Co-funded by
the European Union

unibz
Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

DiToM
Diagnostic Tool in Mathematics

Screening 2+

Handbuch

Dieses Projekt wurde mit Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Diese Veröffentlichung gibt ausschließlich die Ansichten der Autor: innen wieder, und die Kommission kann nicht für die Verwendung der darin enthaltenen Informationen verantwortlich gemacht werden.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Dieses Handbuch will Sie bei der Durchführung des **DiToM Screenings 2+** und der Weiterarbeit mit den Ergebnissen der Testung Ihrer Klasse unterstützen. Sie finden auf den folgenden Seiten

1. eine kurze **Einführung** in die Ziele und Grundideen des Erasmus+ Projekts DiToM;
2. eine detaillierte **Anleitung zur Durchführung** des Screenings 2+ in der Klasse;
3. kompakte **Erläuterungen zu den einzelnen Aufgaben,** inklusive Hinweisen zu möglichen Unterstützungsmaßnahmen für Kinder, für die das Screening Lernrückstände im Bereich von Schlüsselkompetenzen angezeigt hat;
4. **Hinweise zur Auswertung** und Dokumentation der Ergebnisse.

Die Durchführungsanleitung (Teil 2) und die in Teil 4 erläuterten Auswertungstabellen finden Sie auf www.ditom.org/de/ auch getrennt von diesem Handbuch als jeweils eigenes pdf-Dokument zum Ausdrucken.

Wir empfehlen, die Durchführungsanleitung doppelseitig auszudrucken und spiralzubinden. In dem so entstandenen Heftchen können Sie jeweils auf der einen, Ihnen zugewandten Seite alle Anleitungen zur Durchführung nachlesen bzw. den Kindern unmittelbar vorlesen, während die den Kindern zugewandte Seite des Heftchens bei vielen Aufgaben ein Beispiel zeigt, an dem Sie den Kindern erklären können, was zu tun ist.

1 Ziele und Grundideen von DiToM

Das Erlernen von Mathematik erfolgt in Stufen: Neues Wissen baut auf sicherem Vorwissen auf. Fehlen grundlegende Ideen und Konzepte, wird es für die Schülerinnen und Schüler zunehmend schwieriger, Verständnis für inhaltlich darauf aufbauende mathematische Inhalte zu entwickeln. Ergebnisse internationaler und nationaler Studien zeigen, dass derzeit ein erheblicher Teil der Lernenden schon in der Grundschule und, aus den erläuterten Gründen fast zwangsläufig, dann auch in der weiterführenden Schule die Mindeststandards in Mathematik nicht erreicht. Bestürzend viele Jugendliche verfügen nach Abschluss ihrer Schulpflicht nicht über das Basisniveau an mathematischer Bildung, welches gemäß OECD-Definition für eine „volle Teilnahme am gesellschaftlichen Leben“ notwendig wäre.

Um gegensteuern zu können, müssen Lehrkräfte Lernschwierigkeiten in Mathematik zunächst erkennen – möglichst frühzeitig, möglichst differenziert. Erst auf dieser Grundlage können gezielte Unterstützungsmaßnahmen ergriffen werden. Genau hier setzt das EU-Projekt **„Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)“** an. In einer Partnerschaft zwischen Deutschland, Frankreich, Griechenland, Kroatien, Italien, Schweden und Spanien wurden fünf miteinander verbundene Screening-Instrumente entwickelt. Diese ermöglichen es Lehrkräften, jeweils am Ende bzw. zu Beginn eines Schuljahres einen kompakten Überblick darüber zu gewinnen, ob bzw. welche Kinder der Klasse Gefahr laufen, ohne gezielte Unterstützungsmaßnahmen in Mathematik den Anschluss zu verlieren. Die Screenings folgen einem Zweijahresrhythmus:

Screening 0+ für den Beginn der Grundschule

Screening 2+ für Ende der 2. Klasse / Beginn der 3. Klasse

Screening 4+ für Ende der 4. Klasse / Beginn der 5. Klasse

Screening 6+ für Ende der 6. Klasse / Beginn der 7. Klasse

Screening 8+ für Ende der 8. Klasse / Beginn der 9. Klasse

Was sind und leisten die DiToM-Screenings?

Die fünf Screenings sind Papier-und-Stift Tests zu jeweils den mathematischen Schlüsselkompetenzen, die zu Beginn einer Schulstufe gefestigt sein sollten, damit neue Inhalte mit Verständnis gelernt werden können. Die Tests können mit der gesamten Klasse innerhalb einer Unterrichtsstunde durchgeführt und mittels Auswertungshilfen (siehe 3.) mit relativ geringem zeitlichem Aufwand ausgewertet werden. Die Ergebnisse liefern für die jeweilige Klasse einen ersten, strukturierten Überblick darüber, welche Kinder in welchen Bereichen vermutlich zusätzliche Unterstützung benötigen. Das „vermutlich“ ist wichtig: Ein Screening ersetzt ausdrücklich **nicht** eine individuelle, qualitative Lernstandserfassung. Insbesondere kann das Screening bestenfalls Anhaltspunkte dafür liefern, auf Grundlage welcher Denkweisen und mit welchen Strategien Kinder einzelne Aufgaben gelöst haben. Für die genauere Abklärung sind gezielte Beobachtungen und Einzelgespräche auf Basis weiterer, feiner differenzierende Aufgaben nötig. Das Screening kann aber als Ausgangspunkt für solche weiterführenden Lernstandserfassungen dienen und deutlich machen, mit welchen Kindern diese durchgeführt werden sollten.

Was bedeutet „mathematische Schlüsselkompetenzen“?

Wie einleitend schon festgehalten, ist die Schulmathematik durch eine „innere Lernhierarchie“ (Wittmann, 2015, S. 199) gekennzeichnet. Das gilt insbesondere in den Inhaltsbereichen Arithmetik (Zahlen und Operationen) und Algebra, auf die sich die DiToM-Screenings bewusst beschränken. In diesen Bereichen lassen sich auf jeder Lernstufe „Schlüsselkompetenzen“ identifizieren, ohne welche weitere Inhalte nicht mit Verständnis und daher nicht nachhaltig gelernt werden können.

Ein Beispiel zur Verdeutlichung: Um erfolgreich mit (natürlichen) Zahlen umgehen zu können, müssen Kinder diese im Sinne des Teile-Ganzes-Konzepts verstehen; ein Prozess, der im ersten Schuljahr abgeschlossen sein sollte. Teile-Ganzes-Konzept heißt, am Beispiel der Zahl Sieben: Kinder sollten Sieben sie als Zusammensetzung (Ganzes) aus den Zahlen Fünf und Zwei, ebenso aber Vier und Drei, Eins und Sechs usw. verstehen. Dieses

Verständnis sollte in einem nächsten Schritt auch automatisiert werden. Es sollte einem Kind also keine weitere Denkanstrengung abverlangen, die Zahl Fünf als fehlenden zweiten Teil der Zahl Sieben mitzudenken, wenn ihm Sieben als das Ganze und Zwei als ein Teil dieses Ganzen vorgegeben werden. Es sollte also bei Zahlen immer schon auch Zerlegungen und damit Beziehungen zu anderen Zahlen mitdenken. Diese Kombination aus Verstehen und Automatisieren ist für viele Schlüsselkompetenzen charakteristisch: Erst auf Basis gewisser Automatismen können Kapazitäten freigemacht werden, um mathematische Aufgaben auf höherer Stufe sicher bewältigen zu können.

Ob die Schlüsselkompetenz „Zahlen als Zusammensetzungen denken" (oder „Zahlen zerlegen") ausreichend gefestigt ist, zeigt sich beispielsweise darin, wie Kinder rechnen. Wer Sieben als Fünf und Zwei denkt, wird $7 - 5$ durch Rückgriff auf diese Zahlzerlegung schon im Laufe des ersten Schuljahres lösen können, ohne dabei auf Zählstrategien zurückgreifen zu müssen. Kinder, denen diese Schlüsselkompetenz fehlt, sind oft noch am Ende der Grundschulzeit beim Addieren und Subtrahieren auf mühsame, zeitaufwändige und fehleranfällige Zählstrategien angewiesen. Zählend addierende und subtrahierende Kinder sind in der Regel spätestens dann überfordert, wenn es um das (auch überschlagende) Kopfrechnen mit zwei- und mehrstelligen Zahlen geht. Sie sind aber auch kaum in der Lage, Querverbindungen zwischen Einmaleinsaufgaben zu nutzen, sich also in der Phase des Erlernens des Einmaleins beispielsweise damit zu helfen, dass neunmal sechs um sechs weniger ist als das einfach zu merkende zehnmal sechs. Defizite im Bereich einer Schlüsselkompetenz (Zahlen als Zusammensetzungen) behindern also den Erwerb weiterer Schlüsselkompetenzen (Addieren, Subtrahieren, Einmaleins), die ihrerseits Voraussetzung für weitere Lernschritte sind (Dividieren, Proportionen erkennen und anwenden…). Das wirkt über die Grundschule hinaus: Wer mit natürlichen Zahlen Probleme hat, wird mit Brüchen und Dezimalzahlen noch größere bekommen. Später baut die Algebra auf Einsichten auf, die mit den Grundrechenarten in der Grundschule gewonnen werden sollten; ohne diese wird sie für Kinder und Jugendliche zu einer kaum entzifferbaren Geheimschrift.

Deshalb konzentrieren die DiToM Screenings sich auf Schlüsselkompetenzen: Jene, die zu Beginn der Schuljahre 1, 3, 5, 7 und 9 jeweils aufgebaut sein sollten, damit das Weiterlernen in Mathematik erfolgreich sein kann.

DiToM Screening 2+ durchgeführt – was nun?

Mit den in Kapitel 4 erläuterten Auswertungshilfen gelangen Sie zu einer Auswertungstabelle (Excel oder Papier), die in zwei Richtungen gelesen werden kann und unserer Intention auch sollte:

- *Für jedes Kind* zeigt sich in den Querzeilen, welche Aufgaben vollständig oder teilweise richtig, falsch oder nicht gelöst wurden. Daraus ergibt sich ein Gesamtpunktewert für das einzelne Kind.

- *Für jede Aufgabe* zeigt sich in den Längsspalten, wie viele Kinder diese Aufgabe vollständig oder teilweise richtig, falsch oder nicht gelöst haben.

Mit Bezug auf die Kinder
geht es DiToM nicht darum, Etiketten zu vergeben. Die Screenings verfolgen ausdrücklich **nicht** den Zweck, Kinder mit „Dyskalkulie" ausfindig zu machen. Klinisch-psychologische Diagnosen dieser Art helfen auch nicht weiter für die Frage, die für das DiToM-Projekt im Vordergrund steht: Wie können Lehrkräfte Kinder unterstützen, die im Bereich arithmetischer Schlüsselkompetenzen Schwierigkeiten haben? Voraussetzung jeder gezielten Unterstützung ist die möglichst detaillierte **Erfassung des aktuellen Lernstands**. DiToM will dabei helfen, Kinder zu identifizieren, mit denen eine solche detaillierte Lernstandserfassung dringend nötig ist: nicht mehr, aber auch nicht weniger. Im Kapitel 2 dieses Handbuchs finden Lehrkräfte darüber hinaus zu jeder Aufgabe auch kurze Hinweise dafür, welche Art von Unterstützung in weiterer Folge hilfreich sein könnte.

Im Sinn der obigen Ausführungen sind die in Kapitel 4 erläuterten **kritischen Punktewerte** zu verstehen, die wir auf Basis der Pilotierung der DiToM-Screenings ermittelt haben, (im Fall von 2+ mit 1.373 Schüler: innen in den sieben Partnerländern des Projekts). Die Ermittlung dieser Punkte erfolgte durch eine Latente Klassenanalyse (Näheres zu dieser statistischen Methode finden Sie etwa bei Livingston, 2014). Sie erlaubt es, die Kinder auf Basis ihrer im Screening erreichten Punkte einer der drei folgenden Gruppen zuzuordnen:

Gruppe A: Kinder, die im Bereich mehrerer Schlüsselkompetenzen umfassende Schwierigkeiten zeigen.
Gruppe B: Kinder, für die das Screening Hinweise auf Schwierigkeiten in einzelnen Bereichen liefert.
Gruppe C: Kinder, für die das Screening keine Hinweise auf größere Probleme anzeigt.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass ein Screening immer nur eine Momentaufnahme liefert. Einzelne Kinder können einen schlechten Tag gehabt haben, abgelenkt worden sein, umgekehrt trotz aller Vorsichtsmaßnahmen abgeschrieben haben… Die Screening-Ergebnisse müssen entsprechend vorsichtig interpretiert, mit bisherigen Beobachtungen und Erfahrungen abgeglichen bzw. zum Anlass genommen werden, in den folgenden Tagen und Wochen gezielte Beobachtungen anzustellen und der Klasse und/oder einzelnen Kindern weitere Aufgaben eines bestimmten Inhaltsbereichs zu stellen.

Erhärtet sich dabei, dass ein Kind der **Gruppe A** zugehört, ist zu befürchten, dass seine Lernschwierigkeiten in Mathematik im Laufe des Schuljahres noch größer werden, sofern nicht möglichst zeitnah möglichst effiziente Gegenmaßnahmen gesetzt werden. Das vorliegende Handbuch kann in Kapitel 2 mit Bezug auf die in den einzelnen Aufgaben jeweils erfassten Schlüsselkompetenzen nur andeuten, in welche Richtung solche Gegenmaßnahmen gehen sollten. Für umfassendere Empfehlungen verweisen wir auf einschlägige Fachliteratur.

Auch Kinder der **Gruppe B** benötigen vermutlich zusätzliche Unterstützung in zumindest einigen Bereichen, um nächste Stufen im Lernprozess gut zu meistern. Zu bedenken ist, dass *alle* Screening-Aufgaben Schlüsselkompetenzen überprüfen. Das Screening ist bewusst so angelegt, dass es im höheren Leistungsbereich nicht differenziert; im Idealfall werden die Aufgabe vom Großteil der Kinder als (sehr) einfach empfunden. Deshalb sollten auch Fehler von Kindern der **Gruppe C** bei nur einzelnen Aufgaben ernst genommen werden und Anlass geben zum Nachdenken darüber, ob und wie im Screening angezeigten Lernrückstände im Bereich von Schlüsselkompetenzen überwunden werden können.

Mit Bezug auf die Klasse
gilt letzteres insbesondere dann, wenn die Auswertung ergeben sollte, dass eine oder mehrere Aufgaben von mehr als nur einzelnen Kindern nicht richtig gelöst wurden. Das muss nicht, kann aber auch daran liegen, dass die Kinder im bisherigen Unterricht (oder im Kindergarten, aus dem sie kommen) im Bereich dieser Schlüsselkompetenz(en) zu wenige oder zu wenig gezielte Anregungen erhalten haben. Umso wichtiger ist es, dass die Kinder – in diesem Fall ein großer Teil der Klasse – diese Anregungen nun erhalten, selbst wenn curricular bereits weiterführende Inhalte vorgesehen sein sollten. Denn die oben erläuterte Lernhierarchie der Mathematik macht es auf jeder Schulstufe erforderlich, Voraussetzungen im Bereich von Schlüsselkompetenzen abzusichern, bevor im Stoff weitergegangen wird.

