



Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

Co-funded by
the European Union



Screening 2+

Manuale del docente

Indice

Premessa	2
1. Obiettivi e Principi Guida di DiToM.....	3
2. Somministrazione.....	6
Panoramica degli ambiti tematici	6
Prima della distribuzione dei fascicoli del test	7
3. Spiegazioni dei quesiti e indicazioni di supporto.....	23
Quesito 1: contare	23
Quesito 2: numeri cardinali/ raggruppamento	24
Quesito 3: contare in avanti e indietro	25
Quesito 4: scrivere numeri a due cifre	26
Quesito 5: dividere a metà	27
Quesito 6: numeri sulla retta numerica.....	28
Quesito 7: fatti numerici di base (scomporre i numeri)	29
Quesito 8: addizione con numeri a due cifre	30
Quesito 9: sottrazione con numeri a due cifre	31
Quesito 10: comprensione operativa dell'addizione	32
Quesito 11: comprensione operativa della sottrazione.....	33
Quesito 12: fatti numerici moltiplicativi	35
Quesito 13: comprensione operativa della moltiplicazione	36
Quesito 14: comprensione operativa della divisione per contenenza	37
Quesito 15: comprensione operativa della divisione per partizione.....	38
4. Note sulla valutazione dei risultati	39
Valutazione e punteggio del DiToM Screening 2+ (massimo 15 punti)	40
Valutazione per la classe	41
Valutazione per alunno	42
5. Riferimenti.....	43

Premessa

Il presente manuale è stato concepito al fine di fornire un supporto nella gestione dello screening DiToM 2+ e nell'utilizzo efficace dei risultati del test all'interno della classe. Nelle pagine seguenti saranno illustrate:

- una sintesi degli obiettivi e dei principi guida del progetto Erasmus+ DiToM;
- istruzioni dettagliate, presentate in modo sequenziale, per l'attuazione dello screening DiToM 2+ in ambito scolastico;
- descrizioni sintetiche di ciascun compito previsto dal DiToM 2+, corredate da annotazioni relative a possibili strategie di intervento per supportare gli alunni i cui esiti di screening evidenziano lacune nell'acquisizione di abilità matematiche di base;
- indicazioni relative alle modalità di valutazione e documentazione dei risultati.

La guida per la gestione della Parte 3 e le tabelle di valutazione della Parte 4 sono disponibili per il download separato in formato PDF dal sito www.ditom.org/de.

Si consiglia di stampare la guida in modalità fronte-retro e di procedere con la rilegatura a spirale. Nel fascicolo così ottenuto, la pagina riservata al docente per la lettura delle istruzioni ad alta voce sarà mantenuta, mentre la pagina rivolta agli alunni conterrà un esempio esplicativo per facilitare la comprensione di quanto richiesto.

1. Obiettivi e Principi Guida di DiToM

L'apprendimento della matematica avviene per gradi: nuove conoscenze si costruiscono su basi precedenti solide. Quando le idee e i concetti fondamentali mancano, gli alunni fanno sempre più fatica a comprendere e dare un senso ai contenuti matematici che si basano su quelle fondamenta. Studi sia nazionali che internazionali mostrano che una quota significativa di alunni non raggiunge gli standard minimi in matematica già a livello della scuola primaria e, per le ragioni sopra descritte, quasi inevitabilmente continua a incontrare difficoltà nella scuola secondaria. È allarmante constatare che molti giovani terminano l'istruzione obbligatoria senza aver raggiunto il livello minimo di alfabetizzazione matematica, considerato essenziale dall'OCSE per una "piena partecipazione alla vita sociale".

Per contrastare questa situazione, gli insegnanti devono innanzitutto essere in grado di individuare le difficoltà di apprendimento della matematica in modo precoce e il più preciso possibile. Solo su questa base è possibile adottare misure di supporto mirate. È qui che interviene il progetto europeo "Diagnostic Tools in Mathematics" (DiToM). In una partnership che coinvolge Germania, Francia, Grecia, Croazia, Italia, Svezia e Spagna, sono stati sviluppati cinque strumenti di screening collegati tra loro. Questi strumenti permettono agli insegnanti, all'inizio o alla fine dell'anno scolastico, di avere una visione d'insieme degli studenti che rischiano di rimanere indietro in matematica se non ricevono misure di sostegno specifiche.

Gli screening seguono un ciclo biennale:

Screening 0+: fine della scuola dell'infanzia → inizio della classe prima della scuola primaria;

Screening 2+: fine della classe seconda della scuola primaria/ inizio della classe terza della scuola primaria;

Screening 4+: fine della classe quarta della scuola primaria/ inizio della classe quinta della scuola primaria;

Screening 6+: fine della classe prima della scuola secondaria di primo grado / inizio della classe seconda della scuola secondaria di primo grado;

Screening 8+: fine della classe terza della scuola secondaria di primo grado / inizio della classe prima della scuola secondaria di secondo grado.

Che cosa sono gli Screening DiToM e quali obiettivi persegono?

I cinque screening sono prove scritte su carta che si concentrano sulle abilità matematiche fondamentali che dovrebbero essere consolidate all'inizio di un determinato anno scolastico affinché i nuovi contenuti possano essere appresi in modo significativo. Ogni test può essere somministrato all'intera classe nell'arco di una singola lezione e, utilizzando gli strumenti di correzione forniti (vedere il capitolo 3), può essere valutato in un tempo relativamente contenuto. I risultati offrono agli insegnanti una panoramica strutturata dei bambini che potrebbero aver bisogno di un supporto aggiuntivo in aree specifiche.

La parola "potrebbero" è fondamentale: uno screening non sostituisce una valutazione individuale e qualitativa dello stato di apprendimento di un bambino. Nel migliore dei casi, fornisce indizi iniziali sulle strategie o sui procedimenti che il bambino potrebbe aver utilizzato. Per una comprensione più approfondita sono necessarie osservazioni mirate e colloqui individuali, con l'ausilio di compiti più differenziati. Tuttavia, lo screening può rappresentare un punto di partenza prezioso per stabilire quali bambini potrebbero trarre maggior beneficio da valutazioni più approfondite.

Che cosa si intende per "abilità matematiche chiave"?

Come già sottolineato, la matematica scolastica è caratterizzata da una "gerarchia interna degli apprendimenti" (Wittmann, 2015, p. 199). Questo è particolarmente vero nei domini dell'aritmetica (numeri e operazioni) e dell'algebra, proprio le aree su cui si concentrano gli screening DiToM. In questi ambiti, è possibile individuare in ogni fase di apprendimento le abilità chiave senza le quali non è possibile progredire in modo significativo e duraturo.

Per esempio, per lavorare con successo con i numeri naturali, i bambini devono comprenderli secondo il concetto di "parte-tutto", un processo di sviluppo che dovrebbe completarsi entro il primo anno scolastico. Il concetto di "parte-tutto" significa, ad esempio, che il numero sette viene inteso come un intero composto da parti: cinque e due, quattro e tre, uno e sei, e così via. Questa comprensione dovrebbe diventare automatica: un bambino non dovrebbe più avere bisogno di uno sforzo consapevole per riconoscere il cinque come la parte mancante di sette, quando l'altra parte è due. In altre parole, i bambini dovrebbero pensare automaticamente ai numeri come a insiemi di parti e alle loro relazioni. Questa combinazione di comprensione e automatismo caratterizza molte abilità chiave: solo quando alcune abilità diventano automatiche, la capacità mentale può essere destinata ad affrontare sfide matematiche di livello superiore.

Se il bambino ha ben consolidato l'abilità di "pensare ai numeri come composizioni" (o "scomposizione dei numeri"), lo si nota, per esempio, dalle strategie di calcolo che adotta. Un bambino che pensa al sette come a cinque più due risolverà $7 - 5$ senza difficoltà già dal primo anno, senza contare. I bambini che non possiedono quest'abilità, invece, spesso continuano a fare affidamento su strategie di conteggio laboriose e soggette a errori anche negli anni successivi della scuola primaria e secondaria. L'addizione e la sottrazione basate sul conteggio diventano ben presto ingestibili quando si devono affrontare numeri a due o tre cifre. Questi bambini hanno anche difficoltà a sfruttare le relazioni tra i fatti della moltiplicazione, per esempio, a riconoscere che 9×6 è sei in meno rispetto al più facilmente ricordato 10×6 . Un'insufficiente padronanza di un'abilità chiave (come la comprensione dei numeri come composizioni) ostacola quindi l'acquisizione di altre abilità (addizione, sottrazione, moltiplicazione), che a loro volta sono prerequisiti per abilità più avanzate (divisione, ragionamento proporzionale, ecc.).

Questo problema si protrae oltre la scuola primaria: gli alunni che incontrano difficoltà con i numeri naturali, infatti, avranno problemi ancora maggiori con le frazioni e i numeri decimali. In seguito, l'algebra si basa su intuizioni che dovrebbero essere maturate lavorando sulle operazioni di base nei primi anni di scuola. Senza queste intuizioni, l'algebra può apparire agli alunni come un codice indecifrabile.

Per questo motivo, gli screening DiToM si concentrano sulle abilità chiave, che dovrebbero essere acquisite saldamente all'inizio delle classi 1, 3, 5, 7 e 9, affinché il percorso di apprendimento matematico possa proseguire con successo.

Dopo aver somministrato lo Screening DiToM, che cosa succede?

Utilizzando gli strumenti di valutazione descritti nel capitolo 4, gli insegnanti possono creare una tabella (Excel o cartacea) che può essere letta in due direzioni:

- per riga: i risultati di ciascun bambino mostrano quali compiti sono stati risolti in modo corretto, parzialmente corretto, errato o lasciati in bianco, da cui deriva un punteggio complessivo per quel bambino;
- per colonna: per ciascun compito, la tabella mostra quanti bambini lo hanno risolto in modo corretto, parzialmente corretto, errato o non l'hanno svolto affatto.

Lo screening DiToM permette di focalizzare l'attenzione sui singoli alunni: non serve per etichettare i bambini. Gli screening non sono concepiti per identificare gli alunni con "discalculia". Le diagnosi cliniche di questo tipo non affrontano la domanda centrale a cui il DiToM vuole rispondere: come possono gli insegnanti sostenere al meglio i bambini che hanno difficoltà con le abilità aritmetiche fondamentali? Un supporto mirato richiede una comprensione accurata del livello di apprendimento attuale di ciascun bambino. Il DiToM aiuta a individuare chi necessita urgentemente di una valutazione più approfondita, nient'altro. Il capitolo 2 fornisce brevi indicazioni sui tipi di supporto successivi utili per ciascun compito specifico.

Alla luce di quanto esposto sopra, vanno intesi i "punteggi soglia critici" spiegati nel capitolo 4, che abbiamo individuato sulla base della sperimentazione pilota degli screening DiToM (nel caso di 2+, con 1.373 bambini nei sette Paesi partner del progetto). Utilizzando l'analisi delle classi latenti (vedi Livingston, 2014), i bambini sono stati raggruppati come segue:

- **Gruppo A:** bambini che mostrano difficoltà diffuse in diverse abilità chiave.

- **Gruppo B:** bambini che mostrano segnali di difficoltà in aree specifiche.
- **Gruppo C:** bambini che non mostrano particolari segnali di difficoltà.

È importante ricordare che qualsiasi screening fornisce solo una fotografia momentanea. Alcuni bambini potrebbero semplicemente aver avuto una giornata no o essere stati distratti, altri potrebbero aver copiato le risposte nonostante le precauzioni. I risultati dello screening devono quindi essere interpretati con cautela. Dovrebbero sempre essere confrontati con le osservazioni della vita quotidiana in classe e utilizzati come punto di partenza per ulteriori osservazioni mirate e per l'assegnazione di compiti di approfondimento nei giorni e nelle settimane successive.

Se risulta evidente che un bambino rientra nel Gruppo A, è lecito aspettarsi che le sue difficoltà matematiche peggiorino nel corso dell'anno scolastico, a meno che non vengano adottate tempestivamente ed efficacemente delle misure di intervento. Il capitolo 2 può solo suggerire alcune linee guida generali per tali interventi, basate sulle abilità chiave valutate da ciascun compito. Per indicazioni più approfondite, si rimanda i docenti alla letteratura didattica di riferimento.

Anche i bambini del Gruppo B probabilmente necessitano di un supporto mirato, almeno in alcune aree, per poter progredire con successo nel loro apprendimento. È importante ricordare che tutti i compiti dello screening valutano abilità chiave. Lo screening è intenzionalmente progettato per non distinguere gli alunni "eccellenti"; idealmente, la maggior parte dei bambini dovrebbe trovare i compiti piuttosto facili. Pertanto, anche gli eventuali errori commessi dai bambini del Gruppo C su singoli compiti devono essere presi sul serio, in quanto possono rivelare lacune in abilità fondamentali.

