ______
30 : 5 = ______
7 : 1 = ______

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Schnelles Abrufen der zugrundeliegenden Einmaleinaufgaben und deren operative Umkehrung

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Wenn die Grundaufgaben der Division im Zahlenraum bis 100 nicht auf die entsprechenden automatisierten Einmaleinsaufgaben zurückgeführt werden können, kann das Lösen von Divisionsaufgaben in höheren Zahlenräumen, wie z.B. $260 : 5$ oder $16008 : 4$, mit flexiblen Strategien, bei denen der Multiplikant ensprechend zerlegt wird, nicht gelingen.
In der Sekundarstufe ist diese Kompetenz auch beim Kürzen von Brüchen sowie bei der Division von ganzen und rationalen Zahlen (hier vor allem bei Dezimalzahlen) grundlegend.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Analog zu den Erläuterungen zu Fehlern beim Einmaleins auf der vorhergehenden Seite ist es auch bei dieser Testaufgabe ein Warnsignal, wenn nur ein Teil der Aufgaben gelöst werden konnte. Auch hier ist die Bearbeitungszeit bewusst zeitlich begrenzt, so dass Kinder, die die Aufgaben im Wesentlichen durch zeitaufwändiges Rückwärtszählen lösen, auffallen, selbst wenn die wenigen zählend gelösten Aufgaben korrekt sind. Das zählende Lösen von Grundaufgaben ist keine erfolgsversprechende Lösungsstrategie in der Sekundarstufe I und darüber hinaus.
In der Aufgabenauswahl sind bewusst die Division durch 10 sowie die Division durch 1 berücksichtigt, umzu diejenigen Kinder zu identifizieren, die diese Aufgaben nicht oder falsch lösen. Wie bei der vorhergegenden Testaufgabe zum Einmaleins ist es auch bei dieser Aufgabe ein Warnsignal, wenn Kinder am Ende des vierten oder zu Beginn des fünften Schuljahres bei Grundaufgaben, die zu diesem Zeitpunkt vollständig automatisiert sein sollten, Probleme zeigen.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Grundlage für das Lösen von Divisionsaufgaben mit einstelligem Divisor im Zahlenraum bis 100 ist das automatisierte und kleine Einmaleins. Entsprechend werden Kinder, die bei dieser Aufgabe Probleme hatten, häufig auch Schweiirigkeiten bei Testaufgabe 9 zum Einmaleins gehabt haben.
Für die Förderung gilt daher, was auf der vorhergehenden Seite zur Festigung des Einmaleins ausgeführt wurde. Hinzu kommt, dass die Einmaleins- und Divisionsaufgaben in ihren Bezügen thematisiert und gelernt werden. Zu einem Zahlentripel ergeben sich immer vier Aufgaben bestehend aus Aufgabe, Tauschaufgabe und den beiden zugehörigen Umkehraufgaben, z.B. $6 \cdot 7 = 42$, $7 \cdot 6 = 42$, $42 : 7 = 6$ und $42 : 6 = 7$. Ziel ist es, dass das Kind diese Zusammenhänge erkennt und bewusst nutzt.

Aufgabe 11: Multiplizieren und Dividieren: Der Umgang mit Nullen

a) 7 · 5.000 = ________

b) 50 · 20 = __________

c) 40.000 : 100 = ______

d) 3.000 : 5 = _________

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Multiplikations- und Divisionsaufgaben im Zahlenraum bis mind. 100.000 in Kombination von sicheren Einmaleinskenntnissen und Stellenwertverständnis zu lösen