2 Durchführung des Screenings 2+

Das Screening 2+ ist ausgelegt für den Einsatz mit der gesamten Lerngruppe am Ende des 2. Schuljahrs oder unmittelbar zu Beginn des 3. Schuljahrs.

Es umfasst folgende Aufgaben:

1. Abzählen
2. Zehner-Einer-Darstellungen
3. In der Zahlenreihe vorwärts und rückwärts
4. Gehörte Zahlen mit Ziffern schreiben
5. Halbieren zweistelliger Zahlen
6. Zahlen auf Zahlenstrahlen
7. Zahlen zerlegen
8. Addition
9. Subtraktion
10. Textaufgabe 1 (Addition)
11. Textaufgabe 2 (Subtraktion)
12. Kernaufgaben des Einmaleins
13. Deuten einer Darstellung als Multiplikation
14. Textaufgabe 3 (Aufteilen)
15. Textaufgabe 4 (Verteilen)

Im Folgenden wird Aufgabe für Aufgabe im Detail erläutert, welche Anweisungen Sie den Kindern bei der Durchführung geben sollten und wie Sie die Aufgaben präsentieren sollten.

Die folgenden Anweisungen sind in einer für den Ausdruck um Beispiel- und Leerseiten erweiterten Version als eigene pdf-Datei im Download erhältlich.

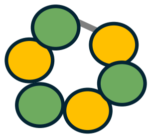
Wenn Sie diese Datei doppelseitig ausdrucken und spiralbinden, entsteht ein Heftchen, aus dem Sie während der Durchführung die Anleitungen vorlesen können bzw. nachlesen können, was bei der Durchführung zu beachten ist. Durch die in der Druckversion eingefügten Beispielseiten ergibt sich die Möglichkeit, dabei die jeweils linke Hälfte einer Doppelseite zu den Kindern umzublättern und hochzuhalten. So sehen die Kinder bei den jeweiligen Aufgaben die dafür vorgesehene Beispielaufgabe, anhand derer Sie erklären können, was jeweils zu tun ist.

Vor dem und beim Verteilen der Testhefte

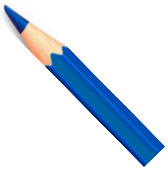
- Erklären Sie den Kindern, dass Sie am Ende (2. Klasse) / Anfang (3. Klasse) des Schuljahres herausfinden möchten, was die Kinder bereits wissen und können.
- Sagen Sie den Kindern, dass jedes von ihnen jetzt gleich ein Heft mit Aufgaben erhält, die sie nacheinander bearbeiten sollen.
- Betonen Sie, dass es wichtig ist, dass jedes Kind die Aufgaben selbstständig löst und dass es nicht hilfreich ist, wenn man vom Nachbarn abschreibt. Zum einen können die Lösungen eines anderen Kindes falsch sein. Vor allem aber möchten Sie wissen, was jedes einzelne Kind schon gut ohne Hilfe kann oder womit es gegebenenfalls noch Schwierigkeiten hat, damit Sie ihm helfen können.
- Falls erforderlich und verfügbar, stellen Sie während der Durchführung des Tests z.B. Schulrucksäcke zwischen den Kindern auf, um das Abschreiben zu erschweren.
- Bitten Sie die Kinder, mit einem Bleistift zu schreiben. Weil Radieren lange dauert, sollen sie einfach durchstreichen, wenn sie etwas Falsches geschrieben haben und die richtige Antwort daneben schreiben. Machen Sie das eventuell an der Tafel kurz vor.
- Sagen Sie den Kindern, dass die Aufgaben eine nach der anderen bearbeitet werden und dass Sie ihnen bei jeder Aufgabe zuerst erklären werden, was genau zu tun ist. Manchmal wird es auch ein Beispiel geben. Weisen Sie darauf hin, dass die Kinder NICHT allein weitermachen sollen, auch nicht, wenn sie früher fertig sind als andere Kinder. Sie sollen also bitte immer erst dann zur nächsten Seite umblättern, wenn Sie es ihnen sagen.
- Erklären Sie, dass es wichtig ist, dass alle immer gut aufpassen sind und Ihren Anweisungen genau zuhören.
- Vergewissern Sie sich, dass alle Tische leer sind und dass jedes Kind nur einen spitzen Bleistift vor sich liegen hat.
- **Einige Aufgaben haben ein Zeitlimit.** Erklären Sie deshalb schon zu Beginn, dass Sie glauben, dass die Kinder einige der Aufgaben recht schnell lösen werden, weil sie diese wahrscheinlich schon auswendig wissen. Sie werden deshalb bei einigen Aufgaben nach einiger Zeit STOPP sagen. Dann müssen alle Kinder zu schreiben aufhören. Betonen Sie, dass es aber nicht schlimm ist, wenn ein Kind mit einer Aufgabe nicht ganz fertig wird. Bemühen Sie sich in weiterer Folge durchgehend um eine stressfreie Atmosphäre.
- **Verteilen Sie nun die Hefte**. Betonen Sie dabei, dass die Hefte vorerst geschlossen auf den Tischen liegen bleiben, bis Sie die Kinder auffordern, zur ersten Aufgabe umzublättern. Die Kinder sollen zunächst ihren Namen auf das Deckblatt schreiben.
- Bei **Aufgaben ohne Zeitlimit** entscheiden Sie bitte selbst, ob Sie nicht dennoch nach einer gewissen Zeit, wenn fast alle Kinder fertig sind, STOPP sagen. Vermutlich benötigen einzelne Kinder bei manchen Aufgaben deutlich länger als die überwiegende Mehrheit der Klasse, und vielleicht würden sie mit noch so viel Zeit die Aufgabe nicht lösen können. Und wenn dann alle anderen Kinder lange warten müssen, kann Unruhe aufkommen.

1 Abzählen

Beispiel



6
_____ Perlen



„Schau dir dieses Armband an.
Es ist aus 6 Perlen gemacht. Daher wurde hier auf die Linie die Zahl **6** geschrieben.

→ *Zeigen Sie auf die Zahl 6.*

Das Armband hat 6 Perlen, daher wurde hier die 6 hingeschrieben.“

Testaufgabe

Kein Zeitlimit

_______ Perlen

„Blättere nun zur ersten Aufgabe.

Hier siehst du ein weiteres Armband.
Zähle leise die Perlen in diesem Armband!

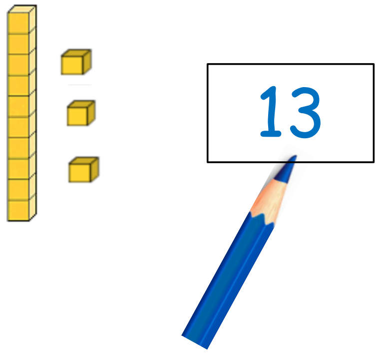
Schreibe die Anzahl der Perlen auf die Linie darunter.

Zähle **leise** und schreibe dann die Zahl auf die Linie.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift auf den Tisch.“

2 Zehner-Einer-Darstellungen

Beispiel



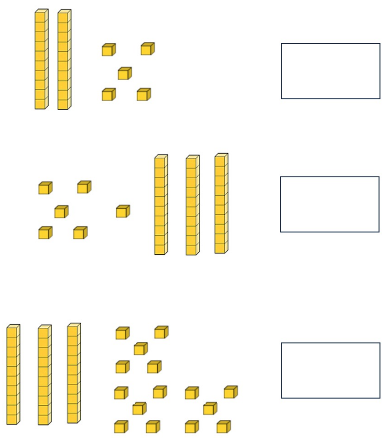
„Schau dir dieses Bild an. Es zeigt die Zahl dreizehn. Zehn hier und drei hier.

→ *Zeigen Sie erst auf die Stange, dann auf die drei einzelnen Würfel.*

Deshalb wurde die Zahl **13 i**n das Kästchen hier neben dem Bild geschrieben."

→ *Zeigen Sie auf die 13.*

Testaufgabe



Bearbeitungszeit:
30 Sekunden

„Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe.

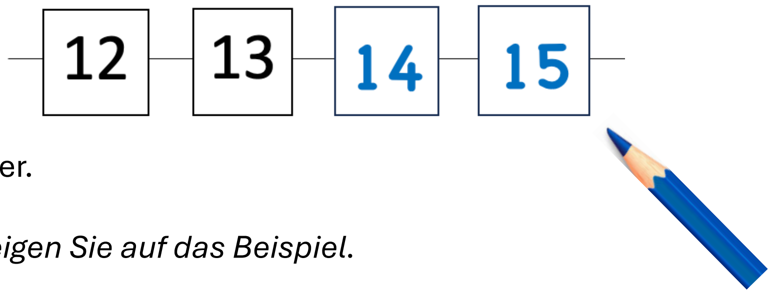
Hier siehst du drei weitere Zahlenbilder.
Schreibe jede Zahl in das Kästchen neben dem Bild.

→ *Zählen Sie im Kopf bis 30 oder stoppen Sie die Zeit mithilfe des Sekundenzeigers.*

Und stopp. Bitte leg deinen Stift hin.
Wir machen weiter mit der nächsten Aufgabe.
Es ist nicht schlimm, wenn du noch nicht fertig bist."

3 In der Zahlenreihe vorwärts und rückwärts

Beispiel



„Schau mal hier.

→ *Zeigen Sie auf das Beispiel.*

Hier sind vier Kästchen, in die eine Zahlenreihe gehört. Die Reihe beginnt mit zwölf, dann kommt dreizehn und danach kommt vierzehn. Daher steht in diesem Kästchen eine **14**. Und nach vierzehn kommt fünfzehn, deshalb steht im nächsten Kästchen die **15.**

→ *Zeigen Sie erst auf 14, dann auf 15.*

Die vier Zahlen in dieser Reihe sind zwölf, dreizehn, **vierzehn**, **fünfzehn**.”

Testaufgabe

37	38			
	87	88		
			61	62

Kein Zeitlimit

„Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe.

Jetzt sind immer fünf Zahlen in einer Reihe.
Schreibe immer die fehlenden Zahlen in die leeren Kästchen.

Achtung: Manchmal musst du die Zahl finden, die vor einer anderen Zahl steht!

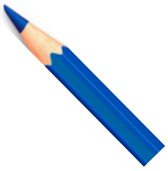
Wenn du fertig bist, lege bitte deinen Stift auf den Tisch.“

4 Zahlendiktat

Beispiel

22

18



“Wenn wir die Zahl zweiundzwanzig schreiben wollen, schreiben wir das so: 22.

→ *Zeigen Sie auf die 22.*

Und wenn wir achtzehn schreiben wollen, schreiben wir 18.“

→ *Zeigen Sie auf die 18.*

Testaufgabe

a) ____________

b) ____________

c) ____________

d) ____________

e) ____________

„Jetzt sollst **du** Zahlen schreiben.

Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe.
Du siehst fünf Zeilen a) bis e), eine unter der anderen.

Ich werde dir nacheinander fünf Zahlen diktieren und du schreibst sie untereinander auf. Hör gut zu und schreibe die Zahl auf.

→ *Diktieren Sie deutlich die folgenden fünf Zahlen. Machen Sie nach jeder Zahl eine kurze Pause, damit die Kinder die Zahl notieren können.*

vierunddreißig (34)
fünfzehn (15)
dreiundvierzig (43)
fünfzig (50)
siebenundsechzig (67)

Bitte leg deinen Stift auf den Tisch.
Schauen wir uns nun das Beispiel zur nächsten Aufgabe an.“

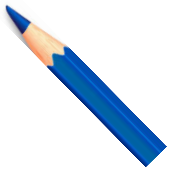
5 Halbieren zweistelliger Zahlen

Beispiel

Hälfte von 10: 5

„Die Hälfte von zehn ist fünf.
Deshalb wurde hier eine **5** aufgeschrieben.“

→ *Zeigen Sie auf die 5.*



Testaufgabe

Hälfte von 12: _______

Hälfte von 16: _______

Hälfte von 60: _______

Hälfte von 80: _______

Hälfte von 50: _______

Bearbeitungszeit:
20 Sekunden

„Blättere jetzt um zur Aufgabe.

Hier siehst du anderen Zahlen, die du halbieren sollst.

Schreibe immer die ***Hälfte*** der Zahl auf den Strich.

Los geht‘s!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 20.*

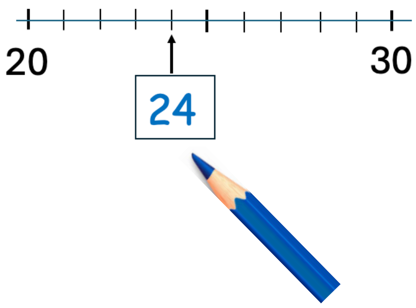
Und stopp! Bitte leg den Stift hin.
Es ist gar nicht schlimm, wenn du nicht ganz fertig geworden bist. Wir machen jetzt weiter.

Bitte schau dir dies Bild an.”

→ *Zeigen Sie auf das Beispiel zu Aufgabe 6.*

6 Zahlen auf Zahlenstrahlen

Beispiel



„Hier siehst du den Zahlenstrahl von 20 bis 30.

→ *Fahren Sie mit dem Finger entlang des Zahlenstrahls von 20 zur 30.*

Der Pfeil an dem Kästchen zeigt auf die 24.

→ *Zeigen Sie auf das Kästchen.*

Deshalb steht hier in dem Kästchen die 24."

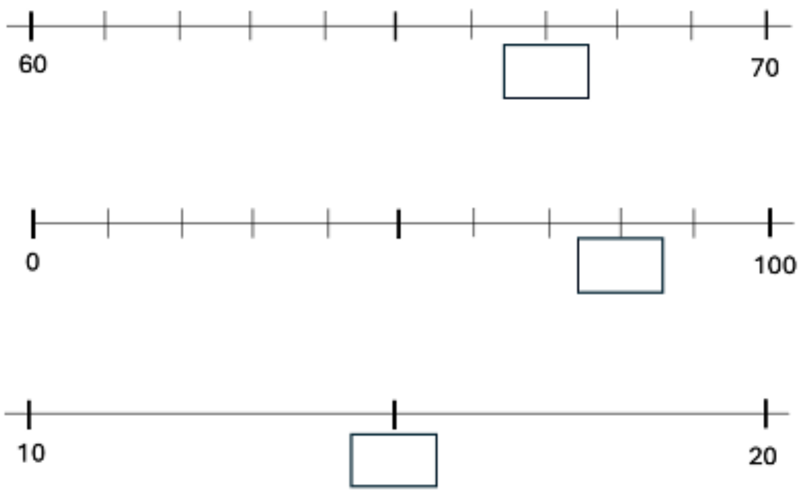
Testaufgabe

Kein Zeitlimit

„Blättere jetzt um zur Aufgabe. Du siehst hier drei Zahlenstrahle.

Schau immer genau, auf welche Zahl der Pfeil zeigt und schreibe die passende Zahl in das Kästchen.

Wenn du fertig bist, legst du deinen Stift auf den Tisch."