Lo screening DiToM permette di focalizzare l'attenzione sulla classe nel suo insieme:

è particolarmente vero quando i risultati mostrano che molti bambini hanno avuto difficoltà con lo stesso compito. Ciò può indicare che gli alunni hanno avuto poche opportunità di fare esperienze efficaci per costruire quell'abilità, sia durante gli anni precedenti a scuola che prima di iniziare a frequentare la scuola. In questi casi, è ancora più importante che vengano offerte queste opportunità di apprendimento, anche se il programma è già passato a nuovi contenuti. Ancora una volta, è importante tenere conto della struttura gerarchica dell'apprendimento matematico: ogni livello dipende dalla solida comprensione delle abilità di base, che devono essere acquisite prima di poter procedere.

2. Somministrazione

Panoramica degli ambiti tematici

Questo manuale fornisce al docente le istruzioni per la somministrazione dello screening da effettuare alla fine della classe seconda della scuola primaria (grado 2) o all'inizio della classe terza della scuola primaria (grado 3).

Lo Screening 2+ copre i seguenti ambiti tematici

- 1 Contare
- 2 Numeri cardinali / raggruppamento
- 3 Contare in avanti e indietro
- 4 Scrivere numeri a due cifre
- 5 Dividere a metà
- 6 Numeri sulla retta numerica
- 7 Fatti numerici di base (scomporre i numeri fino a 10)
- 8 Addizione con numeri a due cifre
- 9 Sottrazione con numeri a due cifre
- 10 Comprensione operativa dell'addizione
- 11 Comprensione operativa della sottrazione
- 12 Fatti numerici moltiplicativi
- 13 Comprensione operativa della moltiplicazione
- 14 Comprensione operativa della divisione per contenenza
- 15 Comprensione operativa della divisione per partizione

Di seguito vengono illustrate, quesito per quesito, le istruzioni da fornire ai bambini durante lo svolgimento e come presentare le attività.

Le istruzioni sono disponibili anche in download in una versione ampliata per la stampa, con pagine di esempio e pagine vuote, in un file PDF separato.

Stampando il file fronte-retro e rilegandolo a spirale, si ottiene un libretto dal quale è possibile leggere ad alta voce le indicazioni durante la somministrazione o consultare rapidamente ciò cui prestare attenzione. Grazie alle pagine di esempio inserite nella versione stampabile, è possibile voltare e sollevare verso i bambini la metà sinistra della pagina aperta. In questo modo i bambini possono vedere l'esercizio di esempio previsto per ciascun quesito e comprendere, sulla base di esso, cosa devono fare.

Prima della distribuzione dei fascicoli del test

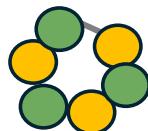
Dica ai bambini:

- che alla fine (se grado 2) / all'inizio (se grado 3) dell'anno scolastico vorrebbe scoprire che cosa loro sanno e sanno fare;
- che ognuno riceverà un fascicolo con dei quesiti da risolvere e che lei li guiderà attraverso gli esercizi e dirà loro che cosa fare;
- che è importante che svolgano gli esercizi da soli e che non è utile che copino dai loro vicini di banco; in primo luogo, perché le soluzioni degli altri bambini potrebbero essere sbagliate. In secondo luogo, perché lei vorrebbe sapere che cosa ogni alunno sa già fare e dove ha ancora difficoltà, in modo da poterlo aiutare (se necessario e se sono disponibili, metta delle divisorie tra i bambini durante l'esecuzione del test);
- di prendere una matita rossa o blu; spieghi che usare la gomma da cancellare richiede troppo tempo e mostri loro alla lavagna che cosa fare quando si accorgono di aver scritto qualcosa di sbagliato: cancellare ciò che è sbagliato e scrivere la risposta corretta sopra, sotto o accanto;
- che li guiderà attraverso i quesiti uno dopo l'altro e che spiegherà loro che cosa fare per ciascun quesito; chieda loro di NON andare avanti da soli;
- che è importante che prestino attenzione e ascoltino attentamente le sue istruzioni; per aiutarli a risolvere i quesiti, fornisca un esempio per tutta la classe, prima di lasciarli lavorare da soli (si assicuri che tutti i banchi siano vuoti e che ogni bambino abbia davanti a sé solo una matita rossa o blu);
- che sta per distribuire i fascicoli e sottolinei che per il momento i fascicoli rimarranno chiusi sui loro banchi finché non chiederà loro di aprirli;
- che per alcuni compiti il tempo che hanno è limitato e quindi devono svolgerli velocemente; perciò, chiederà loro di fermarsi dopo il tempo assegnato; sottolinei che non importa se non hanno finito; possono semplicemente fermarsi e passare al quesito successivo; dica loro che non tutti i quesiti hanno un tempo limitato ma che non devono preoccuparsi di questo.

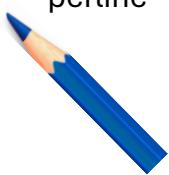
Distribuisca ora i fascicoli e inviti i bambini a scrivere il loro nome e la loro classe sulla prima pagina.

1 Contare

Esempio



6
— perline



«Guardate questo braccialetto.
Il braccialetto è composto da sei perline.
Quindi scriviamo il numero **6** qui.

→ *Punti verso la linea con la penna!*

Lì ci sono sei perline, quindi scriviamo
6 perché le perline sono sei.»

Quesito



— perline

Senza limite temporale

«Adesso girate per favore pagina e andate
al primo quesito.

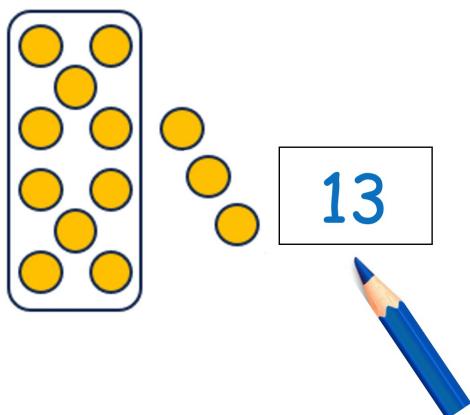
Qui vedete un altro braccialetto.
Contate le perline **in silenzio e con
calma**.

Scrivete il numero di perline sulla linea
che vedete sotto. Contate in silenzio e
scrivete il numero sulla linea.

Quando avete finito, posate la matita sul
banco.»

2 Numeri cardinali / raggruppamento

Esempio



«Guardate questa immagine.

Qui si vede il numero **tredici**.

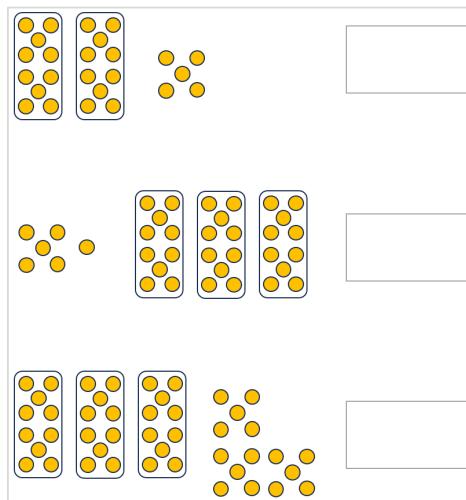
Dieci qui e **tre** qui.

→ Punti sulla decina nel riquadro e sui tre cerchietti singoli.

Quindi scriviamo il numero **tredici** nella casella di fianco all'immagine.

→ Punti sulla casella con la matita.

Quesito



Limite temporale: 30 sec

«Per favore girate la pagina sul prossimo quesito.

Qui vedete altre tre immagini che rappresentano numeri. Scrivete ogni numero nella casella vicino all'immagine.

→ Conti mentalmente fino a 30.

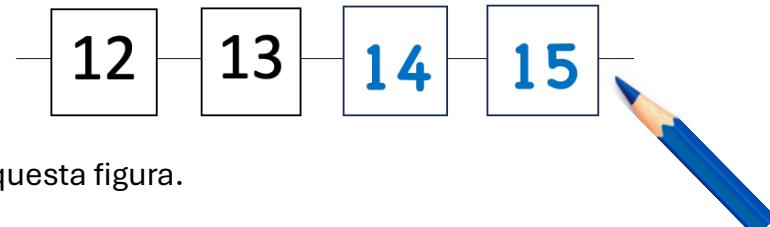
Andiamo avanti fino al prossimo quesito. Non importa se non avete ancora finito.

Per favore guardate questa figura.»

→ Punti sull'esempio dell'item 3.

3 Contare in avanti e indietro

Esempio



«Guardate questa figura.

→ *Punti sull'esempio.*

Ci sono quattro numeri in fila. La fila inizia con dodici, poi il numero successivo tredici e poi il numero che viene dopo, **quattordici**, che è scritto nella casella successiva.

E dopo il quattordici viene il **quindici**, quindi 15 è scritto nella casella successiva ancora.

→ *Punti prima su 14 e poi su 15.*

I quattro numeri in questa fila sono dodici, tredici, **quattordici** e **quindici**.»

Quesito

Senza limite temporale

The form contains three rows of numbered boxes. Each row consists of a sequence of boxes connected by lines. The first row starts with '37' and '38', followed by three empty boxes. The second row starts with two empty boxes, followed by '87' and '88', then two more empty boxes. The third row starts with three empty boxes, followed by '61' and '62', then one more empty box.

«Per favore girate pagina fino al prossimo quesito.

Allora, qui ci sono cinque numeri in fila. Scrivete i numeri mancanti nelle caselle vuote.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.»

4 Scrivere numeri a due cifre

Esempio

22

«Se vogliamo scrivere ventidue scriviamo così: 22.

18



→ *Punti sul numero 22.*

E se vogliamo scrivere diciotto, scriviamo così: 18.»

→ *Punti sul numero 18.*

Quesito

Senza limite temporale

a) _____

«Adesso sarete voi a scrivere i numeri.

b) _____

Per favore girate pagina fino al prossimo quesito. Vedete cinque linee: da a) a e), una sotto l'altra. Vi dirò cinque numeri; scriveteli uno sotto l'altro sulle cinque linee.

c) _____

Vi dico cinque numeri, uno dopo l'altro. Ascoltate attentamente e scrivete il numero sulla linea.

d) _____

trentaquattro (34)
quindici (15)
quarantatre (43)
cinquanta (50)
sessantasette (67)

e) _____

Passiamo al prossimo quesito.»

5 Dividere a metà

Esempio

La metà di 10: 5



«La metà di dieci è cinque.
Quindi, scriviamo 5.»

→ *Punti sul quesito dell'esempio.*

Quesito

Limite temporale: 20 sec

La metà di 12: _____

«Per favore girate pagina fino al prossimo quesito.

La metà di 16: _____

Ci sono altri numeri e voi dovete scrivere sempre **la metà** di ogni numero.

La metà di 60: _____

Iniziate adesso!»

La metà di 80: _____

→ *Conti mentalmente fino a 20.*

La metà di 50: _____

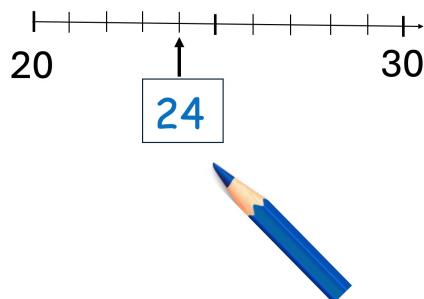
«Andiamo avanti con il prossimo quesito. Non importa se non avete ancora finito.

Per favore guardate questa figura.»

→ *Punti sull'esempio dell'item 6.*

6 Numeri sulla retta numerica

Esempio



«Qui vedete la linea dei numeri da 20 a 30.

→ *Punti sulla linea dei numeri muovendo il dito lungo il segmento tra 20 a 30.*

Stiamo cercando il numero che corrisponde alla casellina.

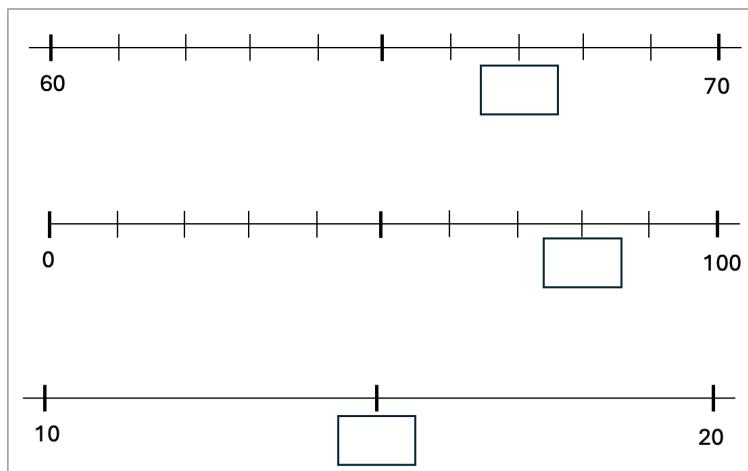
→ *Punti sulla casella.*

Controllate voi stessi – è il numero 24.

Quindi scriviamo 24 nella casellina.»