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Die Lösung von Multiplikationsaufgaben auf der Basis von (gestützten) Kopfrechenstrategien in Verbindung des sicheren Beherrschen des Einmaleins mit einem tragfähigen Stellenwertverständnis ist Voraussetzung für das Rechnen mit Dezimalzahlen. Darüber hinaus ist es eine zentrale Basiskompetenz, um sich im Alltag und Beruf auch dann sicher rechnerisch begründet verhalten und orientieren zu können, wenn keine Hilfsmittel wie der Taschenrechner oder die Möglichkeit, schriftlich zu rechnen, gegeben sind.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Ein mögliches Warnsignal bei dieser Aufgabe ist es, wenn die zugrunde liegenden Einmaleinsaufgaben Probleme bereiten. Häufig fehlt in diesem Fall das Ergebnis komplett, weil die Kinder nicht wussten welche Anfangszahl sie hinschreiben sollten. Ein weiteres Warnsignal sind Stellenwertfehler, also eine falsche Anzahl von Nullen bei (fast) allen Aufgaben. Gerade wenn Kinder ohne Berücksichtigung der jeweiligen Stellenwerte durch Übergeneralisierung von Regeln beim Umgang mit Nullen Fehler machen, verstehen sie häufig nicht, warum ihr Ergebnis falsch ist.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Die Art der Probleme, die eine Schülerin/ein Schüler zeigt, bestimmt die inhaltliche Ausrichtung der individuellen Unterstützung. Schwierigkeiten können sich zum einen durch ein nicht hinreichend automatisiertes Einmaleins ergeben (siehe dazu die entsprechenden Hinweise zur Förderung zu Aufgabe 9). Weiterhin kann die Hauptschwierigkeit des Kindes im Umgang mit den Nulllen bestehen. Dies ist der Fall, wenn die zugrunde liegende Einmaleinsaufgabe offenbar richtig gelöst wurde, aber bei den Ergebnissen Stellenwerte (Nullen) fehlen oder zuviel sind. Bei der Multiplikation kann es helfen, den Multiplikator zu zerlegen und schrittweise zu rechnen:

$$7 \xrightarrow{\cdot 5} 35 \xrightarrow{\cdot 1000} 35.000 \qquad 50 \xrightarrow{\cdot 2} 100 \xrightarrow{\cdot 10} 1.000$$

Beide Rechenschritte kann das Kind in der Regel im Kopf durchführen und verliert dabei nicht so schnell die Übersicht, wie bei unverstandenen Regeln zum sog. Anhängen oder Streichen von Nullen.
Bei der Veranschaulichung des Rechenwegs bei der Division kann es helfen, die Aufgaben jeweils in einen Zusammenhang zu stellen, so dass transparent wird, wie sich die Anzahl der Nullen abhängig von der Zahl der Stellenwerte verändert. Die Kinder erkennen den Zusammenhang zwischen der Zunahme der Nullen im Divisior und ihrer Abnahme im Ergebnis.

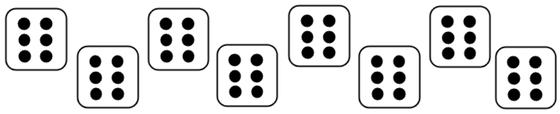
60.000 : 1 = 60.000	30 : 5 = 6
60.000 : 10 = 6.000	300 : 5 = 60
60.000 : 100 = 600	3000 : 5 = 600

Wichtig ist es, im (Förder-)Unterricht aufzuzeigen, wie solche Aufgaben schnell (evtl. gestützt) im Kopf gerechnet werden können. Denn auch das schriftliche Rechnen bietet hier keine Vorteile, weil auch dabei Nullen Im Dividenden und/oder im Divisor häufig zu Fehlern führen.

Aufgabe 12: Operationsverständnis: Darstellungen

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Interpretieren der grafischen Darstellung einer räumlich-simultanen multiplikativen Situation auf der Basis eines tragfähi-gen Operationsverständnisses

Mit welcher Rechnung kannst du die Gesamtanzahl der Punkte schnell herausfinden?



Schreibe nur die Rechnung auf!

Du brauchst **nicht** aufschreiben, wie viele Punkte es insgesamt sind.