7 Zahlen zerlegen

Beispiel

5	
3	2

„Schau mal her. Hier im oberen Kästchen steht die 5.

→ *Zeigen Sie mit dem Finger auf die Zahl 5.*

Wie du weißt, kann man die Zahl 5 zerlegen.
Die eine Zahl der Zerlegung soll die 3 sein.

→ *Zeigen Sie auf die 3.*

Dann ist die andere Zahl die 2, denn 3 und 2 sind 5.

→ *Zeigen Sie auf die entsprechenden Zahlen während Sie sprechen.*

Man kann die 5 zerlegen in 3 und 2.
Zusammen sind das wieder fünf.“

Testaufgabe

6		7		8		8		9		9	
1		3		2		5		2		4	

Bearbeitungszeit: 30 Sekunden

„Blättere jetzt um zur Aufgabe.

Schau dir nun genau die Zahlen in den grauen Kästchen oben an und finde immer die passende Zerlegungszahl zu der Zahl, die schon angegeben ist. Schreib sie in das freie Kästchen.

Fang jetzt an!

→ *Zählen Sie im Kopf bis 30.*

Und stopp! Bitte leg den Stift hin. Es ist nicht schlimm, wenn du nicht ganz fertig geworden bist.“

8 Addition

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit

32 + 7 =

6 + 74 =

60 + 30 =

27 + 40 =

25 + 8 =

„Bei der nächsten Aufgabe brauchen wir kein Beispiel. Jetzt kommen Plus-Aufgaben.

Bitte blättere um zur nächsten Aufgabe.

Hier siehst du fünf Plusaufgaben, die du im Kopf lösen sollst. Schreib immer nur das Ergebnis hin.

Wenn du fertig bist, legst bitte deinen Stift auf den Tisch.“

„Bis jetzt habt ihr sehr gut mitgemacht und wir haben schon mehr als die Hälfte geschafft. Steht mal alle auf und schüttelt eure Arme und Beine aus.

→ *Machen Sie das mit.*

Das tut gut, nicht wahr? So nun setzt euch wieder hin. Wir machen weiter.“

9 Subtraktion

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit

48 – 6 =

37 – 7 =

20 – 9 =

56 – 30 =

25 – 8 =

„Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe.
Hier siehst du fünf **Minus-Aufgaben**.

Jetzt geht es um **Minusrechnen**.

Rechne die fünf Aufgaben im Kopf aus.
Schreibe wieder nur das Ergebnis hin.

Wenn du fertig bist, lege bitte deinen Stift auf den Tisch."

10 Textaufgabe 1 (Addition)

ohne Beispielaufgabe

Kein Zeitlimit

Testaufgabe

„Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe. Ich lese dir eine Rechengeschichte vor. Du kannst mitlesen, wenn du magst. Oder einfach zuhören.

→ *Lesen Sie die Aufgabe* ***zwei Mal*** *vor und betonen Sie dabei die fett gedruckten Zahlen.*

Auf dem Weg zur Schule:
Im Schulbus sind **12 Kinder**.
An der nächsten Haltestelle steigen noch **5 Kinder** ein.
Wie viele Kinder sind nun im Bus?

Rechnung: ______________________________

Nun rechne aus. Schreibe deine Rechnung mit Ergebnis auf den Strich.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift auf den Tisch.“

11 Textaufgabe 2 (Subtraktion)

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit

„Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe. Ich lese dir noch eine Rechengeschichte vor. Du kannst wieder mitlesen, wenn du magst. Oder einfach zuhören.

→ *Lesen Sie die Aufgabe vor und betonen Sie dabei die fett gedruckten Zahlen. Dann lesen die Aufgabe noch ein zweites Mal vor.*

Auf dem Weg nach Hause:
Im Schulbus sind **28 Kinder**.
An der ersten Haltestelle steigen
3 Kinder aus.
Wie viele Kinder sind nun noch im Bus?

Rechnung: ___________________________

Nun rechne aus. Schreibe deine Rechnung mit Ergebnis auf den Strich.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift auf den Tisch."

12 Kernaufgaben des Einmaleins

ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Bearbeitungszeit: 30 Sekunden

a) $7 \cdot 2 =$

b) $4 \cdot 5 =$

c) $8 \cdot 10 =$

d) $9 \cdot 2 =$

e) $10 \cdot 7 =$

f) $5 \cdot 6 =$

„Für die nächste Aufgabe brauchen wir wieder kein Beispiel.

Du sollst jetzt ***mal*** rechnen.

Bitte blättere um zur nächsten Aufgabe.
Hier siehst du sechs ***Malaufgaben***.

Fang jetzt an und schreib die Ergebnisse hin.

→ *Zählen Sie im Kopf bis 30.*

Stopp. Leg deinen Stift bitte hin.

Wir machen jetzt mit der nächsten Aufgabe weiter. Es ist nicht schlimm, wenn du noch nicht fertig bist. Man muss nicht alle Aufgaben schaffen."

13 Deuten einer Darstellung als Multiplikation

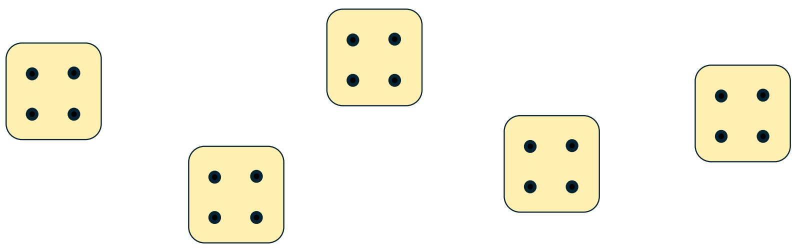
ohne Beispielaufgabe

Testaufgabe

Kein Zeitlimit

„Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe.

Schau dir das Bild genau an. Es zeigt eine Mal-Aufgabe.



Rechnung: ________________________________

Schreib die Mal-Aufgabe auf den Strich unter dem Bild.

Wenn du das Ergebnis der Aufgabe weißt, kannst du es auch hinschreiben. Aber das ist freiwillig. Wichtig ist, dass du die passende Aufgabe hinschreibst.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift auf den Tisch.“

14 Textaufgabe 3 (Aufteilen)

ohne Beispielaufgabe, weil sonst auf die Lösungsstrategie verwiesen würde

Kein Zeitlimit

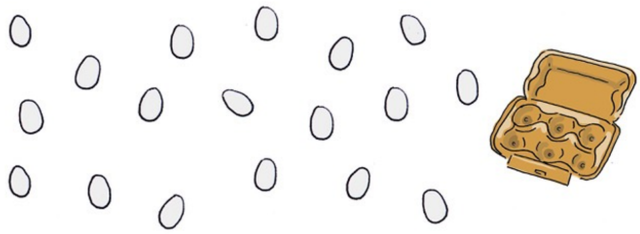
Testaufgabe

„Nur noch zwei Aufgaben, dann sind wir fertig.

Blättere jetzt um zur nächsten Aufgabe. Es ist wieder eine kleine Rechengeschichte. Ich lese sie dir zweimal vor.

→ *Lesen Sie die Aufgabe wieder **zweimal** vor und betonen Sie die fett gedruckten Zahlen.*

Heute morgen hat der Bauer **18 Eier** im Hühnerstall eingesammelt.
Immer **6 Eier** passen in einen Karton.
Wie viele Eierkartons kann er füllen?



Antwort: Der Bauer kann _______ Eierkartons füllen.

Finde nun die Lösung und schreibe sie auf. Du darfst zeichnen oder die Aufgabe mit Ergebnis hinschreiben. Mach es so, wie es für dich am besten ist.

Zum Schluss ergänzt du den Antwortsatz.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift auf den Tisch.“

→ *Ggf. der Hinweis, dass jetzt nur noch eine Aufgabe kommt.*

15 Textaufgabe 4 (Verteilen)

ohne Beispielaufgabe, weil sonst auf die Lösungsstrategie verwiesen würde

Testaufgabe

Kein Zeitlimit

„Jetzt blättere noch einmal um zur letzten Aufgabe.
Das ist noch mal eine kleine Rechengeschichte.

Ich lese die Aufgabe wieder zweimal vor.

→ *Lesen Sie die Aufgabe zweimal vor und betonen Sie dabei die fett gedruckten Zahlen.*

Oma hat **15** Schoko-Eier für ihre **3** Enkelkinder gekauft.
Alle drei Kinder sollen gleichviele Eier bekommen.
Wie viele Eier bekommt jedes Kind?

Antwort: Jedes Kind bekommt ________ Schoko-Eier.

Jetzt löse bitte noch diese letzte Aufgabe. Du darfst wieder zeichnen oder die Aufgabe mit Ergebnis hinschreiben, ganz wie du magst. Mach es so, wie es für dich am besten ist.

Zum Schluss ergänzt du den Antwortsatz.

Wenn du fertig bist, legst du bitte deinen Stift auf den Tisch und machst dein Heft zu. Ich komme zu dir und sammle die Hefte ein."

→ *Nachdem Sie alle Hefte eingesammelt haben: Danken Sie den Kindern für die gute Mitarbeit. Zur Belohnung dürfen alle eine Runde auf dem Schulhof rennen oder Sie spielen mit den Kindern ein Spiel.*

3 Erläuterungen und Förderhinweise zu den einzelnen Aufgaben von DiToM 2+

Aufgabe 1: Abzählen

______ Perlen

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Abzählen von geordneten Mengen größer als 20

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Das Erlernen der Zahlwortreihe und die Einhaltung von Zählprinzipien (s.u.) beim zählenden Bestimmen einer Anzahl sind wichtige Schritte auf dem Weg zu einem tragfähigen Verständnis natürlicher Zahlen.

Anzahlbestimmend zählen zu können, ist Voraussetzung dafür, Beziehungen zwischen Zahlen entdecken und untersuchen zu können. Grundlegend für den weiteren Aufbau arithmetischer Kompetenzen sind die Beziehungen „eins mehr/eins weniger“ zwischen zwei in der Zahlwortreihe benachbarten Zahlen und „Teile-Ganzes“ innerhalb von sogenannten „Zahlentripeln“ (z.B. das Tripel aus 3, 5 und 8; 8 ist das Ganze, 3 und 5 seine Teile). Anzahlen zählend exakt erfassen zu können, ist natürlich auch im Alltag eine wichtige Kompetenz für sich.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Um die 23 Perlen der in der Aufgabe 1 abgebildeten Kette korrekt abzählen zu können, muss die Zahlwortreihe bis mindestens „dreiundzwanzig“ beherrscht und das Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung beim Abzählen der Perlen eingehalten werden. Fehler bei der Eins-zu-Eins-Zuordnung (Auslassen und/oder Doppeltzählen einzelner Perlen) sind insbesondere dann zu vermuten, wenn ein Kind die korrekte Anzahl knapp verpasst (22, 24). Die Anordnung der Perlen im Kreis erfordert, planvoll vorzugehen in dem Sinn, dass das Kind eine Startperle wählt und diese bzw. weiter Perlen nicht doppelt abzählt. Der Knoten wurde in der Abbildung bewusst als Erleichterung dafür eingefügt, er muss aber vom Kind selbstständig als solche verwendet werden.

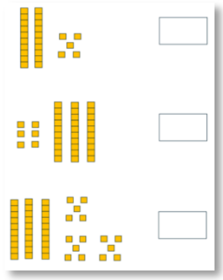
Die Aufgabe verlangt zudem das Notieren der ermittelten Anzahl mit Ziffern. Dabei muss die Übersetzung von „dreiundzwanzig“ in 23 gelingen. Fehler wie 32 (auch 42 in Kombination mit einem Zählfehler) könnten also auf ein Problem nicht beim Zählen, sondern beim Schreiben von zweistelligen Zahlen hinweisen.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Die Aufgabe ist bewusst als Startaufgabe gewählt worden, weil Kinder Ende des 2. Schuljahres sie vermutlich leicht finden und selten Fehler begehen werden. Sollte ein Fehler passieren, muss das keineswegs heißen, dass das Kind noch Probleme mit (einzelnen) Zählprinzipien hat. Korrektes Zählen fordert neben Einsicht in Zählprinzipien immer auch Konzentration.

Ein Fehler in Aufgabe 1 sollte aber Anlass dafür sein, die Zählkompetenzen des Kindes abseits des Screenings noch einmal umfassender zu überprüfen. Dabei sollten Sie über die hier erfassten Prinzipien (stabile Zahlwortreihe, Eins-zu-eins-Zuordnung) hinausgehen: Ist dem Kind der Unterschied zwischen kardinaler (z.B. „acht Perlen“ als Ergebnis einer Zählung) und ordinaler (z.B. „die achte Perle“) Verwendung von Zahlwörtern klar? Weiß das Kind, dass eine einmal zählend ermittelte Anzahl sich nicht ändert (und daher nicht nachgezählt werden muss), wenn die Anordnung der Elemente verändert wird? Ist ihm klar, dass es beim Abzählen egal ist, ob von links nach rechts (oder im oder gegen den Uhrzeigersinn) gezählt wird, solange jedes Element genau einmal erfasst wird? Sollten in solchen Fragen Ende des 2. Schuljahres oder danach noch Unsicherheiten bestehen, ist es dringend erforderlich, mit dem Kind im Bereich grundlegender Zählkompetenzen nachzuarbeiten.

Sofern Fehler auf Probleme mit dem Schreiben zweistelliger Zahlen mit Ziffern hindeuten (s.o.), könnte die Leistung desselben Kindes in Aufgabe 4 weitere Hinweise liefern. Im Kommentar zu Aufgabe 4 finden Sie Hinweise zu möglichen Unterstützungsmaßnahmen für Kinder, die in diesem Bereich Schwierigkeiten haben.

Aufgabe 2: Zehner-Einer-Darstellungen



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Übersetzen von strukturierten Darstellungen zweistelliger Zahlen in Ziffernschreibweise, Bündeln von 10 Einern zu einem Zehner.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Ein solides Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems ist die Grundlage dafür, flexibel mit mehrstelligen Zahlen (später auch Dezimalzahlen) rechnen zu können und diese Zahlen miteinander und mit der Welt, in der wir leben, in Beziehung zu setzen (z.B. um zu schätzen, grobe Berechnungen anzustellen, quantitative Verhältnisse in realen Situationen richtig einzuschätzen ...).

Verständnis des Stellenwertsystems hat viele Facetten. Die vorliegende Aufgabe liefert Hinweise dafür, ob Lernende beim Übersetzen von Darstellungen in Ziffernschreibweise zwischen Zehnern und Einern unterscheiden und erkennen, dass 10 Einer gleich einem Zehner sind (Darstellung 3). Damit verbunden ist das Verständnis des Stellenwerts einzelner Ziffern innerhalb einer zweistelligen Zahl. Bei der Zahl 36 (Darstellung 2) steht 3 für drei Zehner und 6 für sechs Einer. Dieses Wissen ist entscheidend, um die Zahldarstellungen in dieser Aufgabe (Abbildungen von Dienes-Systemmaterial) korrekt in die symbolische Zifferndarstellung übersetzen zu können.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Kinder, die den Unterschied zwischen Zehnern und Einern noch nicht verstehen, zählen möglicherweise einfach die dargestellten Objekte und kommen für die erste Zahl (25) auf 7 (2 Stäbe, 5 Würfel, insgesamt 7 Objekte.) Ein weiterer möglicher Fehler besteht darin, dass die Reihenfolge, in der die Ziffern geschrieben werden müssen, nicht beachtet wird. Beispielsweise könnten Kinder bei der zweiten Zahl (36) den Stellenwert nicht beachten und die Zahl stattdessen in der Reihenfolge ihrer Darstellung schreiben, d. h. 6 Einer und 3 Zehner: 63. Fehler können auch durch Fehlzählungen entstehen. Ein Kind könnte beispielsweise bei der dritten Zahl (45) auf 44 kommen, weil es vierzehn statt fünfzehn Einer falsch gezählt hat.