Quesito

Senza limite temporale



«Per favore girate pagina fino al prossimo quesito.

Guardate attentamente i numeri su ciascuna linea dei numeri e per ciascuna linea dei numeri scrivete il numero corretto nella casellina.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.»

7 Fatti numerici di base (scomporre numeri fino a 10)

Esempio

5	
3	2



«Qui vedete il numero 5 nella casella in alto.

→ *Punti il dito sul numero cinque.*

Come sapete, possiamo scomporre il numero 5 in due numeri. Se uno dei numeri è tre ...

→ *Punti sul numero 3.*

... allora il numero mancante è il due, perché tre più due fa cinque.

→ *Punti sui numeri mentre sta parlando.*

Quindi il numero cinque può essere scomposto nei numeri due e tre che insieme fanno cinque.»

Quesito

Limite temporale: 30 sec

6	
1	

7	
3	

8	
2	

8	
5	

9	
2	

9	
4	

«Per favore girate pagina.

Qui ci sono altri numeri da scomporre.

Guardate attentamente i numeri nella casellina in alto e poi scrivete i numeri mancanti nella casellina vuota. I due numeri in basso insieme danno il numero in alto.

Per favore iniziate adesso!»

→ *Conti mentalmente fino a 30.*

«Per favore posate le matite sul banco.

Non importa se non avete ancora finito.»

8 Addizione con numeri a due cifre

Senza esempio

Quesito

$32 + 7 =$

$6 + 74 =$

$60 + 30 =$

$27 + 40 =$

$25 + 8 =$

Senza limite temporale

«Per il quesito che viene adesso non abbiamo bisogno di esempi perché tutti sapete benissimo che cosa dovete fare. Adesso facciamo le addizioni.

Per favore girate pagina; vedrete alcuni esercizi di addizione.

Fateli adesso!

Quando avete finito, posate per favore la matita sul banco.»

«Fino adesso avete lavorato proprio bene e abbiamo già fatto la metà dei quesiti. Alzatevi e scrollate le braccia, le mani e le gambe per un momento.

→ *Faccia anche lei la stessa cosa.*

Questo ci fa sentire bene, vero? Adesso sedetevi di nuovo per favore.»

9 Sottrazione con numeri a due cifre

Senza esempio

Quesito

Senza limite temporale

$48 - 6 =$

$37 - 7 =$

$20 - 9 =$

$56 - 30 =$

$25 - 8 =$

«Adesso girate per favore pagina.
Qui vedete alcuni esercizi di **sottrazione**.

Quindi adesso facciamo le sottrazioni.
Ricordatevelo.

Iniziate adesso con gli esercizi di sottrazione!

Quando avete finito, posate per favore la
matita sul banco.»

10 Comprensione operativa dell'operazione di addizione

Senza esempio

Quesito

Senza limite temporale

«Adesso girate pagina per favore e guardate il prossimo quesito. Vi leggo il testo a voce alta.

→ Legga il testo del problema alla classe e scandisca i termini evidenziati in grassetto.

Sullo scuolabus verso scuola

ci sono **12** bambini.

Alla fermata successiva salgono **altri 5** bambini.

Quanti bambini ci sono sul bus adesso?



Adesso risolvete il quesito e scrivete i vostri calcoli con il risultato sulla linea in basso.

Ricordatevi che abbiamo visto l'esempio con i peluche dove il calcolo da fare era scritto sotto. Ricordate?

Scrivete adesso i vostri calcoli per questo quesito.

Quando avete finito, posate per favore la vostra matita sul banco.»

11 Comprensione operativa dell'operazione di sottrazione

Senza esempio

Quesito

Senza limite temporale

«Per favore girate pagina e guardate il prossimo quesito.

Adesso la scuola è finita e lo scuola bus porta i bambini di nuovo a casa.

→ *Legga il testo del problema alla classe,
scandendo i termini evidenziati in grassetto.*

Sullo scuolabus verso casa

ci sono 28 bambini.

Alla prima fermata scendono 3 bambini.

Quanti bambini ci sono ancora sul bus?



Adesso risolvete il quesito e scrivete i vostri calcoli e il risultato sulla linea.

Quando avete finito, per favore posate la matita sul banco.»

12 Fatti numerici moltiplicativi

Senza esempio

Quesito

Limite temporale: 30 sec

$7 \times 2 =$

$4 \times 5 =$

$8 \times 10 =$

$9 \times 2 =$

$10 \times 7 =$

$5 \times 6 =$

«Per il prossimo quesito non abbiamo bisogno di un esempio perché voi sapete benissimo che cosa c'è da fare.

Adesso facciamo le moltiplicazioni.

Per favore girate pagina nel vostro fascicolo e guardate gli esercizi di moltiplicazione.

Fateli adesso!

→ *Conti mentalmente fino a 30.*

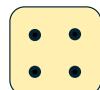
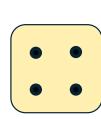
Per favore fermatevi!
Non importa se non avete ancora finito.
Andiamo avanti adesso.»

13 Comprensione operativa dell'operazione di moltiplicazione

Senza esempio
perché un esempio rivelerebbe la strategia risolutiva

Quesito

Senza limite temporale



Il mio calcolo: _____

«Guardate attentamente l'immagine.

Mostra un esempio che può essere pensato come una moltiplicazione.

Scrivete l'operazione corrispondete sotto l'immagine.

Se lo sapete, potete anche scrivere il risultato.

Ma questo non è obbligatorio. L'importante è scrivere l'operazione corrispondete.

Quando avete finito, posate la matita sul banco.»

14 Divisione per contenenza

Senza esempio

Quesito

Senza limite temporale

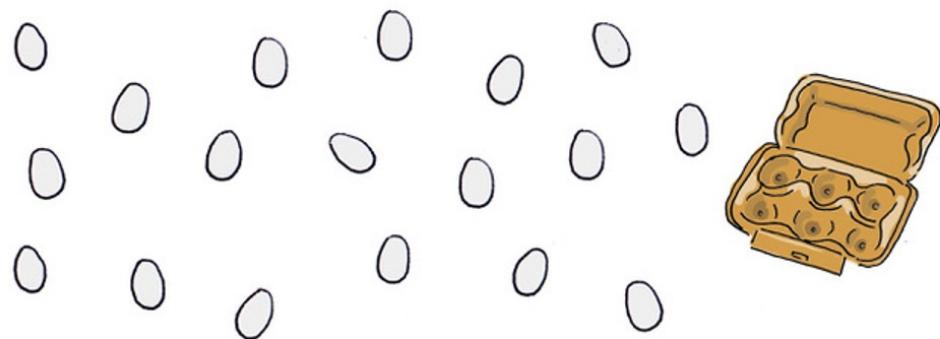
«Abbiamo ancora due quesiti e fino adesso avete lavorato benissimo. Guardiamo il penultimo quesito. Per favore girate la pagina.

→ Legga il testo del problema alla classe due volte, scandendo i termini evidenziati in grassetto:

Questa mattina il contadino ha raccolto **18 uova**.

In un cartone ci stanno **6 uova**.

Quanti cartoni si possono riempire?



Risposta: Il contadino può riempire _____ cartoni.

Adesso risolvete il quesito. Potete disegnare la soluzione direttamente sulla figura oppure scrivere un'operazione.

Quando avete finito, per favore posate la vostra matita sul banco.»

15 Divisione per partizione

Senza esempio perché un esempio rivelerebbe la strategia risolutiva

Quesito

Senza limite temporale

«Adesso andate all'ultima pagina. È rimasto solo un quesito.

→ Legga il testo del problema alla classe scandendo i termini evidenziati in grassetto:

La nonna ha comprato **15 ovetti di cioccolato**.

Lei vuole darli ai suoi **3 nipotini**.

Ciascuno dei tre bambini deve ricevere lo stesso numero di ovetti.

Quanti ovetti di cioccolato avrà ogni bambino?



Risposta: Ogni bambino avrà _____ ovetti di cioccolato.

Per favore risolvete questo ultimo quesito. Di nuovo, potete disegnare la soluzione direttamente sulla figura oppure potete scrivere il vostro calcolo.

Quando avete finito, per favore posate la vostra matita, chiudete il fascicolo e io passerò a raccoglierlo.»

→ Dopo aver raccolto i fascicoli, per favore ringrazi i bambini per il duro lavoro e per la loro cooperazione e li premi con una corsa intorno alla scuola o con un gioco!

3. Spiegazioni dei quesiti e indicazioni di supporto

Quesito 1: contare

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Contare insiemi ordinati con numerosità superiore a 20.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

L'acquisizione della sequenza verbale dei numeri e il rispetto dei principi del conteggio (v. sotto) nel determinare il numero di elementi attraverso il conteggio sono passi fondamentali verso una comprensione solida dei numeri naturali. Saper contare per determinare una quantità è condizione necessaria per poter scoprire e analizzare le relazioni tra i numeri. Fondamentali per la costruzione successiva delle abilità aritmetiche sono le relazioni di “uno in più/uno in meno” tra due numeri consecutivi nella sequenza numerica e quelle di “parte–tutto” all’interno delle cosiddette “triple numeriche” (ad es. la tripla 3, 5 e 8; 8 è il tutto, 3 e 5 le sue parti). Inoltre, saper determinare con precisione il numero di elementi di un insieme è anche un’abilità importante nella vita quotidiana.



Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Per contare correttamente le 23 perle del filo illustrato, il bambino deve padroneggiare la sequenza verbale dei numeri almeno fino a “ventitré” e rispettare il principio di corrispondenza biunivoca durante il conteggio delle perle. Errori nella corrispondenza biunivoca (saltare una o più perle o contare due volte alcune di esse) sono particolarmente probabili se il bambino sbaglia di poche unità il numero corretto (p.e. 22, 24). La disposizione circolare delle perle richiede una strategia nel senso che il bambino deve scegliere una perla di partenza e assicurarsi di non contare né essa né altre perle due volte. Il nodo è stato inserito intenzionalmente nell’immagine come facilitazione, ma il bambino deve riconoscerlo e utilizzarlo autonomamente.

Il quesito richiede inoltre di annotare la quantità determinata usando le cifre. È quindi necessario riuscire a tradurre “ventitré” nel numerale 23. Errori come 32 (oppure 42, in combinazione con un errore di conteggio) potrebbero quindi indicare un problema non nel conteggio, ma nella scrittura dei numeri a due cifre.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Il quesito è stato scelto intenzionalmente come punto di partenza, poiché è probabile che i bambini alla fine del secondo anno di scuola primaria lo trovino facile e commettano raramente errori. Se tuttavia dovesse verificarsi un errore, ciò non significa necessariamente che il bambino abbia ancora difficoltà con i (singoli) principi del conteggio. Contare correttamente richiede, oltre alla comprensione dei principi, anche concentrazione.

Un errore nel quesito 1 dovrebbe comunque indurre a verificare nuovamente in modo più approfondito le abilità di conteggio del bambino, al di fuori di questa prova di screening. In tale verifica, è opportuno considerare anche principi ulteriori rispetto a quelli qui rilevati (sequenza numerica stabile, corrispondenza biunivoca): il bambino distingue tra uso cardinale (ad es. “otto perle” come risultato di un conteggio) e uso ordinale (ad es. “l’ottava perla”) dei numeri? Sa che una quantità determinata tramite conteggio non cambia (e quindi non deve essere ricontata) se si modifica la disposizione degli elementi? Capisce che, nel conteggio, non importa se si procede da sinistra a destra (o in senso orario o antiorario), purché ogni elemento venga contato esattamente una volta?

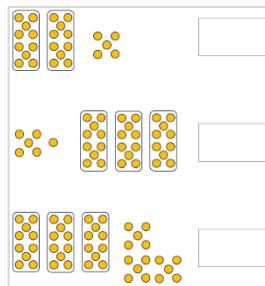
Se, alla fine del secondo anno o successivamente, persistono incertezze su questi aspetti, è indispensabile intervenire con attività di recupero nel campo delle abilità di base del conteggio.

Qualora invece gli errori indichino difficoltà nella scrittura dei numeri a due cifre (v. sopra), le prestazioni dello stesso bambino nel quesito 4 potrebbero fornire ulteriori indicazioni. Nel commento al quesito 4 si trovano suggerimenti per possibili misure di sostegno per i bambini che mostrano difficoltà in questo ambito.

Quesito 2: numeri cardinali/ raggruppamento

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Percezione di rappresentazioni strutturate di numeri a due cifre, raggruppamento.



Perché si tratta di un'abilità chiave?

Una solida comprensione del sistema posizionale decimale costituisce la base per poter operare in modo flessibile con numeri a più cifre (e successivamente anche con i numeri decimali) e per creare collegamenti tra tali numeri e con il mondo circostante (ad esempio, per stimare, effettuare calcoli approssimativi, valutare correttamente relazioni quantitative in situazioni concrete...).