Rechnung:______________________

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Ein tragfähiges Operationsverständnis der Multiplikation ist grundlegende Voraussetzung für die Lösung von anwendungsbezogenen Aufgaben. Ihr Anteil am Mathematikunterricht nimmt mit zunehmender Klassenstufe stetig zu.
Zum Operationsverständis gehört es, multiplikative Situationen in grafischen Darstellungen erkennen, deuten und in entsprechende Multiplikationsaufgaben übertragen zu können. Als eine der vier Grundrechenarten kommt der Multiplikation eine zentrale Rolle zu.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Ein Warnsignal ist es, wenn Kinder am Ende des vierten oder zu Beginn des fünften Schuljahres die dargestelle Situation nicht multiplikativ deuten können und stattdessen mit $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$ eine additive Lösung anbieten. In der Aufgabenstellung explizit gefordert war eine Rechnung, mit der die Punkteanzahl *schnell* ermittelt werden kann. Eine Additionsaufgabe mit acht Summanden ist fehleranfällig, sowohl bei der vollständigen Notation aller Summanden, also auch beim fortgesetzten Addieren, das viele Zwischenergebnisse verlangt und hier bewusst nicht gefordert war.
Ein weiteres Warnsignal besteht darin, wenn statt der Rechnung nur die Zahl 48, d.h. die Anzahl der Punkte notiert wurde. Sehr wahrscheinlich wurde nicht gerechnet, sondern einfach die Punkte gezählt. Die Punktanzahl lässt aber keinen Rückschluss auf die zugrunde liegende Multiplikationsaufgabe zu.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Die Entwicklung von Multiplikationsverständnis ist ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts im zweiten Schuljahr. Daher muss bei Unterstützungsmaßnahmen inhaltlich hier angesetzt und das Deuten von *räumlich-simultanen* Situationen (z.B. eine Pralinenpackung mit 3 Reihen mit jeweils 5 Pralinen) oder *zeitlich-sukkzessiven* Situationen (z.B. 3 mal nacheinander jeweils 5 Brötchen in deine Tüte packen) als Multiplikationsaufgabe $3 \cdot 5 = 15$ thematisiert und geübt werden. Die Abbildung zeitlich-sukkessiver Mulitplikationssituationen ist dabei durchaus schwierig, entsprechende Bilder, die die jeweiligen Handlungen oder Vorgänge darstellen sollen, können häufig nicht eindeutig interpretiert werden. Hingegen lassen sich im Alltag viele räumlich-simultane Darstellungen finden. Man denke an Muffinformen, Getränkekisten, Eierpaletten und ähnliches. Dabei kann es hilfreich sein, wenn die Kinder zu gegebenen Aufgaben eigene Zeichnungen anfertigen oder Fotos machen, die multiplikative Strukturen zeigen (z.B. die stets gleiche Fensteranzahl in den verschiedenen Stockwerken eines Hauses). Wichtig ist die begleitende Versprachlichung, z.B. „Ich sehe drei Geschosse mit jeweils 4 Fenstern – zusammen 12 Fenster.“ Die zugehörige Malaufgabe $3 \cdot 4 = 12$ wird entsprechend genannt und notiert. Zur Festigung dienen auch abstrakte Darstellungen mit Plättchen. Daran kann die Kommutativität der Multiplikation gut thematisiert werden, in dem das Blatt auf dem 3 Reihen mit jeweils 4 Plättchen liegen, um $90\,°$gedreht wird, und nun 4 Reihen mit 3 Plättchen erkennbar sind.

Aufgabe 13: Operationsverständnis: Textaufgaben

a) Ein Bäcker kauft 24 Eierschachteln.
In jeder Schachtel sind 6 Eier.
Wie viele Eier kauft er insgesamt?

b) 24 Eier werden in Schachteln verpackt
In jede Schachtel passen 6 Eier.
Wie viele Schachteln können gefüllt werden?

c) Im Kühlschrank sind 24 Eier.
Der Koch nimmt 6 Eier heraus.
Wie viele Eier sind noch im Kühlschrank?

24 : 6

24 – 6

24 · 6

24 + 6

Welche Fähigkeit wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Interpretieren von Sachtexten und Zuordnen passender Operationen