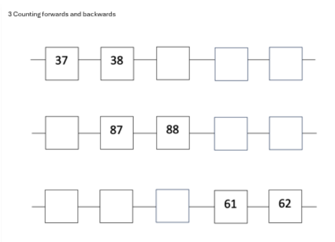
Die Zahlen sind in den Abbildungen bewusst so angeordnet sind, dass ein Kind nicht zählen muss, wenn es die zugrunde liegende Struktur erkennt und über entsprechende Zahlenkenntnisse verfügt (z.B. 3+3=6 in der zweiten Zahl). Die Zeitbegrenzung ist gezielt so knapp bemessen, dass Kinder, die alle Zahlen zählen, wahrscheinlich nicht fertig werden und/oder Zählfehler machen. Es ist jedoch im Interesse der Kinder, wenn das Screening auf diese Weise Hinweise dafür liefert, dass sie solche Zahlenstrukturen für das nicht-zählende Erfassen von Anzahlen noch nicht kennen oder zumindest nicht anwenden. Dies gilt insbesondere für das Verständnis, dass 5+5=10 ist und 10 Einheiten einen Zehner ergeben, das notwendig ist, um die dritte Zahl schnell als 45 zu erkennen.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Diese Aufgabe verwendet Abbildungen von Zehner-Stäben und Einer-Würfeln. Wenn dieses Material im Unterricht nicht verwendet wurde, könnten Schwierigkeiten mit dieser Aufgabe einfach darauf zurückzuführen sein. In jedem Fall ist es hilfreich, mit den Kindern die Prinzipien des Bündelns und des Stellenwerts *materialgestützt* zu erarbeiten. Um ein grundlegendes Verständnis für das *Bündeln* zu entwickeln, sollten dabei zunächst Aktivitäten durchgeführt werden, bei denen die Kinder selbst aus jeweils zehn Objekten Zehner bilden und lernen, diese Zehner bei der Bestimmung und Notierung der dargestellten Gesamtzahl zu berücksichtigen.

In weiterer Folge sind Zehner-Stäbe und Einer-Würfel ein vielseitiges und nützliches Material, um das Verständnis zu erweitern und zu festigen. Kinder sollten angeregt werden, die Anzahl der Würfel in einem Stab (immer 10) zu erkunden und dieses Wissen für Aktivitäten zu nutzen, wie z. B. das Ersetzen von Gruppen von jeweils 10 einzelnen Würfeln durch einen Stab („Austausch"), wenn sie mit großen Mengen von Würfeln arbeiten. Die resultierenden Zehner und Einer werden dann gezählt, ihre jeweilige Zahl in einer Stellenwerttabelle notiert.

Kinder, die nicht auf die Reihenfolge bzw. *Position* der Ziffern achten und Zahlen wie 34 und 43 verwechseln, können aufgefordert werden, beide Zahlen mit Zehnerstäben und Einerwürfeln zu legen und sie miteinander zu vergleichen und mit ihren jeweiligen Ziffernschreibeweisen in Beziehung zu setzen.

Aufgabe 3: In der Zahlenreihe vorwärts und rückwärts



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Fortsetzen der Reihe der natürlichen Zahlen, von einer zweistelligen Zahl ausgehend, in beide Richtungen, auch mit Über- und Unterschreiten reiner Zehner.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Sicherheit in der Reihe der natürlichen Zahlen ist unmittelbar gefordert beim Vorwärts- und Rückwärtszählen. Insbesondere das Vorwärtszählen ist auch im Alltag von Bedeutung. Die Ausgangszahlen dieser Aufgabe sind so gewählt, dass reine Zehnerzahlen über- bzw. unterschritten werden müssen. Sofern hierbei Fehler auftreten, können diese auf Defizite im Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems (Bündeln, Entbündeln) verweisen. Umgekehrt ist aber zu beachten, dass richtige Lösungen der Aufgabe 3 nicht schon als Nachweis eines tragfähigen Verständnisses des Bündelungsprinzips gedeutet werden dürfen. Aufgabe 3 erfasst also für sich genommen nur einen weiteren Aspekt dessen, was für erfolgreiches Weiterlernen wichtig ist. Zur weitreichenden Bedeutung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses siehe den Kommentar zu Aufgabe 2.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Fehler wie 39-30-31 (Reihe 1) oder 89-80 (Reihe 2) verweisen auf fehlende Einsicht ins Bündelungsprinzip, der Start in Reihe 3 im falschen Zehner (z.B. 78-79-60) noch spezifischer auf Probleme mit dem Entbündeln.

In Reihe 2 könnte ein Kind ins erste Feld die Zahl einsetzen, mit der es die Reihe rechts fortsetzen würde, wenn dort noch ein freies Feld wäre. Sofern sich dann als Reihe 91-87-88-89-90 ergibt, liegt das Problem nicht im Bündeln, sondern im Verständnis des Aufgabenformats. Die Abklärung wird im Gespräch möglich sein.

Sofern ein Kind in Reihe 3 mit 63-64-65 nach links fortsetzt, mag gleichfalls ein Missverständnis der Aufgabe zugrunde liegen. Denkbar ist aber auch, dass das Kind damit überfordert ist, die Reihe rückwärts fortzusetzen, und deshalb das tut, was ihm leicht(er) fällt. Auch in solchen Fällen sollte die nähere Abklärung im Einzelgespräch erfolgen.

Weitere mögliche Fehler verweisen auf Probleme mit der Unterscheidung von Zehnern und Einern und/oder der Schreibweise zweistelliger Zahlen, wenn etwa in Reihe 1 mit 93 oder aber mit 84 oder auch 48 fortgesetzt wird (siehe dazu auch die Aufgabe 4).

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Sofern Fehler bei dieser Aufgabe auftreten, sollten zunächst die Zählkompetenzen des Kindes *verbal* überprüft werden; diese können mit einem Papier-Stift-Screening nicht direkt erfasst werden. Dabei ist von besonderem Interesse, ob das Kind von einer beliebigen zweistelligen Zahl ausgehend vorwärts- wie rückwärts flüssig und sicher weiterzählen und dabei auch reine Zehnerzahlen problemlos über- und unterschreiten kann.

Sofern sich Schwierigkeiten in diesem Bereich zeigen, sollte diesen aber nicht mit rein verbalen Zählübungen begegnet werden. Sofern ein Kind hartnäckig Probleme beim zählenden Über- und Unterschreiten von Zehnerzahlen zeigt, fehlt es ihm vermutlich an Einsicht ins Bündelungsprinzip: Je 10 Einer sind ein Zehner, *deshalb* folgt auf 39 in der Reihe der natürlichen Zahlen die Zahl 40. Bei der Erarbeitung dieser Einsicht unterstützen Bündelungsaktivitäten mit Material (siehe die Anmerkungen zu Aufgabe 2).

Noch häufiger sind analoge Schwierigkeiten beim *Entbündeln* und daher beim Unterschreiten einer reinen Zehnerzahl. Umso wichtiger sind auch hier entsprechende Materialhandlungen: Um von 70, dargestellt mit 7 Zehnerstangen, 1 Einer wegnehmen zu können, muss ein Zehner in 10 Einer entbündelt werden. *Deshalb* ist 70-1=69, *deshalb* steht 69 in der Reihe vor 70. Erst auf Basis dieser grundlegenden Einsicht ist es zielführend, die Zahlwortreihe auch rückwärts mit dem Ziel der Automatisierung zu üben.

Aufgabe 4: Gehörte Zahlen mit Ziffern schreiben

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Schreiben von gehörten Zahlwörtern in Ziffernschreibweise

„vierunddreißig“ → 34

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Wenn Kinder beim Übersetzen zwischen Sprech- und Ziffernschreibweise zweistelliger Zahlen wiederholt Fehler begehen oder auch nur unsicher sind, wird ihnen die Teilhabe am Mathematikunterricht massiv erschwert, ebenso wie der Umgang mit zwei- und mehrstelligen Zahlen im Alltag. Das reicht über das Schreiben und Lesen von Zahlen in Ziffernschreibweise hinaus: Auch beim Kopfrechnen werden in Ziffern notierte Zahlen innerlich in Zahlwörter übersetzt, und errechnete Zahlen müssen in Ziffernschreibweise notiert werden.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Die Bildung der Zahlwörter für zweistellige Zahlen ist in allen europäischen Sprachen eine Herausforderung für Lernende, in der deutschen Sprache eine besonders große: Die Zahlen von 10 bis 19 folgen anderen Regeln als die von 20 bis 99. Ab „dreizehn“ erfolgt eine „Verdrehung“ insofern, als der links (in Schreibrichtung zuerst) notierte Stellenwert nach dem rechts davon notierten Wert der Einerstelle ausgesprochen wird. Ein häufiger Fehler ist deshalb der „Zifferntausch“, wenn z.B. „vierunddreißig“ als 43 geschrieben wird.

Verwechslungen kommen auch bei z.B. „fünfzehn“ (könnte 50 geschrieben werden) und „fünfzig“ (könnte 15 geschrieben werden) vor.

Sofern Ihnen auffällt, dass ein Kind beim Schreiben zweistelliger Zahlen zuerst die Einerstelle notiert und erst danach, aber links davon und deshalb mit korrektem Ergebnis, die Zehnerstelle: Auch das sollte als Warnsignal verstanden werden. Langfristig ist es nicht günstig, Zahlen in dieser Weise zu schreiben.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Wenn ein Kind in diesem Bereich anhaltend Fehler macht oder auch nur Unsicherheiten zeigt, sollte zunächst sein Verständnis des Positions- und Bündelungsprinzips überprüft werden (siehe Aufgabe 2). Die gezielte Erarbeitung der Zahlwortbildung und, darauf aufbauend, das Üben des Lesens und (erst dann) auch des Schreibens von zweistelligen Zahlen ist erst dann sinnvoll, wenn Kinder verstanden haben, was Zehner sind (je zehn Einer werden zu einer neuen Einheit zusammengefasst; Bündelungsprinzip) und dass die Stelle, an der eine Ziffer steht, auch die Information mitliefert, ob es sich um Zehner oder Einer handelt (Positionsprinzip).

Auch Kinder, die das Bündelungs- und Positionsprinzip verstanden haben, können Probleme mit den Eigenheiten (s.o.) der Zahlwortbildung in deutscher Sprache haben. Das betrifft nicht nur, aber insbesondere Kinder mit anderer Muttersprache. Zu berücksichtigen ist dabei, dass in den meisten anderen Sprachen zumindest ab 21 die Zahlwörter nicht verdreht gebildet werden.

Hilfe besteht zunächst darin, dass die Regeln und Ausnahmen der Zahlwortbildung im Unterricht ausführlich und wiederholt besprochen werden.

In weiterer Folge empfiehlt sich ein regelmäßiges „Hörtraining“: Die Lehrkraft spricht Zahlwörter aus, Kinder sollen sich darauf konzentrieren, die Anzahl nur der Zehner herauszuhören. Dann wieder sollen sie sich auf die Anzahl der Einer fokussieren, jeweils noch ohne Aufschreiben der gesamten Zahl.

Erst später sollte auch das Schreiben nach Diktat trainiert werden. Bewährt haben sich auch Taschenrechnerdiktate: Wenn Kinder gehörte Zahlen eintippen wollen, zwingt sie der Taschenrechner, zuerst die Zehner einzugeben, und zuvor also die gehörte Zahl nach Zehnern und Einern zu analysieren.

Aufgabe 5: Halbieren zweistelliger Zahlen

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Halbieren zweistelliger Zahlen, auch von Zehnerzahlen mit ungerader Anzahl an Zehnern.

Hälfte von 12: ______

Hälfte von 16: ______

Hälfte von 60: ______

Hälfte von 80: ______

Hälfte von 50: ______

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Halbieren ist (wie das Verdoppeln) für sich genommen eine grundlegende Rechenoperation. Verdoppeln und Halbieren sollte daher ab der ersten Klasse, zunächst im Zahlenraum bis 10 und 20, erarbeitet und möglichst früh auch automatisiert werden. Auch über 20 hinaus schnell und sicher halbieren zu können, ist Grundlage für den flexiblen Umgang mit zweistelligen (und später, in Anwendung analoger Strategien, mehrstelligen) Zahlen.

Für die Erarbeitung des Kleinen Einmaleins mittels Kernaufgaben (siehe Aufgabe 12) ist es wichtig, dass Kinder Zehnerzahlen schnell und sicher halbieren können. Um beispielsweise die Aufgabe 5 · 7 aus 10 · 7 ableiten zu können, muss das Kind wissen, dass 35 die Hälfte von 70 ist. (Fortgesetztes) Halbieren ist auch beim Dividieren hilfreich. So kann z.B. 48 : 4 durch zweimaliges Halbieren (48 : 2 = 24, 24 : 2 = 12) gelöst werden.

Das Halbieren im Schwierigkeitsgrad der vorliegenden Aufgabe ist eine Grundoperation, die am Ende des 2. Schuljahres (nahezu) automatisiert sein sollte. Daher das Zeitlimit dafür im Screening. Beachten Sie aber bitte die Hinweise zur Durchführung im Manual: Die Kinder sollten keinesfalls in Stress geraten.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Fehler beim Halbieren zweistelliger Zahlen verweisen oft auf Probleme mit dem Dezimalsystem: Kinder, die z.B. 16 nicht als 10+6, sondern als "eine 1 und eine 6" denken, ermitteln vielleicht 13 als Hälfte (6 wird halbiert, mit der 1 wissen sie nicht umzugehen und schreiben sie erneut an), oder auch nur 3 (die 1 an der Zehnerstelle wird nicht beachtet). Als Hälfte von 12 kann, in analoger Denkweise, ein Kind 11 ermitteln. Bei Kindern, die im Zahlenraum bis 20 auf (vermeintlich) auswendig gelernte Verdoppelungen zurückgreifen, könnten sich als Fehler z.B. 9 als Hälfte von 16 (Fehlspeicherung 9+9=16) oder 7 als Hälfte von 12 (Fehlspeicherung 7+7=12) ergeben.