La comprensione del sistema posizionale ha molte sfaccettature. Il presente quesito può fornire indicazioni sul fatto se gli alunni, nel tradurre rappresentazioni in scrittura simbolica, sappiano distinguere tra decine e unità e riconoscano che 10 unità equivalgono a una decina (rappresentazione 3). A ciò è collegata la comprensione del valore posizionale delle singole cifre all'interno di un numero a due cifre. Nel numero 36 (rappresentazione 2), il 3 rappresenta tre decine e il 6 sei unità. Questa conoscenza è essenziale per poter tradurre correttamente le rappresentazioni numeriche di questo quesito (illustrazioni ispirate al materiale strutturato Dienes) nella forma simbolica con le cifre.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

I bambini che non hanno ancora compreso la differenza tra decine e unità potrebbero semplicemente contare gli oggetti presentati e, per il primo numero (25), arrivare a 7, cioè 2 decine e 5 unità, quindi 7 oggetti in totale. Un altro possibile errore consiste nel non prestare attenzione all'ordine in cui devono essere scritte le cifre. Ad esempio, per il secondo numero (36), i bambini potrebbero non considerare il valore posizionale e scrivere il numero nell'ordine di rappresentazione, cioè 6 unità e 3 decine: 63. Gli errori possono anche derivare da errori di conteggio, ad esempio un bambino potrebbe ottenere 44 per il terzo numero (45) perché conta quattordici invece di quindici unità.

Si noti che le unità nelle illustrazioni sono disposte intenzionalmente in modo tale che i bambini non debbano contare, se riconoscono la struttura sottostante e hanno acquisito le relative conoscenze numeriche (ad esempio, $3 + 3 = 6$ nel secondo numero). Il tempo concesso per la risposta è stato fortemente limitato, in modo tale che i bambini che sono costretti a contare tutte le unità probabilmente non riusciranno a terminare o commetteranno errori di conteggio. Tuttavia, è nell'interesse dei bambini se lo screening fornisce indicazioni sul fatto che non conoscono ancora, o almeno non utilizzano, tali strutture numeriche per una percezione quasi simultanea delle quantità rappresentate. Questo vale soprattutto per la comprensione che $5 + 5 = 10$ e che 10 unità formano una decina, necessaria per riconoscere rapidamente il terzo numero come 45.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Se gli alunni non hanno mai fatto uso in classe del materiale proposto nello screening, le difficoltà potrebbero dipendere proprio dalla mancanza di familiarità con questo materiale. In tal caso, è meglio scegliere attività che utilizzino strumenti già noti agli alunni per valutare le abilità richieste. È comunque importante lavorare sulla comprensione del raggruppamento e del valore posizionale con materiali concreti: le attività dovrebbero iniziare facendo raggruppare autonomamente dieci oggetti per formare le decine, aiutando così i bambini a riconoscere e annotare il totale correttamente.

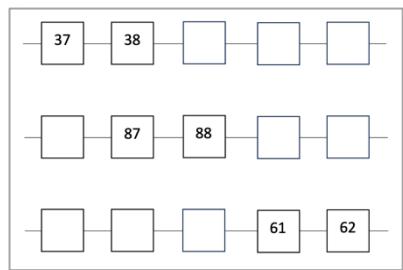
Successivamente, i raggruppamenti di dieci oggetti e i singoli oggetti diventano materiali utili per ampliare e consolidare la comprensione. I bambini dovrebbero esplorare il numero di oggetti singoli presenti in una decina (sempre 10) e utilizzare questa conoscenza per effettuare la sostituzione di gruppi di 10 oggetti i singoli con una decina effettuando uno "scambio", per gestire con più facilità grandi quantità di oggetti.

I bambini che non prestano attenzione all'ordine delle cifre e confondono numeri come 34 e 43 possono trarre vantaggio dal visualizzare e riconoscere la differenza tra le rappresentazioni cardinali dei due numeri, mettendo in evidenza il valore posizionale (decine/unità) delle cifre 3 e 4, al fine di comprendere che 34 significa 3 decine e 4 unità, mentre 43 significa 4-decine e 3 unità.

Quesito 3: contare in avanti e indietro

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Proseguire la successione dei numeri naturali in entrambe le direzioni, a partire da un numero di due cifre, superando e scendendo al di sotto delle decine intere.



Perché si tratta di un'abilità chiave?

La padronanza della sequenza dei numerali usati per contare è richiesta direttamente nel conteggio in avanti e all'indietro. Il conteggio in avanti è particolarmente importante nella vita quotidiana. I numeri di partenza di questo quesito sono stati scelti appositamente affinché sia necessario superare o scendere al di sotto delle decine intere. Di conseguenza, eventuali errori in questo quesito possono indicare una comprensione insufficiente del sistema posizionale decimale (principi di raggruppamento e scomposizione). Per ulteriori informazioni sull'importanza della comprensione del valore posizionale, si veda il commento al quesito 2.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Errori come 39 – 30 – 31 (riga 1) o 89 – 80 (riga 2) indicano una mancanza di comprensione del principio di raggruppamento, mentre una partenza nella terza sequenza con le decine sbagliate (ad es. 78 – 79 – 60) suggerisce in modo ancora più specifico difficoltà con la scomposizione delle decine.

Nella riga 2, un bambino potrebbe inserire nella prima casella il numero con cui continuerebbe la successione verso destra, se ci fosse ancora uno spazio libero. Se la successione fornita come risposta è 91 – 87 – 88 – 89 – 90, il problema non riguarda il tanto il raggruppamento, quanto la comprensione del formato del quesito. Tale difficoltà può essere superata attraverso un colloquio individuale con il bambino.

Allo stesso modo, se un bambino nella riga 3 continua verso sinistra con 63 – 64 – 65, potrebbe semplicemente aver frainteso il quesito. Tuttavia, è anche possibile che il bambino si senta in difficoltà nel dover continuare la sequenza in ordine inverso e quindi risponda con ciò che gli risulta più facile. In questi casi, è necessario chiarire ulteriormente la situazione attraverso un confronto diretto. Un altro tipo di errore possibile riguarda problemi con la scrittura dei numeri a due cifre, ad esempio se la riga 1 viene continuata con 84 (vedi quesito 4).

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Se si riscontrano errori in questo quesito, le abilità di conteggio del bambino dovrebbero essere innanzitutto verificate a voce, poiché esse non possono essere rilevate direttamente tramite una prova scritta. È particolarmente importante verificare se il bambino sia in grado di contare in modo fluido e sicuro, in avanti e all'indietro, a partire da un numero a due cifre scelto a caso, riuscendo anche a superare le decine piene o a scendere al di sotto di esse.

Se emergono difficoltà in questo ambito, non è consigliabile intervenire con sole esercitazioni di conteggio a voce. Quando un bambino mostra persistenti difficoltà nel superare o scendere al di sotto delle decine piene, ciò indica probabilmente una mancanza di comprensione del principio di raggruppamento: ogni 10 unità si forma una decina; perciò, nella successione dei numeri naturali, dopo 39 viene 40. Per promuovere la comprensione di questi aspetti sono utili attività di raggruppamento con materiale concreto (si veda il commento al quesito 2).

Ancora più frequenti sono difficoltà analoghe nella scomposizione, cioè quando si deve scendere al di sotto un numero pieno di decine. Anche qui sono fondamentali le attività con i materiali: per togliere 1 unità da 70, rappresentato con 7 bastoncini da dieci, una decina deve essere scomposta in 10 unità. Perciò $70 - 1 = 69$, e 69 è il numero che precede 70 nella successione dei naturali. Solo sulla base di questa comprensione fondamentale ha senso fare esercizi relativi alla sequenza dei numerali anche nel conteggio all'indietro, con l'obiettivo di automatizzare l'abilità di conteggio.

Quesito 4: scrivere numeri a due cifre

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Scrivere correttamente in cifre i numeri a due cifre ascoltati.

„Trentaquattro“  34

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Se i bambini commettono ripetutamente errori o mostrano incertezza nel tradurre tra la forma orale e quella scritta dei numeri a due cifre, ciò rende molto più difficile per loro partecipare alle lezioni di matematica, così come affrontare numeri a due o più cifre nella vita quotidiana. Questo va oltre la semplice scrittura e lettura dei numeri in cifre: anche nei calcoli mentali, i numeri scritti in cifre vengono internamente tradotti in parole-numeri, e i risultati dei calcoli mentali devono essere poi scritti correttamente in notazione numerica.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

La formazione dei nomi dei numeri a due cifre rappresenta è una sfida per gli alunni in tutte le lingue europee. Un errore frequente è lo scambio delle cifre, ad esempio quando trentaquattro viene scritto come 43.

Se si osserva che un bambino, nello scrivere numeri a due cifre, annota prima la cifra delle unità e poi, a sinistra, la cifra delle decine (ottenendo così comunque il numero corretto), **cioè** va comunque considerato un segnale d'allarme: nel lungo periodo, questo modo di scrivere non è funzionale e deve essere corretto.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Se un bambino mostra errori persistenti o incertezze in questo ambito, è necessario innanzitutto verificare la sua comprensione del principio posizionale e del principio di raggruppamento (si veda il quesito 2).

Un lavoro mirato sulla formazione dei nomi dei numeri e, successivamente, sull'esercizio della lettura e (solo poi) della scrittura dei numeri a due cifre, è efficace solo dopo che i bambini hanno compreso che:

- dieci unità vengono raggruppate per formare una nuova unità, la decina (princípio di raggruppamento);
- la posizione di una cifra indica se essa rappresenta decine o unità (princípio posizionale).

Anche i bambini che hanno compreso i principi base dei numeri possono incontrare alcune difficoltà legate alle particolarità della lingua italiana.

In italiano, infatti, si dice ventuno (21) o trentadue (32), seguendo l'ordine diretto, ma per i numeri undici (11), dodici (12), tredici (13), ... fino a sedici (16), l'ordine viene invertito.

Queste differenze possono creare confusione, quindi è utile adottare strategie didattiche che aiutino i bambini a memorizzare correttamente i numeri.

Un primo aiuto consiste nel discutere, in modo sistematico e ripetuto in classe, le regole e le eccezioni della formazione dei nomi dei numeri.

Successivamente, si raccomanda un regolare “allenamento dell'ascolto”. L'insegnante pronuncia il nome di un numero e i bambini devono concentrarsi soltanto sull'ascolto del numero di decine. In alternativa, i bambini devono concentrarsi sul numero di unità del numero pronunciato. In ogni caso, i bambini non dovrebbero scrivere subito l'intero numero, ma ascoltare con attenzione, riflettendo sul valore posizionale. La scrittura sotto dettatura dovrebbe essere esercitata solo in seguito. Si sono rivelate efficaci anche le “dettature con la calcolatrice”. Quando i bambini digitano i numeri che hanno sentito, vengono obbligati dalla calcolatrice a inserire prima le decine e quindi ad analizzare il numero ascoltato in termini di decine e unità.

Quesito 5: dividere a metà

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Dividere a metà numeri a due cifre, inclusi i numeri con un numero dispari di decine.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

La divisione a metà (così come il raddoppio) è una delle operazioni aritmetiche di base. Per questo motivo, il raddoppio e la divisione a metà dovrebbero essere affrontati fin dalla prima classe della scuola primaria, inizialmente nell'ambito numerico fino a 10 e fino a 20, e automatizzati il prima possibile. Saper dividere rapidamente e con sicurezza i numeri oltre il 20 costituisce la base per una gestione flessibile dei numeri a due cifre (e, successivamente, utilizzando strategie analoghe, dei numeri a più cifre).

Nell'affrontare le moltiplicazioni semplici tramite le tabelline fondamentali (vedi quesito 12), è basilare che i bambini sappiano dividere le decine a metà in modo rapido e sicuro. Ad esempio, per ricavare 5×7 a partire da 10×7 , un bambino deve sapere che 35 è la metà di 70. La divisione a metà è inoltre estremamente utile anche nella divisione: ad esempio, $48 \div 4$ può essere risolto dimezzando due volte ($48 \div 2 = 24$, $24 \div 2 = 12$).

La capacità di dividere a metà numeri al livello di difficoltà di questo quesito è un'operazione di base che dovrebbe essere (quasi) automatica entro la fine del secondo anno scolastico. Per questo motivo è stato previsto il limite di tempo nello screening.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allarme potrebbero emergere tramite questo quesito?

Gli errori nella divisione a metà di numeri a due cifre spesso indicano difficoltà con il sistema decimale: bambini che, ad esempio, non pensano al 16 come $10 + 6$, ma come "un 1 e un 6", potrebbero indicare 13 come la metà (6 viene diviso correttamente, ma non l'1 che viene riscritto perché non sanno come gestirlo), oppure addirittura solo 3 (l'1 nella posizione delle decine viene ignorato). In modo analogo, un bambino potrebbe indicare 11 come metà di 12. Per i bambini che si affidano a raddoppi (presumibilmente) memorizzati nell'ambito numerico fino a 20, l'errore potrebbe essere, ad esempio, 9 come metà di 16 (memorizzazione errata: $9 + 9 = 16$) oppure 7 come metà di 12 (memorizzazione errata: $7 + 7 = 12$).