Warum und wie hängt erfolgreiches Weiterlernen von dieser Fähigkeit ab?
Ein tragfähiges Verständnis der vier Grundrechenarten und ihre eindeutige Unterscheidung bilden die Grundlage für das Finden und Lösen von anwendungs-bezogenen Aufgaben. Bevor die vier Grundrechen-arten im Kontext der ganzen und der rationalen Zahlen im Verlauf der Sekundarstufe I verstanden und entsprechende Herausforderungen wie „minus mal minus ergibt plus“ beim Multiplizieren ganzer Zahlen oder das Multiplizieren mit dem Kehrwert bei der Differenzbildung bei Bruchzahlen erkannt und gemeistert werden können, müssen Kinder über ein sicheres Verständnis der vier Rechenoperationen beim Rechnen mit natürlichen Zahlen verfügen.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Unzureichende Deutschkenntnisse erschweren sicherlich das Verständnis der Aufgabentexte und ihre Verbindung mit passenden Aufgaben. Auch das spezielle Aufgabenformat „Zuordnung von Sachaufgaben zu Termen“ ist den Kindern aus dem Unterricht vielleicht (leider) nicht bekannt. Ein Warnsignal ist sicherlich, wenn scheinbar wahllos verbunden wurde. In diesem Fall sollte im Nachgang im Gespräch mit dem Kind geklärt werden, warum es welche Zuordnung getroffen hat. Oft erkennt das Kind dann bereits selbst seinen Fehler und kann die Zuordnung selbstständig korrigieren.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Kinder, denen die Selbstkorrektur im Nachgang nicht gelingt, bedürfen einer intensiven Förderung ihres Operationsverständnisses der Grundrechenarten. Oft ist ein handlungsorientierter Zugang für die Kinder leichter zu verstehen, als eine rein sprachliche oder grafische Darstellung. So kann z.B. Aufgabe b) zur Frage wie viele Sechser-Eierkartons mit den 24 Eiern gefüllt werden können, zunächst über das Aufteilen handelnd gelöst, indem immer 6 Eier in einen Karton gelegt werden. Die Handlung – Sechsgruppen bilden – wird dabei sprachlich begleitet „Ich habe 24 Eier und fülle sie in Sechserkartons – ich kann 4 Kartons füllen“ und schließlich als Aufgabe genannt und geschrieben: $24 : 6 = 4$. Entsprechend werden auch die Teilaufgaben a) zur Multiplikation und c) zur Subtraktion auf der Grundlage einer Handlung erarbeitet und schließlich sprachlich und symbolisch gefasst. Schließlich wird das Kind angeregt, zum übriggebliebenen Term $24 + 6$ eine Rechengeschichte zu erfinden. Sein Vorgehen hierbei liefert weitere diagnostische Informationen. Bei weiteren Durchgängen mit anderen Aufgaben wird das konkrete Handeln zunächst durch eine Beschreibung der vorgestellten Handlung abgelöst bis schließlich umgehend auf symbolischer Ebene gearbeitet werden kann.

4 Auswertung und Dokumentation

Zur Auswertung der Testergebnisse stehen Ihnen auf https://www.ditom.org/de/tests folgende Instrumente zum Download zur Verfügung.

Sofern Sie die Tests händisch auswerten möchten, bieten wir folgende Hilfen dafür an:

a) ein **Übersichtsblatt für die Punktevergabe**, dem Sie Aufgabe für Aufgabe entnehmen können, nach welchen Kriterien Sie jeweils einen, einen halben oder keinen Punkt vergeben (siehe Seite 39);
b) ein **Klassen-Auswertungsblatt** für die Auswertung und Dokumentation der Ergebnisse der gesamten Klasse (siehe Seite 40)
c) ein **Einzel-Auswertungsblatt** für die Auswertung und Dokumentation der Ergebnisse eines einzelnen Kindes, falls Sie eine solche Einzel-Übersicht benötigen (siehe Seite 41);

Wesentlich weniger zeitaufwändig erfolgt die Auswertung mittel Excel am Computer. Dafür finden Sie im Download

d) eine **vorprogrammierte Excel-Tabelle**, mit zwei Tabellen-Blättern, zwischen denen Sie links unten wechseln können.
Im Blatt „qualitativ" müssen Sie in der Spalte für jedes Kind für jede Teilaufgabe lediglich die Zahlen eingeben, die das Kind in sein Testheft als Lösung notiert hat. Sofern das Kind keine Lösung notiert hat, geben Sie bitte 999 ein.
Wenn Sie mit der Eingabe fertig sind, wechseln Sie die Ansicht auf das Blatt „quantitativ". Das Programm zeigt dann an, ob die Lösung der Teilaufgabe richtig (1) oder falsch (0) ist und berechnet selbst für die Gesamtaufgabe den passenden Punktewert (1 bzw. 0,5 bzw. 0). Am Ende jeder Zeile wird der Prozentsatz richtig gelöster Aufgaben und auch schon der Punktewert für das einzelne Kind ausgewiesen.