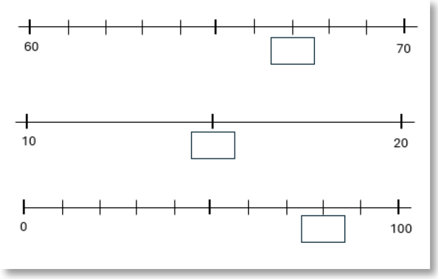
Manche Kinder schreiben, wenn sie das Ergebnis nicht wissen, lieber gar nichts hin. Wenn dies bei 50 der Fall ist, mag das Kind auf Nachfrage erklären, 50 könne gar nicht halbiert werden. Hierin zeigt sich deutlich, dass das Kind 50 als „fünf – null" denkt, nicht als fünf Zehner. Andere Kinder denken ähnlich, schreiben dann aber als Lösung 20 oder 30, weil sie an die dem Halbieren nächstliegende Zerlegung in reine Zehner (20+30) denken.

Beim Halbieren von 60 und 80 können auch Merkfehler auftreten (40 als Hälfte von 60, 30 als Hälfte von 80).

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Das Halbieren muss als bedeutende Grundoperation (s.o.) sorgfältig und materialgestützt erarbeitet werden, noch bevor das umfassendere Dividieren Thema wird. Das Halbieren bis 20 sollte zusammen mit dem Verdoppeln der Zahlen bis 10 erarbeitet werden, als Umkehrung der zugehörigen Verdoppelungen. Beim Verdoppeln von 6 bis 9 bewährt sich das Erarbeiten mit der Strategie „Kraft der Fünf": Um z.B. 8 zu verdoppeln, wird 8 als 5+3 gedacht. 5+5=10, 3+3=6, das Doppelte von 8 ist daher 16. Die Hälfte von 16 ist umgekehrt 8. Zur Erarbeitung eignen sich, nicht-zählend verwendet, die Fingerdarstellungen der 8 (zwei Kinder arbeiten zusammen) ebenso wie entsprechende Darstellungen im Zwanzigerfeld, die gemäß der Kraft der Fünf interpretiert werden.

Das Halbieren reiner Zehnerzahlen, gerade auch von 30, 50, 70 und 90, ist eine wichtige Aktivität im Zuge der Erarbeitung grundlegender Einsichten ins Stellenwertsystem: Um z.B. 50 zu halbieren, muss ein Zehner entbündelt werden. Zur Erarbeitung sollten Kinder aufgefordert werden, 50 (30, 70, 90) mit Zehnerstangen (oder auch Zehnerscheinen) darzustellen und selbst zu überlegen, wie die Zahl gerecht auf zwei Portionen verteilt (also halbiert) werden kann. Dass dafür ein Zehner in 10 Einer entbündelt/getauscht werden muss, werden auch Kinder mit Lernschwierigkeiten oft selbst entdecken, wenn ihnen dafür Material zur Verfügung steht. Es ist aber entscheidend, dass dies in weiterer Folge auch in der Vorstellung und mehr und mehr automatisiert gelingt. Wird in dieser Weise am Halbieren gearbeitet, dient dies zugleich der Festigung des Stellenwertverständnisses.

Aufgabe 6: Zahlen auf Zahlenstrahlen



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Vorgegebenen Markierungen auf einem Zahlenstrahl die passenden zweistelligen Zahlen zuordnen; dabei unterschiedliche Skalierungen der verwendeten Zahlenstrahlen beachten.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Zahldarstellungen auf Zahlenstrahlen sind von der Primar- bis in die Sekundarstufe hinein wichtige Arbeitsmittel im Mathematikunterricht. Auf Zahlenstrahlen können Zahlen in beliebigen Zahlenräumen und über den Zahlbereich der natürlichen Zahlen hinaus mit geringem Aufwand dargestellt werden. Darstellungen auf Zahlenstrahlen können helfen, Relationen zwischen Zahlen und Operationen mit Zahlen zu klären und zu verstehen. Das setzt aber eine tragfähige Interpretation solcher Darstellungen voraus.

Aufgabe 6 überprüft einen wichtigen Teilaspekt solcher Interpretationen, nämlich das Beachten unterschiedlicher Skalierungen: Der Abstand zwischen zwei benachbarten Markierungen steht am ersten Zahlenstrahl jeweils für eins, am zweiten für jeweils fünf, am dritten für jeweils zehn. Für das korrekte Bestimmen der angezeigten Markierungen müssen Kinder die beschriften Randmarkierungen ebenso beachten wie die Anzahl der gleich langen Abstände zwischen den Randmarkierungen.

Neben diesen auf das Darstellungsmittel bezogenen Kompetenzen liefert die Aufgabe Hinweise darauf, ob Kinder halbieren können (5 als Hälfte von 10 in Zahlenstrahl 2), und auf Kompetenzen im Umgang mit zweistelligen Zahlen: Auf Zahlenstrahl 1 werden sie, je nach Strategie, von 60 weiterzählen, oder die Mittelmarkierung zwischen 60 und 70 als 65 erkennen, um von dort zwei weiterzuzählen. Auf Zahlenstrahl 3 könnten sie in Zehnerschritte von 0 oder von 50 aus weiterzählen, oder erkennen, dass jeder Abstand einen Zehner lang ist und von der angezeigten Markierung noch zwei Zehner auf 100 fehlen. Nachfragen lohnt, nicht nur bei Fehlern!

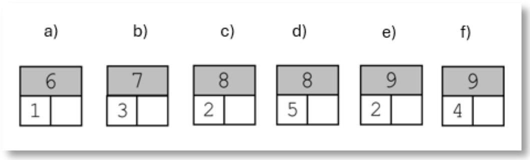
Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Auf Zahlenstrahl 1 können Zählfehler auftreten (66 oder 68 statt korrekt 67). Sofern das Kind 76 einträgt, liegt vermutlich ein Zifferntausch zugrunde (siehe Aufgabe 4). In Kombination mit einem Zählfehler kann das auch zum Eintrag 86 führen. Wenn ein Kind 7 einträgt, also den Zehner nicht beachtet, sollte das – wie auch andere Fehler – nicht vorschnell als Unachtsamkeit abgetan werden. Im Gespräch lässt sich klären, was dahintersteckt.

Das gilt auch, wenn auf Zahlenstrahl 2 als Mitte 5 anstelle von 15 angegeben wird. Fehler wie 14, 16, 17 lassen vermuten, dass das Kind von 10 aus weitergezählt hat, dabei in selbst gewählten (geschätzten) Abständen Markierungen angedeutet (oder auch mit Bleistift am Testbogen eingezeichnet hat). Wurde 11 oder 19 eingetragen, hat das Kind vermutlich von der linken (10) oder rechten (20) Randzahl um eins vorwärts oder rückwärts gezählt und dabei die Fünfer-Skalierung ebenso wenig beachtet wie die am Zahlenstrahl geforderte Proportionalität.

Analog kann ein Kind auf Zahlenstrahl 3 zur Eintragung 98 kommen, bei Zählen in Fünferschritten auf 40. Klarheit darüber, wie diese und andere Fehler zustande kommen, erfordern, wie erläutert, das Einzelgespräch.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
In vielen Schulbüchern für das 2. Schuljahr dominieren Zahlenstrahlen mit Markierungen im Einer-Abstand. Dabei scheint von manchen Autor: innen vorausgesetzt zu werden, dass die Interpretation von Zahlenstrahlen keiner besonderen Erarbeitung bedürfen. Tatsächlich ist es aber wichtig, mit Kindern gezielt daran zu arbeiten, dass sie Zahlenstrahlen im Sinne des Messens interpretieren: Sie sollten verstehen, dass z.B. die Markierung 8 auf einem Zahlenstrahl zwischen 0 und 10 anzeigt, dass der Abstand von 0 bis 8 acht Einer lang ist und z.B. in fünf und drei Einer zerlegt oder in zwei Teilstrecken zu je vier Einern halbiert werden kann. In weiterer Folge sollten sie in Zahlenstrahlen bis 100 auch Zehnerstrecken erkennen lernen und verstehen, dass Zahlenstrahlen unterschiedlich skaliert werden können: Je nachdem, welcher Abstand für einen Einer (oder auch einen Zehner) festgelegt wird, ergeben sich die Abstände für zwei, drei, … zehn Einer (oder zwei, drei, … zehn Zehner) als Vielfache dieser Einerstrecke. Dass für Abstände am Zahlenstrahl Proportionalität gilt (die Strecke für z.B. 20 muss doppelt so lang sein wie für 10), ist eine wichtige Erkenntnis, die explizit erarbeitet werden muss.

Aufgabe 7: Zahlen zerlegen



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Zahlzerlegungen im Zahlenraum 10.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Es ist grundlegend für den gesamten weiteren Aufbau von arithmetischen Kompetenzen, dass Kinder natürliche Zahlen (zunächst bis 10) als Zusammensetzungen aus Zahlen ("Teile-Ganzes-Konzept") verstehen lernen und alle Varianten, in denen die Zahlen bis 10 aus zwei Zahlen zusammengesetzt bzw. in zwei Zahlen zerlegt werden können, auch *automatisieren*. Wenn ein Kind z.B. bei der Zahl Acht automatisch immer auch an die Zerlegungen 2+6 (Teilaufgabe c) und 5+3 (Teilaufgabe d) denkt, wird es Aufgaben wie 2+6, 8-6, 8-5, 3+5, 3+_=8 usw. ebenso selbstverständlich, ohne zählen zu müssen, lösen können. Eine Aufgabe wie 37+8 wird es problemlos in 37+3+5 in zwei leichtere Rechenschritte zerlegen können, eine Aufgabe wie 32-8 in 32-2-6. Zahlzerlegungen sollten bereits Ende des 1. Schuljahres automatisiert sein; daher das Zeitlimit im Screening. Beachten Sie dazu aber bitte die Hinweise im Manual, um Stress für die Kinder zu vermeiden.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Fehler könnten auf Fehlspeicherungen hinweisen, wenn ein Kind etwa in Teilaufgabe 1 die Zahl 4 oder in Teilaufgabe 2 die Zahl 5 einsetzt. Gerade in solchen Fällen, wo die richtige Zahl um *eins* verfehlt wird, könnte aber auch ein Zählfehler dahinterstecken. Das Kind hätte dann also nicht eine falsche Zahl aus dem Gedächtnis abgerufen, sondern versucht, die Zerlegung zählend zu lösen und sich dabei (typischerweise) um eins verzählt.

Fehler wie 7 bei Teilaufgabe a lassen vermuten, dass das Kind die Aufgabe missverstanden und die *Summe* aus den beiden vorgegebenen Zahlen gebildet hat. Sofern Sie in Ihrer Klasse Zahlzerlegungen bisher nicht oder selten in dem hier verwendeten Format notiert haben, sollten solche Fehler nicht ohne weiteres als Aussage über die Kompetenzen des Kindes beim Zahlzerlegen gewertet werden. Es kann aber auch sein, dass sich in solchen Fehlern Automatismen äußern, die nicht von Verständnis begleitet werden. Einzelgespräche schaffen hierüber Aufklärung.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Sofern Kinder über das erste Schuljahr hinaus auch nur einzelne Zahlzerlegungen bis 10 nicht automatisiert haben, sind massive Folgeschwierigkeiten zu befürchten. In solchen Fällen muss zunächst im Einzelgespräch abgeklärt werden, ob die Probleme im Bereich der Automatisierung liegen, oder aber bereits vorgelagert das Verständnis dafür fehlt, dass Zahlen aus Zahlen zusammengesetzt sind und in Zahlen zerlegt werden können.

Zum Aufbau von Teile-Ganzes-*Verständnis* tragen Aktivitäten mit strukturierten Zahldarstellungen bei. Diese setzen, je nach verwendeten Darstellungen, voraus, dass die Kinder Anzahlen bis zumindest vier auf einen Blick erkennen können. Bei manchen Kindern ist diese Fähigkeit zur „Simultanerfassung" nicht oder nur bis drei gegeben. In diesen Fällen müssen Möglichkeiten der Kompensation erarbeitet werden, indem etwa Drei im Fünferrahmen dargestellt wird, sodass über die (zumeist auch bei eingeschränkter Simultanerfassung nicht-zählend erfassten) zwei leeren Felder eine „Quasi-Simultanerfassung" der Drei möglich wird. Auch die Finger bieten, nicht-zählend verwendet, gute Möglichkeiten, um Teile-Ganzes-Beziehung bis 10 zugänglich zu machen.

Fingerdarstellungen wie auch Punktedarstellungen im Fünfer-, Zehner- und später Zwanzigerrahmen können für Blitzblickübungen verwendet werden: Strukturiert dargestellte Anzahlen sollen „auf einen Blick" erfasst werden. Die Zerlegungen, die dieses nicht-zählende Erfassen ab vier erst möglich machen, sollten dabei von den Kindern jeweils in Worte gefasst werden. Bei Kindern mit Lernschwierigkeiten bewährt es sich, zunächst auf einige wenige, grundlegende Zerlegungen zu fokussieren und diese abzusichern (Kraft der Fünf, Zerlegung in zwei Hälften). In weiterer Folge sollte daran gearbeitet werden, dass Kinder Zusammenhänge zwischen den einzelnen Zerlegungen einer Zahl erkennen, nach dem Prinzip der gegensinnigen Veränderung: Acht ist fünf und drei, aber auch sechs und zwei – die eine Teilzahl wird um eins größer, die andere ausgleichend um eins kleiner. Erst auf Basis solcher Einsichten ist es aussichtsreich, dann aber auch von großer Bedeutung, die Zahlzerlegungen auch automatisierend zu üben. Bewährt hat sich dafür das Üben mit einer Lernkartei.

Aufgabe 8: Addition

32 + 7 =

6 + 74 =

60 + 30 =

27 + 40 =

25 + 8 =

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Addieren im Zahlenraum bis 100, auch mit Zehnerüberschreitung.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Sicher und schnell im Kopf addieren zu können, ist eine grundlegende mathematische Kompetenz von weitreichender Bedeutung, auch im Alltag. Das gilt auch im digitalen Zeitalter, in dem Taschenrechner überall einfach verfügbar sind: Wer nicht im Kopf überschlagend mitrechnet, wird fehlerhafte Eingaben nicht bemerken. Innerhalb der Hierarchie der Schulmathematik ist das Addieren bis 100, auch mit Zehnerüberschreitung, Voraussetzung für Additionen in höheren Zahlenräumen, aber etwa auch notwendig, um Einmaleinsaufgaben aus einfacheren, bereits gemerkten Aufgaben ableiten zu können (z.B. 6 · 7 aus 5 · 7 als 35 + 7). Auch das Multiplizieren von zwei- und mehrstelligen Zahlen verlangt das Addieren von Teilergebnissen.

Es ist wichtig, dass Kinder schon im ersten Schuljahr lernen, Additionen *nicht-zählend* zu lösen. Im Screening kann nicht erfasst werden, mit welchen Strategien (zählend oder nicht-zählend) Kinder Rechenaufgaben lösen. Achten Sie aber, soweit das in der Klasse möglich ist, ob Kinder beim Bearbeiten dieser Aufgabe offen zählend rechnen oder verdeckte Anzeichen zählenden Rechnens geben (angestrengtes Starren nach oben, Mitnicken des Kopfes…). Im Screening ist für diese Aufgabe kein Zeitlimit vorgegeben. Zählendes Rechnen fällt aber in der Regel auch dadurch auf, dass Kinder deutlich länger benötigen, um zum Ergebnis zu gelangen. Sofern Sie dies beobachten, liefert das eine wichtige zusätzliche Information zu Förderbedarfen einzelner Kinder.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Zählend rechnende Kinder (s.o.) begehen in der Regel mehr Fehler beim Addieren als nicht-zählend rechnende. Typisch sind bei zählend-rechnenden Kinder „Fehler um 1“ wie z.B. 32+7=38, weil beim Weiterzählen von 32 ausgehend die 32 als „eins“ mitgezählt wird.