Alcuni bambini evitano di scrivere la risposta se non la conoscono e, se viene chiesto loro di indicare la metà di 50 (o di 30, 70, 90), potrebbero dichiarare che 50 (così come 30, 70, 90) non può essere diviso a metà. Questo suggerisce che vedono il 50 come "cinque-zero" e non come cinque decine. Altri potrebbero scrivere 20 o 30 come risposta, pensando a $2 + 3$ come la suddivisione del 5 che si avvicina di più a due parti uguali. Possono verificarsi anche errori di richiamo quando si dimezzano 60 e 80 (40 come metà di 60, e viceversa 30 come metà di 80). Qualsiasi tipo di errore dovrebbe essere approfondito parlando con il bambino. Se non si tratta di un errore banale, si ripresenterà più volte e la causa potrà essere individuata proprio durante la conversazione.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Essendo un'operazione fondamentale, il dimezzamento deve essere introdotto precocemente, con materiale concreto, ben prima che la divisione venga affrontata come argomento vero e proprio. Lavorare sul dimezzamento fino a 20 va di pari passo con il raddoppio fino a 10, considerandolo come operazione inversa. Per esempio, per raddoppiare 8, si può scomporre il numero in $5 + 3 \rightarrow 5 + 5 = 10$, $3 + 3 = 6$, quindi $8 \times 2 = 16$ e la metà di 16 è 8. Per consolidare la logica della "potenza del cinque" sono altrettanto utili le rappresentazioni con le dita (due bambini insieme) o nella "cornice del 20" (configurazione 4×5 o 2×10 di tessere quadrate uguali, accostate lato a lato).

Dimezzare le decine "pure" (30, 50, 70, 90) è fondamentale per comprendere il sistema decimale: per esempio, per dividere 50 a metà, è necessario "scomporre" una decina. Chiedere ai bambini di rappresentare questi numeri con bastoncini o banconote da dieci può aiutarli a capire che una decina deve trasformarsi in dieci unità per poter dividere in modo equo. Dopo aver lavorato con materiale concreto, è importante che i bambini riescano a eseguire il procedimento anche mentalmente e, con il tempo, in modo automatico. Questo rafforza la comprensione del sistema decimale.

La metà di 12: _____

La metà di 16: _____

La metà di 60: _____

La metà di 80: _____

La metà di 50: _____

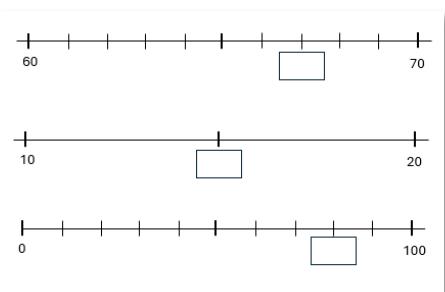
Quesito 6: numeri sulla retta numerica

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Assegnare i numeri a due cifre corretti alle posizioni indicate sulla retta numerica, considerando le diverse scale utilizzate.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Le rappresentazioni dei numeri sulla retta numerica sono strumenti importanti nelle lezioni di matematica dalla scuola primaria fino alla secondaria. I numeri, in qualsiasi intervallo numerico e non solo i numeri naturali, possono essere rappresentati sulle rette numeriche con il minimo sforzo. Le rappresentazioni sulla retta numerica possono aiutare a chiarire e comprendere le relazioni tra numeri e le operazioni con i numeri. Tuttavia, ciò richiede una corretta interpretazione di tali rappresentazioni.



Il quesito 6 esamina un aspetto importante di queste interpretazioni, ossia l'osservazione delle diverse scale: la distanza tra due tacche adiacenti sulla prima retta numerica rappresenta uno, sulla seconda cinque e sulla terza dieci. Per determinare correttamente le tacche mostrate, i bambini devono prestare attenzione sia alle etichette poste ai margini sia al numero di distanze di uguale lunghezza tra i margini stessi.

Oltre alle abilità legate al mezzo di rappresentazione in sé, il quesito fornisce informazioni sulla capacità dei bambini di dimezzare (ad esempio, 5 come metà di 10 sulla retta numerica 2) e sulla loro abilità di lavorare con numeri a due cifre. Sulla retta numerica 1, a seconda della strategia, i bambini continueranno a contare da 60 oppure riconosceranno il segno centrale tra 60 e 70 come 65 e procederanno a contare da lì. Sulla retta numerica 3, potrebbero contare per salti di dieci, iniziando da 0 ma anche da 50, se utilizzano il segno centrale. In alternativa, potrebbero riconoscere che ogni distanza corrisponde a dieci unità e che mancano due decine dal segno mostrato al 100.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Errori di conteggio possono verificarsi sulla retta numerica 1 (ad esempio, 66 o 68 invece del corretto 67). Se un bambino inserisce 76, potrebbe dipendere da problemi nella scrittura dei numeri (vedi quesito 4). In combinazione con un errore di conteggio, tali problemi (confusione tra cifre) possono portare a scrivere 86 invece di 68. Se un bambino inserisce 7, potrebbe aver ignorato le decine; quest'ultimo errore – come gli altri – non dovrebbe essere liquidato frettolosamente come semplice distrazione. Solo un confronto in cui il bambino viene invitato a spiegare il proprio ragionamento può chiarire la causa dell'errore.

Lo stesso vale se sulla retta numerica 2 viene indicato 5 come numero centrale invece di 15. Errori come 14, 16 o 17 suggeriscono che il bambino abbia contato partendo da 10 e abbia immaginato, o effettivamente segnato sul foglio di prova, delle tacche a intervalli scelti autonomamente (stimati). Se il bambino ha scritto 11 o 19, probabilmente ha contato avanti o indietro di uno dal numero all'estremità sinistra o destra, senza prestare attenzione né alla scala di cinque né alla proporzionalità richiesta sulla retta numerica.

Allo stesso modo, un bambino può arrivare a scrivere 98 sulla retta numerica 3, oppure 40 quando conta per salti di cinque. Come spiegato, la comprensione di come si generano questi e altri errori richiede un dialogo individuale con il bambino in questione.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Molti libri di testo per la classe seconda della scuola primaria presentano rette numeriche segnate principalmente, o solo, a intervalli di una unità. Tuttavia, è fondamentale insegnare esplicitamente ai bambini come interpretare la retta numerica non solo per il conteggio, ma anche, e soprattutto, come strumento di misura. Ad esempio, occorre comprendere che il segno 8 su una retta da 0 a 10 rappresenta una distanza di otto unità, che può essere suddivisa in più parti (ad esempio 5 e 3, oppure 4 e 4). Successivamente, i bambini dovrebbero imparare a riconoscere distanze di dieci unità sulle rette numeriche fino a 100 e capire che la scala della retta può cambiare: la distanza scelta per rappresentare le unità o le decine determina la distanza per numeri maggiori, che saranno multipli di quell'unità di misura.

Quesito 7: fatti numerici di base (scomporre i numeri)

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Fatti numerici di base: scomposizione dei numeri fino a 10

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Per lo sviluppo delle abilità aritmetiche è fondamentale che i bambini imparino a comprendere i numeri naturali (inizialmente fino a 10) come composizioni di numeri (concetto di “parte-tutto”) e automatizzino tutte le modalità in cui i numeri fino a 10 possono essere composti o scomposti in due numeri. Ad esempio, se un bambino associa automaticamente il numero otto a $2 + 6$ (quesito 7c) e $5 + 3$ (quesito 7d), sarà in grado di risolvere problemi come $2 + 6, 8 - 6, 8 - 5$ e $3 + 5$ senza dover contare. Potrà facilmente suddividere un quesito come $37 + 8$ in due passaggi più semplici: $37 + 3, 40 + 5$. Allo stesso modo, potrà suddividere un quesito come $32 - 8$ in $32 - 2, 30 - 6$. La scomposizione dei numeri fino a 10 dovrebbe essere automatizzata entro la fine del primo anno scolastico, motivo per cui nello screening è previsto un limite di tempo.

a)	b)	c)	d)	e)	f)
6 1	7 3	8 2	8 5	9 2	9 4

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Gli errori potrebbero indicare una memorizzazione scorretta, ad esempio se un bambino inserisce il numero 4 nel quesito 7a o il numero 5 nel quesito 7b. Soprattutto in questi casi, quando il numero corretto viene mancato di una unità, potrebbe esserci anche un errore di conteggio. Il bambino, quindi, non avrebbe richiamato dalla memoria un numero errato, ma avrebbe cercato di risolvere la scomposizione contando e (tipicamente) sbagliando di uno.

Errori come l'inserimento di 7 nel quesito 7a suggeriscono che il bambino abbia frainteso il quesito e abbia calcolato la somma dei due numeri dati. Se non è mai stata proposta in classe la scomposizione dei numeri nel modo qui utilizzato, tali errori non dovrebbero essere considerati una valutazione valida delle capacità di scomposizione del bambino. In tal caso, sarebbe meglio verificare la scomposizione richiesta in un'altra forma scritta o orale. Tuttavia, è anche possibile che tali errori siano il risultato di automatismi non accompagnati dalla comprensione. Un confronto a uno a uno può chiarire la situazione.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Se i bambini non hanno padroneggiato la scomposizione dei numeri fino a dieci entro la fine del primo anno scolastico, probabilmente incontreranno notevoli difficoltà in futuro. In questi casi, un confronto individuale deve innanzitutto chiarire se i problemi riguardano l'automatizzazione o se manca la comprensione di base che i numeri sono costituiti da altre parti (concetto di “parte-tutto”).

Attività che usano rappresentazioni strutturate dei numeri aiutano i bambini a comprendere meglio il concetto di parte e tutto. Per individuare le parti, i bambini devono riconoscere rapidamente quantità fino a quattro senza contare, ma alcuni non riescono nemmeno con il tre. In questi casi, è utile ricorrere a strategie come mostrare il tre in una configurazione di cinque tessere quadrate uguali, accostate lato a lato (“cornice” o “tavola” del cinque), così che i due spazi vuoti facilitino il riconoscimento immediato. Anche l'uso delle dita può essere efficace, purché i bambini imparino a rappresentare i numeri senza contare. Sia le dita sia i puntini disposti in “cornici” da cinque, dieci o venti tessere quadrate possono essere usati per esercizi lampo, dove i numeri devono essere riconosciuti a colpo d'occhio. Queste scomposizioni vanno poi espresse verbalmente dai bambini e utilizzate anche per calcoli non basati sul conteggio, ad esempio riflettendo su cosa resta togliendo una delle parti.

Per i bambini con difficoltà di apprendimento, può essere utile inizialmente concentrarsi su pochi tipi di scomposizione (“potenza del cinque”, scomposizione in due metà) e rafforzarli. Successivamente, i bambini dovrebbero lavorare per capire come le singole scomposizioni di un numero siano collegate tra loro, secondo il principio della compensazione: ad esempio, otto è cinque e tre, ma anche sei e due; una delle parti aumenta di uno, l'altra diminuisce di uno a compensazione. Solo sulla base di tali intuizioni, nella fase successiva, cercare di automatizzare le scomposizioni di base dei numeri diventa promettente. L'uso di flash card si è dimostrato un modo efficace per farlo.

Quesito 8: addizione con numeri a due cifre

$32 + 7 =$

$6 + 74 =$

$60 + 30 =$

$27 + 40 =$

$25 + 8 =$

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Eseguire addizioni entro il campo numerico fino a 100, anche con superamento della decina.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

La capacità di eseguire addizioni mentalmente in modo rapido e accurato è un'abilità matematica fondamentale di grande importanza, anche nella vita quotidiana. Questo rimane vero anche nell'era digitale, in cui le calcolatrici sono facilmente accessibili. Se non si è in grado di fare calcoli a mente, non si riescono a individuare eventuali inserimenti errati. Nell'ambito della matematica scolastica, saper addizionare fino a cento è un prerequisito indispensabile per eseguire addizioni con numeri più grandi. È inoltre necessario per ricavare fatti di moltiplicazione da altri già memorizzati (ad esempio, 6×7 partendo da 5×7 , sommando $35 + 7$). Anche la moltiplicazione di numeri a due o più cifre richiede la somma dei risultati parziali, e così via.

È fondamentale che i bambini imparino a risolvere le addizioni senza contare, già nel primo anno di scuola. Lo screening non individua le strategie effettivamente usate, ma in classe è utile osservare se i bambini contano apertamente o mostrano segnali nascosti, come movimenti degli occhi o della testa. Non viene imposto un limite di tempo per ridurre lo stress, ma chi conta di solito impiega più tempo. Questo comportamento permette di capire quali bambini hanno bisogno di rafforzare strategie di calcolo più avanzate.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

I bambini che contano (vedi sopra) tendono a commettere più errori rispetto agli altri durante l'addizione. Tipici sono gli "errori di una unità", come $32 + 7 = 38$, perché il 32 viene contato come primo numero durante il conteggio progressivo. Altri errori possono essere dovuti a una cattiva interpretazione delle dita usate per contare. Ad esempio, se per il calcolo $25 + 8$ un bambino allunga prima cinque dita, poi aggiunge otto dita una alla volta, e alla fine si ritrova con otto dita distese davanti a sé dopo aver riempito entrambe le mani e aver continuato a contare su una mano, il risultato potrebbe essere erroneamente interpretato come 38.