Die „kritischen Punktewerte" zu DiToM 4+ und wie diese zu verstehen sind

Wie in Abschnitt 1 erläutert, geht es DiToM NICHT darum, Kinder zu etikettieren. Beachten Sie dazu bitte das, was in diesem ersten Abschnitt zu Zielen und Grundideen von DiToM bereits ausgeführt wurde.

Dort finden Sie auch nähere Erläuterungen zu den „kritischen Punktewerten", die auf Grundlage der Erprobung der Pilotversion von DiToM (im Fall von 4+ mit 934 Schüler: innen in den sieben Partnerländern des Projekts) mittels der statistischen Methode „Latente Klassenanalyse" ermittelt wurden. Diese Methode erlaubt die Zuordnung der Kinder auf Basis ihrer in DiToM 4+ erreichten Punkte zu einer der drei folgenden Gruppen:

Erreichte Punkte	**Gruppe**
0 bis 9	A - Anzeichen für umfassende Probleme in mehreren Schlüsselbereichen
9,5 bis 12,5	B - Hinweise für Probleme in einzelnen Schlüsselbereichen
13 bis 16	C - Keine Hinweise für größere Probleme in Schlüsselbereichen

Ein letzter Rückverweis auf Abschnitt 1: Bedenken Sie, dass ein Screening eine Momentaufnahme ist. Die Ergebnisse sollten also mit Erfahrungen und Beobachtungen aus der Klasse abgeglichen und gegebenenfalls zum Anlasse genommen werden, um sie in nachfolgenden Gesprächen mit einzelnen Kindern zu vertiefen, zu differenzieren und erweitern, möglicherweise aber auch zumindest teilweise zu korrigieren.

Punktevergabe

Auswertung DiToM Screening 4+ (max. 16 Punkte)

1	Schreiben von Zahlen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Antworten richtig (5.089, 43.005, 300.500) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
2	Zahlen vergleichen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Antworten richtig (>, >, <) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
3a	Addieren von 1/10/100	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Antworten richtig (9.900, 4.600, 4.000) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
3b	Subtrahieren von 1/10/100	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Antworten richtig (6.999, 3.490, 3.900) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
4	Zahlen auf dem Zahlenstrahl	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle vier Antworten richtig (7.000, 5300, 4.080, 12.500) drei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
5	Halbieren von Zahlen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle vier Antworten richtig (500, 250, 350, 1.500) drei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
6a	Nicht-algorithmisches Rechnen: Addition und Subtraktion	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle vier Antworten richtig (300, 736, 699, 354) drei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
6b	Addieren und Subtrahieren: Umgang mit Nullen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle vier Antworten richtig (4.500, 64.000, 2.500, 49.000) drei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
7a	Schriftliches Addieren	1 P. 0,5 P. 0 P.	beide Antworten richtig (584, 1.324) eine Zahl richtig alle anderen Lösungen
7b	Schriftliches Subtrahieren	1 P. 0,5 P. 0 P.	beide Antworten richtig (644, 272) eine Zahl richtig alle anderen Lösungen
8	Operationsverständnis Addition/Subtraktion: Textaufgabe	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rechnung und Lösung richtig (35 - 4 =31) entweder Rechnung oder Lösung nicht richtig notiert alle anderen Lösungen
9	Einmaleins	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle sechs Antworten richtig (6, 80, 32, 63, 0, 35) fünf Antworten richtig alle anderen Lösungen
10	Division Basisfakten	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle sechs Antworten richtig (8, 1, 7, 8, 6, 7) fünf Antworten richtig alle anderen Lösungen
11	Multiplizieren und Dividieren: Umgang mit Nullen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle vier Antworten richtig (35.000, 1.000, 400, 600) drei Antworten richtig alle anderen Lösungen
12	Operationsverständnis: Darstellungen	1 P. 0 P.	Korrekter Term (8*6 or 6*8) Alle anderen Lösungen
13	Operationsverständnis: Textaufgaben	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Antworten richtig (a →3, b →1, c →2) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen

Auswertung pro Klasse

DiToM Diagnostic Tool in Mathematics

Auswertung **DiToM Screening 4+** **Klasse** ________ **Datum** ______________

	3 richtig = 1 P 2 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	3 richtig = 1 P 2 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	3 richtig = 1 P 2 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	3 richtig = 1 P 2 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	4 richtig = 1 P 3 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	4 richtig = 1 P 3 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	4 richtig = 1 P 3 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	4 richtig = 1 P 3 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	2 richtig = 1 P 1 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	2 richtig = 1 P 1 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	2 richtig = 1 P 1 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	6 richtig = 1 P 5 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	6 richtig = 1 P 5 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	4 richtig = 1 P 3 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	richtig =1 P falsch = 0 P	3 richtig = 1 P 2 richtig = 0.5 P sonst = 0 P	
Name	Item 1	Item 2	Item 3a	Item 3b	Item 4	Item 5	Item 6a	Item 6b	Item 7a	Item 7b	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	**Gesamt**

Auswertung pro Kind

Diagnostic Tool in Mathematics

Name: ______________________________

Datum: ______________________________

Auswertung DiToM Screening 4+

Item	Richtige Antwort	Check richtig/ falsch	Punkte
1.a	5.089		
1.b	43.005		
1.c	300.500		
2.a	>		
2.b	>		
2.c	<		
3a.a	9.900		
3a.b	4.600		
3a.c	4.000		
3b.a	6.999		
3b.b	3.490		
3b.c	3.900		
4.a	7.000		
4.b	5.300		
4.c	4.080		
4.d	12.500		
5.a	500		
5.b	250		
5.c	350		
5.d	1.500		
6a.a	300		
6a.b	736		
6a.c	699		
6a.d	354		
6b.a	4.500		
6b.b	64.000		
6b.c	2.500		
6b.d	49.000		

Item	Richtige Antwort	Check richtig/ falsch	Punkte
7a.a	584		
7a.b	1.324		
7b.a	644		
7b.b	272		
8 part 1	35-4		
8 part 2	31		
9.a	6		
9.b	80		
9.c	32		
9.d	63		
9.e	0		
9.f	35		
10.a	8		
10.b	1		
10.c	7		
10.d	8		
10.e	6		
10.f	7		
11.a	35.000		
11.b	1.000		
11.c	400		
11.d	600		
12	8*6 or 6*8		
13.a	a) - 3		
13.b	b) - 1		
13.c	c) - 2		

Insgesamt erzielte Punkte von 16

Kommentar: ______________________________

Wertung:

Items 1, 2, 3 und 13	alle 3 richtig = 1 Punkt; 2 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Items 4, 5, 6 und 11	alle 4 richtig = 1 Punkt; 3 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Items 7 und 8	alle 2 richtig = 1 Punkt; 1 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Item 9 und 10	alle 6 richtig = 1 Punkte; 5 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Item 12	richtig = 1 Punkt; falsch oder nicht gemacht = 0 Punkte

5 Zitierte Literatur

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT). 2nd edition*. Educational Testing Service.

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), *Handbuch Inklusive Diagnostik* (S. 199–213). Beltz.

6 Weitere Literaturhinweise

Gaidoschik, M. (2025). *Das dezimale Stellenwertsystem verstehen, verinnerlichen, flexibel anwenden: Ein Leitfaden für den Unterricht in der Grundschule.* Klett-Kallmeyer.

Gaidoschik, M. (2025). *Lernschwierigkeiten in Mathematik. Warum wir nicht von Rechenschwäche und Dyskalkulie sprechen und was wir ab dem Kindergarten tun sollten.* Persen.

Gaidoschik, M. (2014/2019[5]). *Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten.* Kallmeyer-Klett.

Gaidoschik, M. (2007/2022[12]). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis*. Persen.

Götze, D., Selter, C., & Zannetin, E. (2019). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht.* Klett-Kallmeyer.

Padberg, F., & Benz, Ch. (2021). *Didaktik der Arithmetik.* Spektrum.

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, Ch. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele.* Springer.

Schulz, A., & Wartha, S. (2012). *Rechenproblemen vorbeugen.* Cornelsen.

Selter, Ch., & Zannetin, E. (2019). *Mathematik unterrichten in der Grundschule: Inhalte – Leitideen – Beispiele.* Kallmeyer.

Zahlreiche Informationen und Anregungen für den Unterricht finden Sie auch auf den Seiten des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik https://www.dzlm.de/