Andere Fehler lassen sich durch Fehldeutung der fürs Zählen verwendeten Finger erklären, wenn ein Kind etwa bei 25+8 zunächst 5 Finger ausgestreckt, dann 8 Finger einzeln dazugibt und (nach Auffüllen der zweiten Hand und Weiterzählen an der zuvor zur Faust geschlossenen ersten Hand) am Schluss acht Finger ausgestreckt vor sich hat (fünf an einer, drei an der anderen). Das Ergebnis könnte dann z.B. als 38 fehlgedeutet werden.

Eine zweite Fehlerquelle sind Probleme im Umgang mit Einern und Zehnern. So kann bei 6+74 ein Zifferntausch (47 statt 74) zum Ergebnis 53 führen. Bei 27+40=76 ist der Zifferntausch vermutlich beim Notieren des Ergebnisses (76 statt 67) passiert. Isoliertes Rechnen an der Einerstelle ohne Beachtung der bei 6+4 nötigen Bündelung eines weiteren Zehners führt zum Ergebnis 6+74=70. Bei 27+40 führt die Addition von 4 statt 40 (bzw. das Weiterzählen um 4) zum Ergebnis 31. Ein weiterer möglicher Fehler bei 6+74 ist 134, wenn zuerst 6+7=13 gerechnet und notiert und dann die 4 danebengeschrieben wird. Viele Fehler lassen sich nur im Einzelgespräch klären.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Fördermaßnahmen in diesem Bereich sind nur dann aussichtsreich, wenn sie dort ansetzen, wo die Rechenschwierigkeiten des Kindes ihren Ausgang nehmen. Bei Kindern, die zählend addieren, ist das in der Regel das Zahlverständnis im Zahlenraum 10 (nicht ausreichend gefestigtes Teile-Ganzes-Denken) und damit verbunden der Mangel an verfügbaren automatisierten Zahlzerlegungen (siehe Aufgabe 7).

Sofern Kinder in diesem Bereich noch am Ende des zweiten Schuljahres und später Defizite zeigen, ist eine grundlegende Aufarbeitung dringend nötig. Diese wird in solchen Fällen oftmals Einzelzuwendung und damit Unterstützung über das hinaus fordern, was im Klassenverband möglich ist.

Ähnliches gilt dann, wenn zusätzlich oder vorwiegend Defizite im Verständnis des Dezimalsystems für die Probleme beim Addieren verantwortlich sind. Auch wenn die Aufarbeitung solch grundlegender Schwierigkeiten in höheren Stufen der Grundschule schwierig ist und von beiden Seiten, Kind und Lehrkraft, viel Ausdauer und Geduld erfordert, ist sie doch der einzige Weg, um zu verhindern, dass das Kind von Jahr zu Jahr in noch größere Schwierigkeiten gerät. Der als Kompensation gedachte Einsatz von Hilfsmitteln, die das Kind beim zählenden Rechnen unterstützen, wäre dagegen eine Sackgasse.

Aufgabe 9: Subtraktion

48 – 6 =

37 – 7 =

20 – 9 =

56 – 30 =

25 – 8 =

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Subtrahieren im Zahlenraum bis 100, auch mit Zehnerunterschreitung.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Es gilt weitgehend analog das, was bereits zu Aufgabe 8 (Addition) angemerkt wurde.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Wie bei Aufgabe 8 (Addition) sind Fehler in Aufgabe 9 oft als Zählfehler (dann oft "um eins daneben") oder durch Missdeutung der beim zählenden Rechnen verwendeten Finger zu erklären. Sofern Kinder (was grundsätzlich zielführend ist) beim Subtrahieren auf Plusaufgaben zurückgreifen, führen falsch gemerkte Plusaufgaben zu Folgefehlern bei der Subtraktion nach dem Muster „8–6=3, weil 3+6=8".

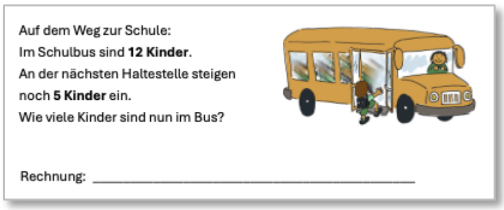
Weitere Fehler verweisen auf Probleme mit dem Dezimalsystem (Zifferntausch, fehlerhaftes Verknüpfen von Zehnern und Einern, nicht Beachten von Entbündelungen bei Aufgaben mit Unterschreitung), oder auf eine Kombination der genannten Problemfelder.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Es gilt weitgehend analog das, was bereits zu Aufgabe 8 angemerkt wurde.

Studien zeigen, dass Schwierigkeiten beim Subtrahieren häufiger sind als beim Addieren. Aus mathematik-fachdidaktischer Perspektive ist Subtrahieren aber nicht *objektiv* schwieriger als Addieren. Schwieriger ist es für Kinder aber nachvollziehbarerweise dann, wenn sie zählend rechnen, schon allein deshalb, weil Rückwärtszählen in der Regel weniger geübt wurde und daher fehleranfälliger ist.

Wenn auch nicht-zählend rechnende Kinder das Subtrahieren als schwieriger empfinden und dabei mehr Fehler machen als beim Addieren, liegt das oft daran, dass im Unterricht das Subtrahieren weniger ausführlich erarbeitet und geübt wurde. Sofern das Screening für Ihre Klasse deutliche Unterschiede in der Leistung der Kinder beim Addieren und Subtrahieren (und dann vermutlich zulasten des Subtrahierens) deutlich macht, sollte das jedenfalls Anlass sein, die Gewichtung der beiden Rechenarten im Unterricht zu überprüfen.

Aufgabe 10: Textaufgabe (Addition)



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Lösen einer Textaufgabe, die durch die passende Addition in *einem* Rechenschritt gelöst werden kann („Simplex-Aufgabe“).

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Textaufgaben der hier vorliegenden Art (Simplex-Aufgaben, deren Lösung nur *eine* Rechnung erfordert) sind die Elementarform von (in Textform präsentierten) Sachrechenproblemen. Simplex-Aufgaben liefern Hinweise dafür, ob ein Kind die jeweils angesprochene Grundvorstellung einer Grundrechenart (hier: Addition als *Hinzufügen*) abrufen kann. Das ist eine wesentliche Voraussetzung dafür, um auch komplexere Sachprobleme lösen zu können. Die Grundvorstellung „Hinzufügen“ ist dabei innerhalb der zur Addition erstrebenswerten Grundvorstellungen diejenige, die oft schon im Kindergartenalter aufgebaut wird. Ob Kinder über weitergehende Grundvorstellungen (z.B. Addition als Vereinigung, additiver Vergleich u.a.) verfügen, wird im Screening nicht erfasst.

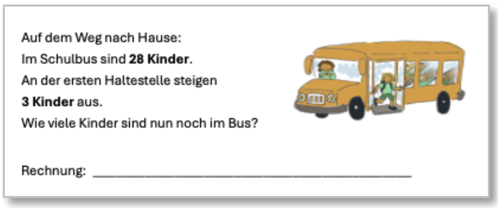
Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Kinder sollen bei dieser Aufgabe nicht nur die Ergebniszahl, sondern auch die Rechnung notieren, durch die sie zu dieser Zahl gelangen. Sofern die Rechnung nicht aufgeschrieben wird, mag das Kind diese Aufforderung nicht wahrgenommen oder missachtet haben. Bei korrektem Ergebnis kann vermutet werden, dass 12+6 gerechnet wurde. Es ist aber nicht auszuschließen, dass ein Kind zwar den Kontext versteht und zählend zu einer Lösung gelangt, ihm aber nicht klar ist, dass der Lösungsweg als Addition notiert werden kann. In solchen Fällen sollte im Gespräch geklärt werden, ob ein Problem im Zuordnen einer Rechnung zu einer Textaufgabe besteht.

Wenn *keine* Rechnung notiert wurde und das Ergebnis falsch ist, könnte das Kind dennoch 12+6 gerechnet haben, aber mit einem Rechenfehler. Bei zählendem Rechnen wird das richtige Ergebnis oft um 1 verfehlt (12+6=17, seltener 12+6=19). 12+6=8 könnte entstehen, wenn die 1 an der Zehnerstelle nicht beachtet wird.

Sofern das Kind 12-6 als Rechnung notiert, sollten Sie zunächst überprüfen, wie dasselbe Kind die folgende Aufgabe 11 gelöst hat. Im Einzelgespräch sollte dann anhand weiterer Simplexaufgaben zur Addition und Subtraktion abgesichert werden, auf welcher Ebene die Schwierigkeiten tatsächlich angesiedelt sind. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Aufgabe *verbal* präsentiert wird. Der Text wird nur zusätzlich angeboten. Damit soll verhindert werden, dass mögliche Probleme mit dem sinnerfassenden Lesen die Erfassung der hier interessierenden mathematischen Kompetenzen überlagern. Dennoch sollte bei Kindern, deren Lesefähigkeiten als eingeschränkt bekannt sind, bedacht werden, dass es einen Einfluss auf die Leistung bei dieser und den weiteren Textaufgaben (11, 14, 15) haben kann, dass ihnen der Text nicht als zusätzliche Stütze beim Lösen der Aufgabe dient. Da die Kinder (insbesondere jene mit Leseschwierigkeiten) bei dieser Aufgabe aufmerksam zuhören müssen, können zudem Aufmerksamkeitsschwierigkeiten (generelle oder auch nur eine punktuelle Ablenkung während dieser Aufgabe) eine noch größere Rolle spielen als durchgehend in einem Screening.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Für den Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen zu den vier Grundrechenarten ist es entscheidend, dass Kinder diese mit Erfahrungen in Beziehung setzen können, die sie im Alltag gemacht haben und machen. Die Operationszeichen sollten in diesem Sinne von Anfang an in Beziehung gebracht werden mit Handlungen und Sachsituationen. Wichtige Aufgaben und Übungen beinhalten das Übersetzen zwischen einem Rechenterm wie 3+6, Handlungen mit Materialien, Sachsituationen (auch schriftlich festgehalten in Form von Simplexaufgaben, wie im vorliegenden Beispiel) und Zeichnungen. Es ist wesentlich, dass dieses Übersetzen *in beiden Richtungen* eingefordert wird, also auch in der Weise, dass Kinder zu einem vorgegebenen Term selbst passende Handlungen durchführen, Textaufgaben erfinden, Bilder anfertigen sollen. Beim Arbeiten mit Textaufgaben sollte über das Lösen der einzelnen Aufgabe hinaus wiederholt thematisiert werden, was das jeweils Typische ist z.B. von Textaufgaben, die durch eine Addition gelöst werden können.

Task 11: Textaufgabe (Subtraktion)



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Lösen einer Textaufgabe, die durch die passende Subtraktion in *einem* Rechenschritt gelöst werden kann („Simplex-Aufgabe“).

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Es gilt weitgehend analog das, was bereits zu Aufgabe 11 erläutert wurde. Die in dieser Aufgabe angesprochene Grundvorstellung zur Subtraktion ist das „Wegnehmen“, also jene Grundvorstellung, die Kinder in der Regel spätestens im ersten Schuljahr zur Subtraktion aufbauen. Wichtige weitere, hier aber nicht erfasste Grundvorstellungen sind z.B. „Vergleichen“ und „Ergänzen“.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Wie bei Aufgabe 10, ist es wichtig, in der Auswertung des Screenings einerseits auf mögliche Rechenfehler zu achten, andererseits auf mögliche Fehler bei der Wahl der Rechnung. Letztere sind eindeutig feststellbar, wenn das Kind, wie aufgefordert, die Rechnung auch notiert hat. Sofern das nicht 28-3 ist, gilt analog das, was zu Aufgabe 10 bereits vermerkt wurde.

Sofern das Kind nur das Ergebnis notiert, lässt ein richtiges Ergebnis (also 25), wie bei Aufgabe 10, zwar vermuten, dass dem Kind klar ist, dass die im Text geschilderte Frage durch die Aufgabe 28-3 „mathematisiert“ werden kann. Dies sollte aber im Gespräch mit dem Kind auch abgesichert werden (siehe den Kommentar zu Aufgabe 10).

Dasselbe gilt, wenn ein falsches Ergebnis durch seine Nähe („um eins“) zum richtigen vermuten lässt, dass das Kind zwar 28-3 gerechnet hat, dabei aber einen Rechen- bzw. Zählfehler begangen und deshalb z.B. 26 als Lösung notiert hat. Zu beachten ist auch hier die Möglichkeit, dass dabei Stellenwerte nicht beachtet werden (siehe Aufgabe 10). Nur ein Gespräch kann klären, ob daraus resultierende Fehler (z.B. 5) auf grundlegendere Probleme mit dem Dezimalsystem hinweisen oder als Flüchtigkeits- und Konzentrationsfehler eingeordnet werden können.

Lösungen wie 31 oder (im Falle eines zusätzlichen Rechenfehlers) z.B. auch 30 ergeben sich, wenn nicht subtrahiert, sondern addiert wird. Zur Einordnung solcher Fehler gilt analog das, was zu Aufgabe 10 bereits angemerkt wurde.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Siehe die Anmerkungen zu Aufgabe 10. Ergänzend sei darauf hingewiesen, dass die mit Aufgabe 11 angesprochene Grundvorstellung der Subtraktion als Wegnehmen zwar fundamental ist, es aber nach deren Absicherung wichtig ist, mit den Kindern intensiv und ausdauernd auch an weiteren Grundvorstellungen zu arbeiten. Kinder sollten möglichst bereits im Laufe des ersten Schuljahres verstehen lernen, dass sie durch eine Subtraktion auch den Unterschied zweier Anzahlen ermitteln können bzw. errechnen können, wie viel noch auf das Ganze fehlt, wenn ein Teil gegeben ist. Sofern im Screening keine Probleme bezüglich der Grundvorstellung Wegnehmen angezeigt werden, ist das also natürlich erfreulich. Im Unterricht sollten aber weiterreichende Ziele gesetzt und verfolgt werden, und es ist wichtig, wiederholt zu überprüfen, ob die Kinder zur Subtraktion (wie zu allen vier Grundrechenarten) tragfähige, und das heißt immer auch: *vielfältige* Grundvorstellungen besitzen.

Aufgabe 12: Kernaufgaben des Einmaleins

a)	$7 \cdot 2 =$
b)	$4 \cdot 5 =$
c)	$8 \cdot 10 =$
d)	$9 \cdot 2 =$
e)	$10 \cdot 7 =$
f)	$5 \cdot 6 =$

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Schnelles, sicheres Lösen von Kernaufgaben des kleinen Einmaleins (Faktoren 2, 5 und 10).