Un'altra fonte di errore riguarda la gestione di unità e decine. Ad esempio, scambiare le cifre in $6 + 74$ può portare a scrivere 47 invece di 74 e ottenere il risultato sbagliato, oppure confondere il risultato come in $27 + 40 = 76$ invece di 67. A volte si somma solo $6 + 4$ senza formare la nuova decina, arrivando così a 70 invece di 80; oppure si aggiunge 4 invece di 40, ottenendo 31 invece di 67. Per capire davvero questi errori, è spesso necessario parlarne individualmente con il bambino, perché dietro può esserci uno schema ricorrente che, una volta individuato, permette di intervenire in modo più efficace.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Le attività di supporto in questo ambito sono efficaci solo se affrontano la causa delle difficoltà aritmetiche del bambino. Se i bambini sommano contando, ciò è di solito legato a una comprensione insufficiente della relazione parte-tutto nell'intervallo fino a 10 e a una mancanza di automatismi delle relative scomposizioni (vedi quesito 7). Se i bambini mostrano ancora carenze in quest'area alla fine del secondo anno di scuola o oltre, sono necessari interventi di recupero fondamentali. In questi casi è spesso indispensabile un supporto individuale che vada oltre quanto sia possibile offrire in classe. Lo stesso vale se le difficoltà con l'addizione sono dovute anche, o soprattutto, a carenze nella comprensione del sistema decimale.

Anche se affrontare tali difficoltà di base nelle classi superiori della scuola primaria può essere impegnativo e può richiedere molta perseveranza e pazienza sia da parte del bambino sia dell'insegnante, è l'unica strada per evitare che il bambino incontri ostacoli ancora maggiori negli anni successivi. Al contrario, fornire strumenti per aiutare il bambino ad addizionare contando (ad esempio consegnando una tavola dei numeri fino a 100) sarebbe controproducente.

Quesito 9: sottrazione con numeri a due cifre

48 – 6 =

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

37 – 7 =

Sottrarre entro il campo numerico fino a 100, anche con scavalcamiento della decina (prestito di una decina).

20 – 9 =

Perché si tratta di un'abilità chiave?

56 – 30 =

Vale in gran parte ciò che è già stato osservato per il quesito 8 (addizione).

Saper sottrarre in modo sicuro e flessibile è un'abilità fondamentale del calcolo mentale, indispensabile non solo per il proseguimento dell'apprendimento matematico, ma anche per molte situazioni della vita quotidiana.

25 – 8 =

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Come per l'addizione (quesito 8), gli errori nella sottrazione sono spesso riconducibili a strategie basate sul conteggio e si manifestano frequentemente come errori di ± 1 o come conseguenza di una lettura scorretta delle dita usate per contare.

Quando i bambini — correttamente — ricorrono all'addizione come operazione inversa della sottrazione, errori nella memorizzazione delle corrispondenti operazioni di addizione possono causare errori a catena nella sottrazione, secondo lo schema: “ $8 - 6 = 3$, perché $3 + 6 = 8$ ”. Se però il bambino ha memorizzato in modo errato, ad esempio, che “ $3 + 5 = 8$ ”, commetterà lo stesso errore anche nella sottrazione inversa.

Altri errori indicano difficoltà con il sistema posizionale decimale:

- scambio di cifre,
- errata combinazione di decine e unità,
- mancato ricorso alla scomposizione nelle operazioni con scavalcamiento della decina, oppure una combinazione di più di questi fattori.

Molti di questi errori possono essere compresi solo attraverso un colloquio individuale con il bambino.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Anche in questo caso valgono in gran parte le considerazioni già espresse per il quesito 8 (addizione).

Le ricerche mostrano che le difficoltà nella sottrazione sono più frequenti rispetto a quelle nell'addizione. Dal punto di vista della didattica della matematica, tuttavia, la sottrazione non è oggettivamente più difficile dell'addizione. Essa risulta più impegnativa per i bambini soprattutto quando viene eseguita contando all'indietro, poiché questa abilità è meno esercitata e quindi più soggetta a errori.

Anche bambini che non contano ma calcolano con strategie mentali possono percepire la sottrazione come più difficile, e commettere più errori che nell'addizione. Spesso ciò dipende dal fatto che, durante l'insegnamento, alla sottrazione viene data meno attenzione e tempo di esercizio rispetto all'addizione.

Se i risultati dello screening della sua classe mostrano una differenza marcata tra le prestazioni dei bambini nell'addizione e nella sottrazione (solitamente a svantaggio di quest'ultima), questo deve essere considerato un segnale importante: è opportuno rivedere l'equilibrio tra le due operazioni nell'attività didattica e garantire un'attenzione sistematica anche alla sottrazione come operazione autonoma, non solo come “operazione inversa” dell'addizione.

Quesito 10: comprensione operativa dell'addizione

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Risolvere un problema presentato in forma testuale che può essere risolto in un solo passaggio di calcolo con l'addizione appropriata ("problema simplex").

Perché si tratta di un'abilità chiave?

I problemi presentati qui (problemi simplex) rappresentano la forma elementare dei problemi aritmetici della vita reale (presentati in forma testuale). I problemi simplex forniscono informazioni sul fatto che un bambino abbia acquisito e sappia richiamare le idee di base di un'operazione aritmetica. Questo è un prerequisito essenziale per poter affrontare problemi reali più complessi. Il tipo di concetto di base valutato nel quesito 10 è l'addizione come unione. Questo concetto viene spesso sviluppato già in età prescolare. Altri concetti di base, anch'essi auspicabili (ad esempio, il confronto additivo), non sono valutati in questa prova.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

In questo quesito, i bambini non dovrebbero scrivere solo il risultato ottenuto, ma anche il calcolo attraverso il quale sono giunti a tale risultato. Se il calcolo non viene scritto, è possibile che il bambino non abbia notato o abbia ignorato questa richiesta, e, se il risultato è corretto, si può presumere che sia stato calcolato $12 + 6$. Tuttavia, non si può escludere che un bambino comprenda il contesto e arrivi a una soluzione contando, ma non si renda conto che la soluzione può essere espressa simbolicamente come addizione. Questo viene considerato nella valutazione, in quanto viene assegnato il punteggio pieno solo se sia il calcolo che il risultato sono riportati correttamente. In tali casi, tuttavia, dovrebbe essere chiarito attraverso un confronto diretto con il bambino se effettivamente non sa associare il termine additivo appropriato a un problema di testo.

Se il bambino non scrive il calcolo, anche in caso di risultato errato, potrebbe comunque aver eseguito $12 + 6$, sbagliando però il conteggio. Spesso, con il conteggio, si sbaglia di una sola unità (ad esempio $12 + 6 = 17$ o 19 invece di 18), oppure si ottiene 8 se si trascura l' 1 delle decine. Questo tipo di errore non va attribuito solo a distrazione: osservando altri esercizi e parlando con il bambino, si può capire se ci sono difficoltà più profonde con i numeri a due cifre.

Se viene scritto $12 - 6$ come calcolo, è importante verificare anche come il bambino ha risolto il quesito 11 (sottrazione). In un colloquio individuale, si dovrebbero proporre ulteriori semplici problemi di addizione e sottrazione per valutare meglio il livello di difficoltà. Inoltre, il quesito viene presentato oralmente, con il testo solo a supporto, per non penalizzare chi ha difficoltà nella lettura. Tuttavia, per bambini con difficoltà di lettura, anche l'attenzione durante l'ascolto può influire sul risultato, rendendo più difficile la valutazione delle abilità matematiche.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Perché i bambini sviluppano una solida comprensione di base delle quattro operazioni aritmetiche, è fondamentale che possano collegarle a esperienze vissute nella quotidianità. In questo senso, i segni delle operazioni dovrebbero essere associati fin dall'inizio ad azioni concrete e situazioni reali. Esercizi importanti comprendono la traduzione tra un'operazione aritmetica come $3 + 6$, azioni con materiali, situazioni reali (presentate anche in forma testuale, come in questo esempio) e disegni. È essenziale che questa traduzione venga richiesta in entrambe le direzioni, cioè anche in modo che i bambini svolgano azioni adeguate, inventino problemi in forma testuale e realizzino disegni coerenti con l'operazione aritmetica data, e che spieghino in che modo azioni, problemi in forma testuale e disegni si adattano all'operazione. Lavorando con i problemi in forma testuale, è importante discutere ripetutamente, oltre alla soluzione del singolo problema, che cosa è tipico per ciascun caso, ad

Andando a scuola.



Sullo scuolabus ci sono **12 bambini**.

Alla fermata successiva salgono altri **6 bambini**.

Quanti bambini ci sono adesso sullo scuolabus?

I miei calcoli: _____

Adesso sullo scuolabus ci sono _____ bambini.

esempio dei problemi risolvibili con l'addizione, facendo attenzione a non indirizzare gli alunni verso la ricerca delle, cosiddette, "parole-chiave" perché in un testo potrebbe apparire una data parola ritenuta chiave, mentre la situazione logica non è quella verso la quale quella parola conduce.

Quesito 11: comprensione operativa della sottrazione

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Risolvere un problema presentato in forma testuale che può essere risolto in un solo passaggio di calcolo utilizzando la sottrazione appropriata ("problema simplex")

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Vale in gran parte ciò che è già stato spiegato per il quesito 10 (addizione). Il quesito 11 affronta l'idea più basilare della sottrazione, ovvero il "togliere". I bambini di solito sviluppano questo concetto almeno entro il primo anno di scuola. Altri concetti importanti che qui non vengono affrontati includono il "confronto" e il "termine mancante".

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Come nel quesito 10, è importante considerare nella valutazione sia gli errori di calcolo, sia gli errori nella scelta dell'operazione corretta. Questi ultimi possono essere identificati con certezza quando il bambino — come richiesto — scrive anche l'operazione.

Se l'operazione scritta non è $28 - 3$, valgono per l'interpretazione gli stessi criteri già esposti nel quesito 10. Se invece il bambino ha annotato solo il risultato, un risultato corretto (cioè 25) suggerisce, come nel quesito precedente, che il bambino abbia compreso che la situazione descritta nel testo può essere matematizzata con l'operazione $28 - 3$. Tuttavia, questo va verificato nel colloquio individuale, come raccomandato nel commento al quesito 10.

Lo stesso vale nel caso di un risultato errato ma vicino a quello corretto (errore di ± 1), che lascia presumere che il bambino abbia effettivamente calcolato $28 - 3$, ma abbia commesso un errore di calcolo o di conteggio, ottenendo ad esempio 26.

È inoltre importante considerare la possibilità che il bambino non abbia rispettato i valori posizionali, ad esempio ignorando le decine (vedi anche quesito 10). Solo un colloquio con il bambino può chiarire se errori di questo tipo (ad es. risposte come 5) derivano da problemi più profondi con il sistema posizionale decimale o se si tratta invece di errori di distrazione o concentrazione.

Risposte come 31 o (in caso di un ulteriore errore di calcolo) 30 si verificano quando il bambino somma invece di sottrarre. Anche per questi errori interpretativi valgono le stesse considerazioni già formulate per il quesito 10.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Si veda quanto già osservato per il quesito 10. Si noti che, sebbene l'idea di base della sottrazione come "togliere", affrontata nel quesito 11, sia fondamentale, è importante lavorare in modo intensivo e costante con i bambini anche su altre idee di base una volta che questo concetto è stato assimilato. Idealmente, i bambini dovrebbero imparare già nel primo anno scolastico che con la sottrazione possono anche determinare la differenza tra due numeri o calcolare quanto manca al totale dato conoscendo una delle parti. Se dallo screening non emergono problemi con il concetto di "togliere", ciò è ovviamente positivo. Tuttavia, bisogna porsi e perseguire obiettivi più

Sullo scuolabus verso casa

ci sono 28 bambini.



Alla prima fermata scendono 3 bambini.

Quanti bambini ci sono ancora sul bus?

Tornando a casa.



Sullo scuolabus ci sono 28 bambini.

Alla prima fermata scendono 3 bambini.

Quanti bambini ci sono ancora sullo scuolabus?

I miei calcoli: _____

Sullo scuolabus ci sono ancora _____ bambini.

ampi durante le lezioni. È anche importante verificare ripetutamente se i bambini abbiano concetti di sottrazione solidi, diversificati e flessibili, come per tutte e quattro le operazioni fondamentali.