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Die Aufgaben des kleinen Einmaleins gehören zu den arithmetischen Basisfakten. Als solche sollten sie *automatisiert* sein, bevor Kinder mit komplexeren Aufgaben konfrontiert werden (Multiplikation auch von zweistelligen Zahlen, Division, Rechnen mit Brüchen…).

Bis wann die Automatisation *sämtlicher* Einmaleinsaufgaben erfolgt sein sollte, ist unterrichtsabhängig. Im Screening 2+ werden für Kinder am Ende der zweiten bzw. Anfang der dritten Klasse bewusst ausschließlich Aufgaben mit den Faktoren 2, 5 und 10 überprüft. Diese können als *Kernaufgaben* des kleinen Einmaleins gewertet werden. In aktuellen didaktischen Konzepten wird empfohlen, in einer ersten Phase automatisierenden Übens den Fokus auf diese Kernaufgaben zu legen. Kinder sollen lernen, andere Aufgaben des Einmaleins aus den Kernaufgaben abzuleiten. Dies erleichtert in weiterer Folge das Automatisieren auch der anderen Aufgaben.

Das Beherrschen der Kernaufgaben des kleinen Einmaleins, Gegenstand von Aufgabe 12, kann insofern als Schlüsselkompetenzen für den Aufbau der weitergehenden Schlüsselkompetenz „Beherrschen des gesamten Einmaleins“ betrachtet werden.

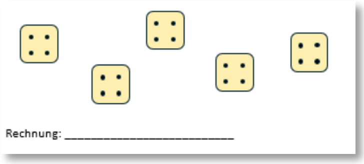
Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Eine Aufgabe kann dann als automatisiert gelten, wenn sie ohne weiteres Nachdenken sicher und schnell gelöst wird, durch Abruf aus dem Langzeitgedächtnis oder sehr schnelles, quasi automatisiertes Ableiten (wenn etwa ein Kind bei $9 \cdot 2$ nicht spontan an 18 denkt, sondern zuerst an $2 \cdot 9$, um über das Vertauschen der Faktoren mit minimaler Verzögerung zum richtigen Ergebnis zu kommen). Dieses Papier-Stift-Screening kann keine sicheren Auskünfte darüber liefern, ob Aufgaben in diesem Sinne automatisiert sind. In einschlägiger Literatur wird das Zeitlimit für „schneller Abruf“ üblicherweise bei maximal 3 Sekunden gesetzt. Zu bedenken ist aber, dass die Kinder die Aufgaben erst lesen und die Antworten dann auch schreiben müssen. Das Zeitlimit von 30 Sekunden für 6 Aufgaben sollte für Kinder, die die sechs hier gefragten Aufgaben automatisiert haben, kein Problem bedeuten. Es ist aber denkbar, dass ein Kind nur deshalb nicht alle Aufgaben richtig hat, weil es insgesamt langsamer arbeitet, abgelenkt ist, Schwierigkeiten beim Schreiben hat. Umgekehrt ist möglich, dass ein Kind nicht alle sechs Aufgaben automatisiert hat, sie aber dennoch in 30 Sekunden löst. So könnte es einzelne durch Gedächtnisabruf lösen, andere durch schnelles Hochzählen innerhalb der Malreihe, also mit einer Strategie, die langfristig betrachtet nicht zielführend ist. Aufgabe 12 ist also ein *Versuch*, *Hinweise* dafür zu gewinnen, ob Kinder einige Kernaufgaben des kleinen Einmaleins beherrschen. Auch als Versuch funktioniert er nur, wenn bei der Durchführung das Zeitlimit beachtet wird. Im Manual finden Sie Hinweise dafür, wie Sie vermeiden können, dass Stress aufkommt und Kinder, die in der gegebenen Zeit nicht alle Aufgaben schaffen, frustriert sind.

Neben Auslassungen aus Zeitmangel kommen als Fehler vor allem zwei Typen in Frage: a) Abruffehler der Art, dass dem Kind mehr oder weniger spontan ein falsches Ergebnis einfällt („falsch gemerkt“). Oft sind das Ergebniszahlen des kleinen Einmaleins, z.B. $5 \cdot 6 = 54$, $2 \cdot 9 = 40$, $10 \cdot 7 = 27$. b) Fehler wie $5 \cdot 6 = 25$ sind vermutlich damit zu erklären, dass das Kind die Fünferreihe mit 5, 10, 15… hochgegangen ist und (diesem Fall) dabei einen Schritt zu wenig gemacht hat, oder bei $5 \cdot 6 = 35$ einen Schritt zu viel.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Wie erläutert, empfehlen aktuelle Ansätze, das kleine Einmaleins *nicht* in isolierten Malreihen zu erarbeiten und dabei im Wesentlichen auf das Auswendiglernen zu setzen. Vielmehr sollte versucht werden, zunächst einige wenige Kernaufgaben abzusichern und dann gezielt Ableitungsstrategien zu erarbeiten, mit deren Hilfe die Kinder alle weiteren Aufgaben ableiten können (z.B. $9 \cdot 7$ aus der Kernaufgabe $10 \cdot 7$, $6 \cdot 7$ aus $5 \cdot 7$, usw.). Das gezielte Automatisieren aller „Nicht-Kernaufgaben“ wird in weiterer Folge dadurch erleichtert, dass die Kinder die Kernaufgaben und die anschaulich erarbeiteten und verstandenen Ableitungsstrategien als Gedächtnisanker nutzen können. Vorausgesetzt sind dabei tragfähige Grundvorstellungen zur Multiplikation (siehe Aufgabe 13).

Aufgabe 13: Deuten einer Darstellung als Multiplikation

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Eine Darstellung von mehreren gleich großen Anzahlen als bildliche Darstellung einer *Multiplikation* deuten.



Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Aufgabe 13 spricht die Schlüsselkompetenz "tragfähige Grundvorstellungen zur Multiplikation" an. Solche tragfähigen Grundvorstellungen sind Voraussetzung für den weiteren mathematischen Kompetenzaufbau (z.B. Verständnis der Division als Umkehroperation, Erkennen und Nutzen multiplikativer Beziehungen zwischen Zahlen, Aufbau von proportionalem Denken, elementare Algebra…) ebenso wie dafür, multiplikative Zusammenhänge in Sachproblemen zu erkennen, um Multiplizieren (und sei es mit dem Taschenrechner) zu deren Lösung einzusetzen. Grundvorstellungen zu den Rechenarten umfassen viele Dimensionen. Aufgabe 13 liefert Hinweise nur zu *einer* dieser Dimensionen, nämlich zur Fähigkeit, eine Abbildung einem passenden Rechenterm zuzuordnen.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Ein möglicher Fehler ist 4 · 4 · 4 · 4 · 4. Sofern ein Kind als Aufgabe 4+4+4+4+4 notiert, hat es zwar eine passende Addition notiert, ist aber nicht der Aufforderung gefolgt, eine passende Multiplikation aufzuschreiben. Das kann darauf verweisen, dass es tatsächlich Abbildungen dieser Art nicht mit einer Multiplikation in Verbindung bringt. Das muss nicht bedeuten, dass es nicht auf anderer Ebene auch Verständnis für die Multiplikation als eigenständige Operation gewonnen hat, sollte aber jedenfalls als Warnsignal gewertet werden. Dieselbe Denkweise in Kombination mit Zählfehlern kann auch in Termen wie 4+4+4+4 oder 4+4+4+4+4+4 resultieren.

Gemäß der Konvention, die im deutschen Sprachraum üblich ist, erfolgt die Einführung der Multiplikation als abgekürzte Schreibweise einer Addition gleicher Summanden nach dem Prinzip „wie oft mal welche Anzahl". Zur Abbildung von fünf Würfeln, die jeweils vier Punkte zeigen, passt gemäß dieser Konvention nur 5 · 4, während zu 4 · 5 beispielsweise eine Abbildung von vier Würfeln mit je 5 Punkten passend wäre. Unabhängig davon, wie Sie die Multiplikation im Unterricht eingeführt haben, müssen Sie Studien zufolge damit rechnen, dass Kinder die in der Abbildung zu sehenden fünf Würfel mit je vier Punkten als „vier, mal fünf" denken und daher den Term 4 · 5 notieren, gedacht als „eine Vier, die fünfmal zu sehen ist". Solche individuellen, von der Konvention abweichenden Interpretationen können zwar im Klassenverband Probleme schaffen, weil die Gefahr besteht, dass in der Folge Missverständnisse entstehen. Es wäre aber nicht angemessen, sie als falsch zu werten; auch Kinder, die zur Abbildung 4 · 5 notieren, zeigen damit multiplikatives Verständnis.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Wie bereits zu Aufgabe 10 vermerkt, ist es für den Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen wichtig, dass Kinder die Grundrechenarten mit Alltagserfahrungen in Beziehung setzen können. In diesem Sinne sollten sie Malaufgaben zunächst mit Handlungen und Situationen verbinden, in denen dieselbe Anzahl wiederholt genommen oder zusammengedacht werden muss. Es ist wichtig, dabei sowohl das Gemeinsame wie das Besondere im Vergleich zur Addition herauszuarbeiten. Dabei helfen Aufgaben wie das Anfertigen von Darstellungen und Erfinden von Textaufgaben, die zu einem vorgegebenen Multiplikationsterm passen, wie umgekehrt die Aufforderung, zu einer Darstellung bzw. Textaufgabe den passenden Term zu notieren.

Kommutative Terme wie 5 · 4 und 4 · 5 sollten auf dieser Ebene *nicht* als gleichbedeutend behandelt werden. Die Erarbeitung von Einsicht in die Vertauschbarkeit der Faktoren ist zwar ein wichtiger, nächster Schritt. Zunächst müssen Kinder in einem Multiplikationsterm aber gedanklich zwischen der einen Zahl, die Antwort auf die Frage „Wie oft?" gibt, und der anderen Zahl, die das „Wie viel jedes Mal?" angibt, unterscheiden lernen. Um die Kommunikation in der Klasse zu erleichtern, ist es sinnvoll, dabei der oben erläuterten Konvention zu folgen.

Kinder, die individuell dennoch anders interpretieren, sollten aufgefordert werden, ihre Interpretation zu erläutern. Dasselbe gilt aber für alle Kinder: Bildliche Repräsentationen oder auch Darstellungen mit Material sollten nie für selbstverständlich genommen werden. Zum Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen tragen sie nur dann bei, wenn an ihnen im Gespräch mathematische Denkweisen geklärt werden.

Aufgabe 14: Aufteilen

Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Lösen einer (vorgelesenen) Textaufgabe, in der eine Gesamtmenge in Teilmengen vorgegebener gleicher Größe geteilt werden muss.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Aufgabe 14 kann rechnerisch als Division gelöst werden, 18:6=3. Dabei entspricht 6 der Größe einer der gleichgroßen Teilportionen, in die die Gesamtanzahl 18 geteilt wird, und das Ergebnis 3 der Anzahl dieser Teilportionen. In fachdidaktischer Literatur spricht man in diesem Fall von „Aufteilen", im Unterschied zum „Verteilen" (siehe Aufgabe 15), der zweiten wichtigen Grundvorstellung, die Kinder bereits in der Grundschule zur Division entwickeln und festigen sollten. Tragfähige Grundvorstellungen zur Division in beiden Varianten sind Voraussetzung sowohl für folgende Lernschritte in der Hierarchie der Schulmathematik (z.B. Verständnis von Brüchen, Dividieren im Bereich der Rationalen Zahlen) als auch für das Lösen von komplexeren Sachaufgaben.

Im Screening 2+ wird bewusst noch nicht überprüft, ob Kinder die gestellte Aufgabe mithilfe einer *Division* lösen. Ob sie das tun, hängt auch davon ab, ob und in welchem Maße die Division bereits im Unterricht behandelt wurde, insbesondere auch in Zusammenhang mit Textaufgaben. Aufgabe 14 erfasst demgegenüber lediglich, ob Kinder die im Text geschilderte Situation erfassen und das darin enthaltene Problem lösen können, und sei es, dass sie die Zeichnung nutzen, darin zeichnen, probieren, und bei all dem gar nicht an eine Division (sondern vielleicht an die umgekehrte Multiplikation oder eine wiederholte Subtraktion von je 6 Eiern) denken.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Die Lösung 12 (bei Zählfehlern auch 13 oder 11) erklärt sich vermutlich daraus, dass das Kind 18-6 gerechnet (oder gezählt) hat. Bei fälschlicher Addition ergibt sich 24 als Lösung, bei Zählfehlern auch 25 oder 23. Sofern ein Kind die Abbildung als Lösungshilfe genutzt hat, ergeben sich im Fall einer fehlerhaften Lösung in der Regel auch Hinweise dafür, was zum Fehler geführt hat.

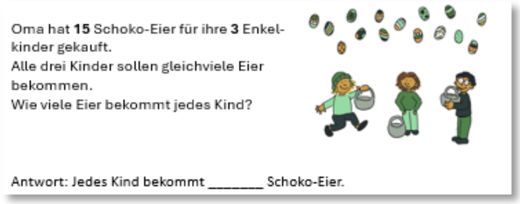
Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Wie schon zu den Aufgaben 10, 11 und 13 mit Bezug auf die anderen drei Grundrechenarten angemerkt, erfordert der Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen den Anschluss an Alltagserfahrungen. Im Fall der Division ist es wichtig, sowohl Erfahrungen im Bereich des Aufteilens (Aufgabe 14) wie auch des Verteilens (Aufgabe 15) aufzugreifen. Alltagsnahe Aufteilprobleme sind etwa: Verpackungsaufgaben wie die hier formulierte (Gesamtanzahl der zu verpackenden Objekte sowie Verpackungsgröße sind vorgegeben); Gruppierungsaufgaben (z.B. „Wie viele Teams zu je 6 Kindern können gebildet werden, wenn 18 Kinder in der Klasse sind?"); Messaufgaben (z.B. „Wie viele Krüge zu 2 Litern können mit 10 Liter Saft gefüllt werden?"); und auch Geldaufgaben der Sorte „Wie viele Eiskugeln zu je 2 Euro bekomme ich, wenn ich 8 Euro für Eis ausgeben kann?

Das Divisionszeichen sollte Kindern im Zusammenhang mit dem (materialgestützten) Lösen solcher Aufgaben als praktisches Zeichen für das Notieren von Problemen dieser Art vertraut werden. Erneut sind Übersetzungen auch in der anderen Richtung wichtig, also das Erfinden von Textaufgaben zu vorgegebenen Termen wie 12:4. Kinder sollten solche Terme auch in passende Materialhandlungen übersetzen, passende Zeichnungen anfertigen, umgekehrt Zeichnungen wie etwa 3 Schachteln zu je 6 Eiern auch als (Ergebnis einer) Division interpretieren lernen. Dabei sollten von Anfang an auch Aufgaben berücksichtigt werden, bei denen Rest bleibt, verbunden mit dem Nachdenken darüber, ob und inwiefern der Rest für die Lösung der Problemfrage eine Rolle spielt.

Es ist jedenfalls von entscheidender Bedeutung, dass Kinder die Division als *eigenständige* Rechenart verstehen lernen, und nicht nur als „umgekehrte Multiplikation".

Was den Unterschied zwischen Aufteilen und Verteilen betrifft: Wesentlich ist, dass Kinder Sachsituationen beider Arten als Division „mathematisieren" lernen und sie einen gegebenen Divisionsterm in beiden Varianten mit (Vorstellungen von) Sachproblemen verknüpfen. Dabei helfen ihnen Fachbegriffe wie „Aufteilen" und „Verteilen" nicht weiter. Sehr wohl ist aber erstrebenswert, dass die Kinder die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Varianten erfassen und auch in ihrer eigenen Sprache beschreiben können.

Aufgabe 15: Verteilen



Welche Schlüsselkompetenz wird mit dieser Aufgabe erfasst?
Lösen einer (vorgelesenen) Textaufgabe, in der eine Gesamtmenge in eine vorgegebene Anzahl von Teilmengen gleicher Größe geteilt werden muss.

Warum ist das eine Schlüsselkompetenz?
Wie Aufgabe 14, kann Aufgabe 15 rechnerisch als Division gelöst werden, in diesem Fall 15:3=5. Dabei entspricht 3 der Anzahl gleich großer Teilportionen, in die die Gesamtanzahl 15 geteilt wird. Das Ergebnis 5 gibt die Größe einer Teilportion an. In fachdidaktischer Literatur spricht man in diesem Fall von „Verteilen", im Unterschied zum „Aufteilen" (siehe Aufgabe 14), der zweiten wichtigen Grundvorstellung, die Kinder bereits in der Grundschule zur Division entwickeln und festigen sollten. Wie bereits zu Aufgabe 14 angemerkt, sind tragfähige Grundvorstellungen zur Division in *beiden* Varianten Voraussetzung sowohl für folgende Lernschritte in der Hierarchie der Schulmathematik (z.B. Verständnis von Brüchen, Dividieren im Bereich der Rationalen Zahlen) als auch für das Lösen von komplexeren Sachaufgaben.

Wie gleichfalls schon zu Aufgabe 14 angemerkt, wird im Screening 2+ bewusst noch nicht überprüft, ob Kinder die gestellte Aufgabe mithilfe einer Division lösen. Ob sie das tun, hängt auch davon ab, ob und in welchem Maße die Division bereits im Unterricht behandelt wurde, insbesondere auch in Zusammenhang mit Textaufgaben. Aufgabe 15 erfasst demgegenüber lediglich, ob Kinder die im Text geschilderte Situation erfassen und das darin enthaltene Problem lösen können, und sei es, dass sie die Zeichnung nutzen, darin zeichnen, probieren, und bei all dem gar nicht an eine Division denken.

Welche Art von Fehlern und andere mögliche Warnsignale könnten sich bei dieser Aufgabe ergeben?
Verteilaufgaben sind zeichnerisch schwieriger zu lösen als Aufteilaufgaben. Bei Letzteren (wie Aufgabe 14) führt es zum Ziel, wenn Teilmengen der vorgegebenen Größe eingekreist und die sich ergebenden Teilmengen abgezählt werden. Bei Verteilaufgaben ist aber die Größe einer Teilmenge gerade das, was zeichnerisch ermittelt werden soll. Das ist in der Beispielaufgabe dadurch möglich, dass das Kind ein Ei nach dem anderen (wie beim Reihumverteilen) mit einem der drei gezeichneten Kinder verbindet. Das wird schnell unübersichtlich; Fehler erklären sich zumeist aus daraus resultierenden Zählfehlern, fehlerhaften zeichnerischen Zuordnungen und ähnlichem.

Welche Art von Unterstützung könnte Kindern gegeben werden, die bei dieser Aufgabe Schwierigkeiten zeigen?
Es gilt das, was bereits zu Aufgabe 14 mit Bezug auf das Aufteilen angemerkt wurde. Bezüglich der Frage, ob es zielführend ist, Aufteilen und Verteilen mehr oder weniger gleichzeitig einzuführen oder aber zuerst nur eine der beiden Varianten in den Fokus zu rücken, finden Sie in der aktuellen fachdidaktischen Literatur unterschiedliche Positionen. Mehrheitlich wird aber empfohlen, sich im Unterricht bei Einführung der Division zunächst auf eine der beiden Varianten zu konzentrieren. Das Aufteilen bietet dabei den Vorteil, dass die Problemlösung mit Material und Veranschaulichungen (siehe oben) leichter zugänglich ist.

Sobald die Kinder in der nächsten Erarbeitungsphase mit Problemen beider Varianten (Aufteilen und Verteilen) als zwei Arten des Dividierens (Teilen einer vorgegebenen Anzahl in gleich große Portionen) konfrontiert werden, ist es wichtig, die Gemeinsamkeiten und Unterschiede dieser beiden Arten ins Bewusstsein der Kinder zu rücken. Dieses Bewusstsein in weiterer Folge auch wachzuhalten, erfordert wiederholt gezielte Unterrichtsaktivitäten, über einen langen Zeitraum, ist aber wichtig, damit Kinder ein tragfähiges Verständnis der Division entwickeln und dieses auch über den Bereich der Natürlichen Zahlen hinaus weiterentwickeln können.

4 Auswertung und Dokumentation

Zur Auswertung der Testergebnisse stehen Ihnen auf https://www.ditom.org/de/tests folgende Instrumente zum Download zur Verfügung.

Sofern Sie die Tests händisch auswerten möchten, bieten wir folgende Hilfen dafür an:

a) ein **Übersichtsblatt für die Punktevergabe**, dem Sie Aufgabe für Aufgabe entnehmen können, nach welchen Kriterien Sie jeweils einen, einen halben oder keinen Punkt vergeben (siehe Seite 39);
b) ein **Klassen-Auswertungsblatt** für die Auswertung und Dokumentation der Ergebnisse der gesamten Klasse (siehe Seite 40)
c) ein **Einzel-Auswertungsblatt** für die Auswertung und Dokumentation der Ergebnisse eines einzelnen Kindes, falls Sie eine solche Einzel-Übersicht benötigen (siehe Seite 41);

Wesentlich weniger zeitaufwändig erfolgt die Auswertung mittel Excel am Computer. Dafür finden Sie im Download

d) eine **vorprogrammierte Excel-Tabelle**, mit zwei Tabellen-Blättern, zwischen denen Sie links unten wechseln können.
   Im Blatt „qualitativ" müssen Sie in der Spalte für jedes Kind für jede Teilaufgabe lediglich die Zahlen eingeben, die das Kind in sein Testheft als Lösung notiert hat. Sofern das Kind keine Lösung notiert hat, geben Sie bitte 999 ein.
   Wenn Sie mit der Eingabe fertig sind, wechseln Sie die Ansicht auf das Blatt „quantitativ". Das Programm zeigt dann an, ob die Lösung der Teilaufgabe richtig (1) oder falsch (0) ist und berechnet selbst für die Gesamtaufgabe den passenden Punktewert (1 bzw. 0,5 bzw. 0). Am Ende jeder Zeile wird der Prozentsatz richtig gelöster Aufgaben und auch schon der Punktewert für das einzelne Kind ausgewiesen.

Die „kritischen Punktewerte" zu DiToM 2+ und wie diese zu verstehen sind

Wie in Abschnitt 1 erläutert, geht es DiToM NICHT darum, Kinder zu etikettieren. Beachten Sie dazu bitte das, was in diesem ersten Abschnitt zu Zielen und Grundideen von DiToM bereits ausgeführt wurde.

Dort finden Sie auch nähere Erläuterungen zu den „kritischen Punktewerten", die auf Grundlage der Erprobung der Pilotversion von DiToM (im Fall von 2+ mit 1.373 Schüler: innen in den sieben Partnerländern des Projekts) mittels der statistischen Methode „Latente Klassenanalyse" ermittelt wurden. Diese Methode erlaubt die Zuordnung der Kinder auf Basis ihrer in DiToM 2+ erreichten Punkte zu einer der drei folgenden Gruppen:

Erreichte Punkte	**Gruppe**
0 bis 9	A - Anzeichen für umfassende Probleme in mehreren Schlüsselbereichen
9,5 bis 12,5	B - Hinweise für Probleme in einzelnen Schlüsselbereichen
13 bis 15	C - Keine Hinweise für größere Probleme in Schlüsselbereichen

Ein letzter Rückverweis auf Abschnitt 1: Bedenken Sie, dass ein Screening eine Momentaufnahme ist. Die Ergebnisse sollten also mit Erfahrungen und Beobachtungen aus der Klasse abgeglichen und gegebenenfalls zum Anlasse genommen werden, um sie in nachfolgenden Gesprächen mit einzelnen Kindern zu vertiefen, zu differenzieren und erweitern, möglicherweise aber auch zumindest teilweise zu korrigieren.

Punktevergabe

1	Abzählen	1 P. 0 P.	Richtige Antwort (23) alle anderen Lösungen
2	Zehner-Einer-Darstellungen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Antworten richtig (25, 36, 45) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
3	In der Zahlenreihe vorwärts und rückwärts	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Reihen richtig (39,40, 41) (86 .. 89, 90) (58, 59, 60 ...) zwei Reihen ganz richtig alle anderen Lösungen
4	Gehörte Zahlen mit Ziffern schreiben	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle fünf Zahlen richtig (34, 15, 43, 50, 67) vier Zahlen richtig alle anderen Lösungen
5	Halbieren zweistelliger Zahlen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle fünf Zahlen richtig (6, 8, 30, 40, 25) vier Zahlen richtig alle anderen Lösungen
6	Zahlen auf Zahlenstrahlen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle drei Zahlen richtig (67, 80, 15) zwei Zahlen richtig alle anderen Lösungen
7	Zahlen zerlegen	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle sechs Zahlen richtig (5, 4, 6, 3, 7, 5) fünf Zahlen richtig alle anderen Lösungen
8	Addition	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle fünf Antworten richtig (39, 80, 90, 67, 33) vier Antworten richtig alle anderen Lösungen
9	Subtraktion	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle fünf Antworten richtig (42, 30, 11, 26, 17) vier Antworten richtig alle anderen Lösungen
10	Textaufgabe 1 (Addition)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rechnung und Ergebnis richtig (12 + 6 = 18) entweder Rechnung oder Ergebnis richtig notiert alle anderen Lösungen
11	Textaufgabe 2 (Subtraktion)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Rechnung und Ergebnis richtig (28 – 3 = 25) entweder Rechnung oder Ergebnis richtig notiert alle anderen Lösungen
12	Kernaufgaben des Einmaleins	1 P. 0,5 P. 0 P.	alle sechs Antworten richtig (14, 20, 80, 18, 70, 30) vier oder fünf Antworten richtig alle anderen Lösungen
13	Deuten einer Darstellung als Multiplikation	1 P. 0 P.	Richtige Rechnung (5 · 4 oder 4 · 5), Ergebnis unwichtig alle anderen Lösungen
14	Textaufgabe 3 (Aufteilen)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Richtige Antwort (3 Eierkartons), Skizze irrelevant 6er Bündel eingekreist, aber Antwort “3” fehlt alle anderen Lösungen
15	Textaufgabe 4 (Verteilen)	1 P. 0,5 P. 0 P.	Richtige Antwort (5 Schoko-Eier), Skizze irrelevant richtige Skizze, aber Antwort “5” fehlt alle anderen Lösungen

Auswertung pro Klasse

Klassenübersicht DiToM Screening 2+ (max. 15 Punkte)

Klasse ____________ Datum ____________

Name des Kindes	Alter	Kommentare	1 Abzählen	2 Kardinales Zahlverständnis	3 Vorwärts- und Rückwärtszählen	4 Zahlendiktat	5 Halbieren	6 Zahlenstrahl	7 Zahlzerlegung	8 Addieren	9 Subtrahieren	10 Verständnis Plus	11 Verständnis Minus	12 Kernaufgaben Einmaleins	13 Vderständnis Mal	14 Verständnis Aufteilen	15 P Verständnis Verteilen	**Punkte gesamt**

Auswertung pro Kind

DiToM
Diagnostic Tool in Mathematics

Name: ______________________

Datum: ______________________

Auswertung DiToM Screening 2+

Item	Richtige Antwort	Check richtig/ falsch	Punkte
1	23		
2.a	25		
2.b	36		
2.c	45		
3.a	394041		
3.b	868990		
3.c	585960		
4.a	34		
4.b	15		
4.c	43		
4.d	50		
4.e	67		
5.a	6		
5.b	8		
5.c	30		
5.d	40		
5.e	25		
6.a	67		
6.b	15		
6.c	80		
7.a	5		
7.b	4		
7.c	6		
7.d	3		
7.e	7		

Item	Richtige Antwort	Check richtig/ falsch	Punkte
8.a	39		
8.b	80		
8.c	90		
8.d	67		
8.e	33		
9.a	42		
9.b	30		
9.c	11		
9.d	26		
9.e	17		
10 Teil 1	12+6=18		
10 Teil 2	18		
11 Teil 1	28-3=25		
11 Teil 2	25		
12.a	14		
12.b	20		
12.c	80		
12.d	18		
12.e	70		
12.f	30		
13	5*4 oder 4*5		
14	3		
15	5		

Insgesamt erzielte Punkte von 15

Kommentar ______________________

Wertung:

Items 1 und 13	richtig = 1 Punkt; falsch oder nicht gemacht = 0 Punkte
Items 2, 3 und 6	alle 3 richtig = 1 Punkt; 2 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Items 4, 5, 7, 8, 9	alle 5 richtig = 1 Punkte; 4 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Items 10 und 11	alle 2 richtig = 1 Punkt; 1 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Item 12	alle 6 richtig = 1 Punkt; 4 oder 5 richtig = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte
Items 14 und 15	richtig =1 Punkt; richtig eingekreist, aber nicht beantwortet = 0,5 Punkte; sonst = 0 Punkte

5 Zitierte Literatur

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT). 2nd edition*. Educational Testing Service.

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), *Handbuch Inklusive Diagnostik* (S. 199–213). Beltz.

6 Weitere Literaturhinweise

Gaidoschik, M. (2025). *Das dezimale Stellenwertsystem verstehen, verinnerlichen, flexibel anwenden: Ein Leitfaden für den Unterricht in der Grundschule.* Klett-Kallmeyer.

Gaidoschik, M. (2025). *Lernschwierigkeiten in Mathematik. Warum wir nicht von Rechenschwäche und Dyskalkulie sprechen und was wir ab dem Kindergarten tun sollten.* Persen.

Gaidoschik, M. (2014/2019[5]). *Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten.* Kallmeyer-Klett.

Gaidoschik, M. (2007/2022[12]). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis*. Persen.

Götze, D., Selter, C., & Zannetin, E. (2019). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht.* Klett-Kallmeyer.

Padberg, F., & Benz, Ch. (2021). *Didaktik der Arithmetik.* Spektrum.

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, Ch. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele.* Springer.

Schulz, A., & Wartha, S. (2012). *Rechenproblemen vorbeugen.* Cornelsen.

Selter, Ch., & Zannetin, E. (2019). *Mathematik unterrichten in der Grundschule: Inhalte – Leitideen – Beispiele.* Kallmeyer.

Zahlreiche Informationen und Anregungen für den Unterricht finden Sie auch auf den Seiten des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik https://www.dzlm.de/