Quesito 12: fatti numerici moltiplicativi

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Risoluzione rapida e accurata delle moltiplicazioni fondamentali (con i fattori 2, 5 e 10) all'interno della tavola pitagorica.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

La tavola pitagorica fa parte delle conoscenze aritmetiche di base. I bambini dovrebbero padroneggiare tutte le moltiplicazioni con fattori fino a dieci prima di affrontare compiti più complessi, come la moltiplicazione di numeri a due cifre, la divisione e il calcolo con le frazioni.

Il momento in cui si dovrebbero apprendere tutte le operazioni della tavola pitagorica varia in base alle lezioni di matematica. Lo Screening 2+ si concentra intenzionalmente sulle moltiplicazioni con i fattori 2, 5 e 10, considerate fondamentali. I metodi didattici attuali suggeriscono di partire proprio da questi, così da usarli come base per ricavare gli altri risultati della tavola pitagorica. Una buona padronanza di queste tabelline facilita anche l'automatizzazione delle operazioni restanti, rendendo più semplice il percorso verso il pieno controllo della tavola pitagorica.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Un fatto aritmetico di base può essere considerato automatizzato se il quesito viene risolto in modo affidabile e rapido senza ulteriori riflessioni, sia attraverso il recupero diretto dalla memoria a lungo termine sia tramite una deduzione rapida e quasi automatica (ad esempio, se un bambino non pensa spontaneamente a 18 come 9×2 , ma prima pensa a 2×9 per arrivare al risultato corretto scambiando i fattori con un minimo ritardo).

Va sottolineato che una prova scritta non può valutare con certezza l'automatizzazione delle tabelline. In letteratura, la "padronanza dei fatti di base" prevede un limite di 3 secondi per risposta, ma nella pratica i bambini devono prima leggere e poi scrivere; quindi, il limite di 30 secondi per 6 compiti è generalmente adeguato a chi ha effettivamente automatizzato questi calcoli. Tuttavia, alcuni bambini potrebbero non completare la prova in tempo solo perché lavorano più lentamente o si distraggono, non necessariamente perché non hanno automatizzato i compiti. Al contrario, altri potrebbero risolvere tutto entro il tempo anche senza piena automatizzazione, usando strategie di conteggio rapido che però non sono efficaci nel lungo periodo. Il quesito 12 mira semplicemente a verificare se i bambini abbiano acquisito alcune moltiplicazioni fondamentali della tavola pitagorica, purché il limite di tempo sia rispettato. Nel manuale sono inclusi consigli per evitare che i bambini si sentano sotto pressione o frustrati se non completano tutti gli esercizi.

Oltre alle omissioni dovute alla mancanza di tempo, ci sono due tipi principali di errori: a) gli errori di richiamo si verificano quando il bambino ricorda spontaneamente un risultato errato ("falsi ricordi"). Questi errori spesso riguardano risultati di altre operazioni, come $5 \times 6 = 54$, $2 \times 9 = 40$, e $10 \times 7 = 27$;

b) errori come $5 \times 6 = 25$ possono probabilmente essere spiegati dal fatto che il bambino conta per salti di cinque e ne considera uno in meno o uno in più, come in $5 \times 6 = 35$.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Come spiegato, gli approcci didattici attuali raccomandano di non lavorare sulle tavole di moltiplicazione in serie isolate (ad esempio, le dieci moltiplicazioni da 1×4 a 10×4 che formano una tabellina, quelli da 1×6 a 10×6 un'altra, e così via), né di puntare esclusivamente sulla memorizzazione. Bisognerebbe invece cercare prima di consolidare le moltiplicazioni fondamentali con i fattori 2, 5 e 10, per poi sviluppare strategie di derivazione mirate che permettano ai bambini di ricavare tutte le altre operazioni a partire da queste, fondamentali (ad esempio, il 9×7 a partire dal 10×7 , o il 6×8 a partire dal 5×8 , ecc.). L'automatizzazione mirata di tutte le moltiplicazioni non fondamentali viene così facilitata dal fatto che i bambini possono utilizzare come ancoraggi di memoria quelle fondamentali già memorizzate e le strategie di derivazione chiaramente sviluppate e comprese. Fondamentale per questo è una solida comprensione concettuale della moltiplicazione (vedi quesito 13).

$$\begin{array}{rcl} 7 \times 2 & = & \\ 4 \times 5 & = & \\ 8 \times 10 & = & \\ 9 \times 2 & = & \\ 10 \times 7 & = & \\ 5 \times 6 & = & \end{array}$$

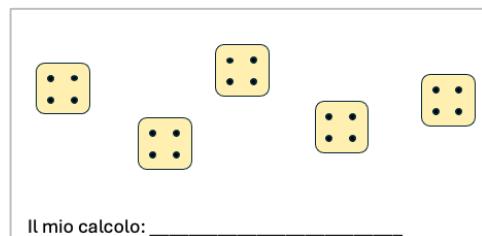
Quesito 13: comprensione operativa della moltiplicazione

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Interpretare una rappresentazione di numeri uguali come rappresentazione di una moltiplicazione.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Questo quesito riguarda l'abilità fondamentale relativa ai "concetti di base della moltiplicazione". Tali concetti di base sono presupposti essenziali per sviluppare abilità matematiche interne, come la comprensione della divisione come operazione inversa, il riconoscimento e l'uso di relazioni moltiplicative tra numeri, lo sviluppo del pensiero proporzionale e dell'algebra elementare. Sono inoltre prerequisiti per riconoscere relazioni moltiplicative nelle situazioni e nei problemi della vita reale e per utilizzare la moltiplicazione (anche con l'ausilio della calcolatrice) per risolverli. Le idee fondamentali sulle operazioni aritmetiche di base coinvolgono molte dimensioni. Il quesito 13 ne copre solo una, e anche in questo caso solo nella misura consentita da uno screening carta e matita. Questa dimensione è la capacità di associare un disegno a un termine aritmetico adatto.



Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

Un possibile errore è scrivere $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$. Se un bambino scrive come risposta $4 + 4 + 4 + 4 + 4$, ha scritto una somma corretta ma non ha seguito la richiesta di scrivere una moltiplicazione pertinente. Questo può indicare che non associa realmente immagini di questo tipo alla moltiplicazione. Ciò non significa necessariamente che non abbia acquisito la comprensione della moltiplicazione come operazione autonoma, ma va comunque considerato un segnale d'allarme. Lo stesso modo di pensare, unito a errori di conteggio, può portare anche a termini come $4 + 4 + 4 + 4$ oppure $4 + 4 + 4 + 4 + 4$.

Secondo la convenzione comunemente utilizzata in Italia, la moltiplicazione viene introdotta come una forma abbreviata dell'addizione di addendi uguali, basata sull'idea di ripetere un certo numero tante volte quante ne indica il secondo fattore. In questo senso, 5×4 rappresenta quattro gruppi di cinque elementi (cioè $5 + 5 + 5 + 5$), ad esempio quattro dadi con cinque punti ciascuno. Se invece si avessero cinque dadi con quattro punti ciascuno, la scrittura corretta sarebbe 4×5 . Nei paesi di lingua tedesca e in Alto Adige, si segue la convenzione opposta: 5×4 viene interpretato come $4 + 4 + 4 + 4 + 4$, cioè "cinque volte quattro".

Indipendentemente dal modo in cui la moltiplicazione viene introdotta a scuola, gli studi mostrano che è normale che alcuni bambini interpretino, ad esempio, cinque dadi con quattro punti ciascuno come "quattro volte cinque", e quindi scrivano 4×5 , pensando a "un cinque che si ripete quattro volte". Queste differenze individuali non dovrebbero essere considerate errori: anche chi scrive 4×5 dimostra di aver compreso il significato della moltiplicazione, sebbene secondo una convenzione diversa.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Per sviluppare una solida comprensione concettuale delle operazioni aritmetiche di base, è fondamentale che i bambini le colleghino a esperienze quotidiane. In particolare, i compiti di moltiplicazione dovrebbero essere associati ad azioni dove lo stesso numero viene ripetuto. È utile evidenziare le somiglianze e le differenze con l'addizione, proponendo attività come la creazione di rappresentazioni e la scrittura di problemi testuali legati a termini di moltiplicazione. È importante che, in questa fase, i bambini distinguano mentalmente tra "quante volte" e "quanto ogni volta", senza considerare commutativi i termini come 5×4 e 4×5 . Le rappresentazioni visive aiutano solo se utilizzate per chiarire e dialogare sui concetti matematici.

Quesito 14: comprensione operativa della divisione per contenenza

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Risolvere un problema testuale (letto ad alta voce) in cui una quantità totale deve essere suddivisa in insiemi di dimensioni uguali specificate.

Perché si tratta di un'abilità chiave?

Il quesito 14 può essere risolto matematicamente come un problema di divisione: $18 : 6 = 3$. In questo caso, 6 rappresenta la dimensione di ciascuna delle parti uguali in cui viene suddiviso il numero totale 18, e il risultato 3 corrisponde al numero di queste parti. In letteratura, questo viene definito “divisione per contenenza”, in contrapposizione alla “divisione per partizione” (vedi quesito 15), il secondo importante concetto fondamentale di divisione che i bambini dovrebbero sviluppare e consolidare nella scuola primaria. Una solida comprensione di entrambe le tipologie di divisione è prerequisito sia per i successivi passi nel percorso matematico scolastico (ad esempio, comprendere le frazioni, dividere numeri razionali) sia per risolvere problemi testuali più complessi.

Lo Screening 2+ non verifica deliberatamente se i bambini risolvono il quesito utilizzando la divisione. Se lo fanno o meno dipende dal fatto che la divisione sia già stata trattata in classe, soprattutto in relazione ai problemi testuali. Il quesito 14 valuta solamente se i bambini riescono a comprendere la situazione descritta nel testo e a risolvere il problema proposto. Possono utilizzare il disegno, disegnarci sopra, provare soluzioni, e non pensare affatto alla divisione.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d'allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

La soluzione 12 (o 13 o 11 in caso di errori di conteggio) può probabilmente essere spiegata dal fatto che i bambini hanno calcolato (o contato) $18 - 6$. I bambini potrebbero anche sommare 18 e 6; se l'addizione è corretta, arrivano a 24; se ci fossero errori di conteggio, potrebbero arrivare anche a 25 o 23. Se hanno utilizzato l'illustrazione come supporto per la soluzione, una risposta errata di solito fornisce indizi su che cosa abbia causato l'errore.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

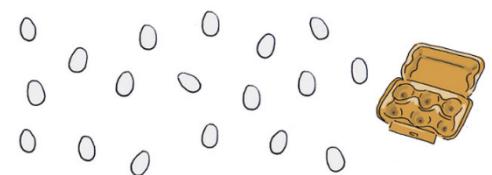
Come già osservato nei quesiti 10, 11 e 13 riguardo alle altre tre operazioni aritmetiche di base, lo sviluppo di concetti di base solidi richiede che il bambino colleghi l'operazione ad esperienze quotidiane. Nel caso della divisione, è importante attingere sia a esperienze con problemi di divisione per contenenza (quesito 14) sia con problemi di divisione per partizione (quesito 15). Problemi di divisione per contenenza della vita quotidiana includono: compiti di confezionamento come quello formulato qui; compiti di raggruppamento (quanti gruppi da 6 bambini si possono formare se ci sono 18 bambini in classe?); compiti di misurazione (quante brocche da 2 litri si possono riempire con 10 litri di succo?); compiti con il denaro come “Quante palline di gelato che costano 2 euro ciascuna posso acquistare se ho 8 euro da spendere per il gelato?”

Il simbolo della divisione dovrebbe essere introdotto in relazione alla risoluzione di tali problemi (con l'aiuto di materiali), come simbolo pratico per annotare problemi di questo tipo. Ancora una volta, sono importanti anche le traduzioni nella direzione opposta, cioè inventare problemi testuali per operazioni come $12 : 4$. I bambini dovrebbero inoltre tradurre tali operazioni in azioni materiali adeguate, realizzare disegni corrispondenti e, viceversa, imparare a interpretare disegni come 3 scatole da 6 uova ciascuna come (il risultato di) una divisione. Fin dall'inizio, bisogna considerare anche problemi che presentano resti, riflettendo su se e in quale misura il resto abbia un ruolo nel trovare il numero richiesto come soluzione di tali problemi. In ogni caso, è fondamentale che i bambini imparino a comprendere la divisione come operazione aritmetica autonoma e non solo come “moltiplicazione inversa”. Quanto alla differenza tra divisione per contenenza e per partizione, è essenziale che i bambini

Questa mattina il contadino ha raccolto 18 uova.

In una confezione ci stanno 6 uova.

Quante confezioni si possono riempire?



Risposta: Il contadino può riempire _____ confezioni.

imparino a “matematizzare” situazioni reali di entrambi i tipi come divisione e che associno un’operazione di divisione data ai concetti di problemi reali nelle due varianti. I termini tecnici come “contenenza” e “partizione” non sono utili a tal fine, mentre lo è se i bambini riescono a descrivere somiglianze e differenze tra le due varianti con parole proprie.

Quesito 15: comprensione operativa della divisione per partizione

Quale abilità chiave viene rilevata con questo quesito?

Risolvere un problema testuale (letto ad alta voce) in cui una quantità totale deve essere suddivisa in un numero specificato di sottoinsiemi di dimensioni uguali.

Perché si tratta di un’abilità chiave?

Come il quesito 14, anche il quesito 15 può essere risolto matematicamente come una divisione, in questo caso $15 : 3 = 5$. Qui, 3 rappresenta il numero di parti uguali in cui il numero totale 15 viene suddiviso. Il risultato 5 indica la dimensione di una parte. In letteratura, questo viene definito “divisione per partizione”, in contrapposizione alla “divisione per contenenza” (vedi quesito 14), il secondo importante concetto fondamentale di divisione che i bambini dovrebbero sviluppare e consolidare nella scuola primaria. Come già osservato nel quesito 14, una solida comprensione di entrambe le tipologie di divisione è prerequisito sia per i successivi passi nella gerarchia della matematica scolastica (ad esempio, comprendere le frazioni, dividere numeri razionali), sia per risolvere problemi testuali più complessi.

Allo stesso modo, è già stato osservato nel quesito 14 che lo Screening 2+ non verifica deliberatamente se i bambini risolvono il quesito utilizzando la divisione. Se ciò avvenga o meno dipende dal fatto che la divisione sia già stata affrontata in classe e in che misura, soprattutto in relazione ai problemi testuali. Il quesito 15 valuta invece soltanto se i bambini riescono a comprendere la situazione descritta nel testo e a risolvere il problema proposto, anche se utilizzano il disegno, disegnano sopra, provano soluzioni e non pensano affatto alla divisione.

Quali tipi di errori e altri possibili segnali d’allerta potrebbero emergere tramite questo quesito?

I problemi di partizione risultano più complessi da rappresentare graficamente rispetto a quelli di contenenza (quesito 14).

Nei problemi di contenenza, la strategia grafica efficace consiste nel raggruppare visivamente quantità di dimensione data e contare i gruppi formati. Nei problemi di distribuzione, invece, la dimensione della parte è l’incognita da determinare — il che rende la rappresentazione più difficile.

Nel quesito di esempio, il bambino può risolvere il problema collegando ciascun oggetto (es. un uovo), uno dopo l’altro, a uno dei tre bambini disegnati, simulando una partizione a turno (“una a ciascuno”). Questo procedimento, tuttavia, diventa rapidamente complesso e disordinato: gli errori derivano spesso da confusione visiva, errori di conteggio o attribuzioni grafiche errate.

Che tipo di sostegno si può offrire ai bambini che mostrano difficoltà in questo quesito?

Le osservazioni fatte per il quesito 14 riguardo ai problemi di contenenza valgono anche qui. Si noti che nella letteratura attuale di didattica della matematica esistono posizioni differenti su quale sia il modo più efficace di introdurre la divisione per contenenza e per partizione: se sia meglio presentarle più o meno contemporaneamente, o focalizzarsi dapprima su una sola delle due varianti. Tuttavia, la maggior parte degli esperti raccomanda di concentrarsi su una delle due varianti al momento di introdurre la divisione in classe. La divisione per contenenza offre il vantaggio che la risoluzione del problema risulta più accessibile tramite materiali e illustrazioni (vedi sopra). In ogni caso, una volta che i bambini sono stati posti di fronte a problemi di entrambe le varianti (contenenza e partizione) come due tipi di divisione (creare parti uguali a partire da un dato numero), è importante che prendano coscienza delle somiglianze e delle differenze tra queste due tipologie. Mantenere viva questa consapevolezza richiede attività didattiche mirate, ripetute nel tempo, ma è fondamentale affinché i bambini possano costruire una comprensione solida della divisione e continuare a svilupparla oltre il campo dei numeri naturali.

La nonna ha comprato **15** ovetti di cioccolato.
 Lei vuole darli ai suoi **3** nipotini.
 Ciascuno dei tre bambini deve ricevere lo stesso numero di ovetti.
 Quanti ovetti di cioccolato avrà ogni bambino?



Risposta: Ogni bambino avrà _____ ovetti di cioccolato.

4. Note sulla valutazione dei risultati

Per aiutarla a valutare i risultati dei test, sono disponibili diversi strumenti scaricabili da <https://www.ditom.org/de/tests>. Per l'insegnante che preferisce valutare i test manualmente, vengono messi a disposizione i seguenti supporti:

- un foglio panoramico per l'assegnazione dei punteggi, che elenca per ciascun compito i criteri per attribuire un punto, mezzo punto o zero punti;
- un foglio di valutazione individuale per registrare e documentare i risultati di un singolo bambino, qualora desiderassi mantenere una panoramica individuale;
- un foglio di valutazione della classe per registrare e documentare i risultati dell'intera classe.

Un'opzione molto meno dispendiosa in termini di tempo è valutare i risultati tramite Excel sul computer. A questo scopo, è possibile scaricare un file Excel preimpostato con due fogli di lavoro, tra i quali ci si può spostare tramite le etichette in basso a sinistra.

Nel foglio denominato "Qualitativo", nella colonna assegnata a ciascun bambino, vanno semplicemente inseriti, i numeri che il bambino ha scritto nel proprio libretto di test come risposte a ciascun sotto-compito. Se un bambino ha lasciato una voce in bianco, va inserito il numero 999.

Una volta terminato l'inserimento dei dati, si passa al foglio "Quantitativo". Il programma indicherà automaticamente se ciascun sotto-compito è stato risolto correttamente (1) o in modo errato (0) e calcolerà il punteggio per ciascun compito (1/0,5/0). Alla fine di ogni riga, si trova la percentuale di compiti risolti correttamente e il punteggio totale per ciascun bambino. Alla fine di ogni colonna, si trova la percentuale di bambini della classe che hanno risolto correttamente quel particolare compito.

I "punteggi soglia critici" per DiToM 2+ — e come interpretarli

Come spiegato nel capitolo 1, DiToM non è concepito per etichettare i bambini. Gli insegnanti sono invitati a fare riferimento alla discussione sugli obiettivi e sui principi guida di DiToM riportati nel capitolo precedente.

Nel presente capitolo viene fornita una spiegazione dettagliata dei "punteggi soglia critici", determinati sulla base dei test pilota di DiToM (per la versione di 2+, con 1.373 studenti nei sette paesi partner del progetto) utilizzando il metodo statistico dell'Analisi delle Classi Latenti. Questo metodo consente di assegnare ciascun bambino, in base al punteggio totale ottenuto nel DiToM 2+, a uno dei seguenti tre gruppi:

Intervallo di punteggio	Gruppo
0 a 9	A - Segni di difficoltà diffuse in diverse aree chiave
9,5 a 12,5	B - Indicazioni di difficoltà in alcune aree chiave
13 a 15	C - Nessuna indicazione di difficoltà rilevanti nelle aree chiave

Una nota finale che rimanda al capitolo 1: occorre ricordare che uno screening fornisce solo una fotografia momentanea. I risultati dovrebbero quindi essere confrontati con le osservazioni fatte dall'insegnante di classe e con le esperienze proposte in classe e, se necessario, utilizzati come punto di partenza per colloqui di approfondimento con i singoli bambini, al fine di approfondire, precisare o ampliare le osservazioni e, se necessario, rivedere almeno in parte le conclusioni alle quali era giunto l'insegnante stesso.

Valutazione e punteggio del DiToM Screening 2+ (massimo 15 punti)

1	Contare	1 P. 0 P.	Risposta corretta (23) tutte le altre soluzioni
2	Numeri cardinali/ raggruppamento	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (25, 36, 45) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
3	Contare in avanti e indietro	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte righe sono corrette (39,40, 41) (86 .. 89, 90) (58, 59, 60 ...) Due righe sono completamente corrette Tutte le altre soluzioni
4	Scrivere numeri a due cifre	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e cinque le risposte sono corrette (34, 15, 43, 50, 67) Quattro risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
5	Dividere a metà	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e cinque le risposte sono corrette (6, 8, 30, 40, 25) Quattro risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
6	Numeri sulla retta numerica	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e tre le risposte sono corrette (67, 80, 15) Due risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
7	Fatti numerici di base (scomporre i numeri fino a 10)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e sei le risposte sono corrette (5, 4, 6, 3, 7, 5) Cinque risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
8	Addizione con numeri a due cifre	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e cinque le risposte sono corrette (39, 80, 90, 67, 33) Quattro risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
9	Sottrazione con numeri a due cifre	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e cinque le risposte sono corrette (42, 30, 11, 26, 17) Quattro risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
10	Comprensione operativa dell'operazione di addizione	1 P. 0,5 P. 0 P.	Calcolo e risultato corretti ($12 + 6 = 18$) O il calcolo o il risultato è stato annotato correttamente Tutte le altre soluzioni
11	Comprensione operativa dell'operazione di sottrazione	1 P. 0,5 P. 0 P.	Calcolo e risultato corretti ($28 - 3 = 25$) O il calcolo o il risultato è stato annotato correttamente Tutte le altre soluzioni
12	Fatti numerici moltiplicativi	1 P. 0,5 P. 0 P.	Tutte e sei le risposte sono corrette (14, 20, 80, 18, 70, 30) Quattro o cinque risposte sono corrette Tutte le altre soluzioni
13	Comprensione operativa dell'operazione di moltiplicazione	1 P. 0 P.	Calcolo corretto (4×5 oppure 5×4), il risultato non è importante Tutte le altre soluzioni
14	Divisione per contenenza	1 P. 0,5 P. 0 P.	Risposta corretta (5 ovetti), la grafica è irrilevante Rappresentazione corretta, ma la risposta "5" manca Tutte le altre soluzioni
15	Divisione per partizione	1 P. 0,5 P. 0 P.	Risposta corretta (3 cartoni di uova), la grafica è irrilevante Fasci da 6 cerchiato, ma la risposta "3" manca Tutte le altre soluzioni

Valutazione per alunno



Nome: _____

Data: _____

Valutazione DiToM Screening 2+

Item	risposta corretta	Check corretto/errato	Punti
1	23		
2.a	25		
2.b	36		
2.c	45		
3.a	394041		
3.b	868990		
3.c	585960		
4.a	34		
4.b	15		
4.c	43		
4.d	50		
4.e	67		
5.a	6		
5.b	8		
5.c	30		
5.d	40		
5.e	25		
6.a	67		
6.b	15		
6.c	80		
7.a	5		
7.b	4		
7.c	6		
7.d	3		
7.e	7		

Item	risposta corretta	Check corretto/errato	Punti
8.a	39		
8.b	80		
8.c	90		
8.d	67		
8.e	33		
9.a	42		
9.b	30		
9.c	11		
9.d	26		
9.e	17		
10 parte 1	12+6=18		
10 parte 2	18		
11 parte 1	28-3=25		
11 parte 2	25		
12.a	14		
12.b	20		
12.c	80		
12.d	18		
12.e	70		
12.f	30		
13	5x4 o 4x5		
14	3		
15	5		

Punteggio totale ottenuto (max 15)

Commento: _____

Valutazione:

- Item 1 e 13 corretto = 1 punto; errato o non svolto = 0 punti
- Item 2, 3 e 6 tutte e 3 corrette = 1 punto; 2 corrette = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
- Item 4, 5, 7, 8, 9 tutte e 5 corrette = 1 punto; 4 corrette = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
- Item 10 e 11 tutte e 2 corrette = 1 punto; 1 corretto = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
- Item 12 tutte e 6 corrette = 1 punto; 4 o 5 corrette = 0,5 punti; altrimenti = 0 punti
- Item 14 e 15 corretto = 1 punto, ben cerchiato, risposta mancante = 0,5 punti, errato = 0 punti

5. Riferimenti

Fandiño Pinilla, M. I., & Sbaragli, S. (2023). *Matematica di base per insegnare nella scuola primaria*. Bologna: Bonomo Editore.

Gaidoschik, M. (2024). Mathematical learning difficulties: Some reflections on the relationship between didactic and a particular kind of psychological research. *La Matematica e la sua Didattica*, 32(1), 51-69.

Gaidoschik, M., & Asenova, M. (2022). La scomposizione additiva al centro dell'aritmetica all'inizio della scuola primaria: basi teoriche ed esempi d'aula. In B. D'Amore (Ed.), *Atti del Convegno Didattica della matematica come attività di ricerca in aula. Atti del XXXVI Convegno "Incontri con la matematica", Castel san Pietro Terme (Bo), 21-23 ottobre 2022* (pp. 93-94). Pitagora.

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT). 2nd edition*. Educational Testing Service.

Marazzani, I. (2026). *Dal conteggio alla costruzione di strategie di calcolo mentale. Basi teoriche ed esperienze didattiche dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria*. Roseto degli Abruzzi: LS Scuola (in corso di stampa).

Progetto „Per contare”. Accessibile da <https://www.percontare.it/>