



# Διαγνωστικό τεστ 4+

## Εγχειρίδιο για εκπαιδευτικούς



Co-funded by  
the European Union

**Disclaimer:**

Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or Erasmus+ National Agency for Higher Education (German Academic Exchange Service). Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

**Copyright:**

All materials developed within the DiToM project are freely available as Open Educational Resources (OER). They are licensed under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License (CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

## Περιεχόμενα

Πρόλογος .....	3
1) Στόχοι και Γενικές Αρχές του έργου DiToM .....	4
Τι είναι και τι επιτυγχάνουν τα διαγνωστικά τεστ <i>DiToM</i> ; .....	4
Τι είναι οι «βασικές μαθηματικές ικανότητες»; .....	5
Μετά τη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM – τι ακολουθεί; .....	5
2) Οδηγίες για τη διεξαγωγή του Διαγνωστικού τεστ 4+ .....	7
3) Εξηγήσεις και προτάσεις υποστήριξης για κάθε εργασία του Διαγνωστικού τεστ <i>DiToM</i> 4+ 25	
Εργασία 1: Κατανόηση αριθμών .....	25
Εργασία 2: Σύγκριση αριθμών .....	27
Εργασία 3α: Προσθέτοντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση .....	28
Εργασία 3β: Αφαιρώντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση .....	29
Εργασία 4: Αριθμοί στην αριθμογραμμή .....	30
Εργασία 5: Υποδιπλασιασμός αριθμών έως 10.000 .....	31
Εργασία 6α: Νοεροί υπολογισμοί: Πρόσθεση και αφαίρεση .....	33
Εργασία 6β: Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά .....	35
Εργασία 7α: Κάθετη Πρόσθεση .....	37
Εργασία 7β: Κάθετη Αφαίρεση .....	39
Εργασία 8: Λειτουργική κατανόηση πρόσθεσης/αφαίρεσης .....	41
Εργασία 9: Βασικά στοιχεία πολλαπλασιασμού .....	43
Εργασία 10: Βασικά στοιχεία διαίρεσης .....	45
Εργασία 11: Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά .....	47
Εργασία 12: Λειτουργική κατανόηση: Αναπαραστάσεις .....	49
Εργασία 13: Λειτουργική κατανόηση: Λεκτικά προβλήματα .....	51
4) Σημειώσεις σχετικά με την Αξιολόγηση και Τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων .....	52
Τα "Όρια Κρίσιμης Βαθμολογίας" για το DiToM 4+ και πώς να τα ερμηνεύσετε .....	52
Αξιολόγηση και Βαθμολογία Διαγνωστικού τέστ <i>DiToM</i> 4+ (μέγιστο 16 βαθμοί) .....	54
5) Αναφορές .....	57

## Πρόλογος

Το εγχειρίδιο αυτό έχει σχεδιαστεί για να σας βοηθήσει στη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM 4+ και στην αποτελεσματική χρήση των αποτελεσμάτων του τεστ στην τάξη σας. Στις επόμενες σελίδες θα βρείτε:

1. μια σύντομη εισαγωγή στους στόχους και τις κατευθυντήριες αρχές του έργου Erasmus+ DiToM
2. λεπτομερείς, βήμα προς βήμα οδηγίες για τη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM 2+ στην τάξη
3. συνοπτικές εξηγήσεις για κάθε εργασία του διαγνωστικού τεστ DiToM 2+, συμπεριλαμβανομένων σημειώσεων σχετικά με πιθανές στρατηγικές υποστήριξης για παιδιά των οποίων τα αποτελέσματα του τεστ υποδεικνύουν μαθησιακά κενά σε βασικές μαθηματικές δεξιότητες
4. οδηγίες για τον τρόπο αξιολόγησης και τεκμηρίωσης των αποτελεσμάτων.

Ο οδηγός διαχείρισης (Ενότητα 2) και οι πίνακες αξιολόγησης (Ενότητα 4) μπορούν επίσης να μεταφορτωθούν ξεχωριστά ως μεμονωμένα αρχεία PDF από τη διεύθυνση [www.ditom.org/](http://www.ditom.org/)

Συνιστούμε να εκτυπώσετε τον οδηγό διαχείρισης σε διπλή όψη και να τον συρράψετε. Με τον τρόπο αυτό, μπορείτε να κρατάτε τη σελίδα που απευθύνεται στον εκπαιδευτικό εμπρός σας για να διαβάσετε τις οδηγίες δυνατά, ενώ η σελίδα που απευθύνεται στα παιδιά περιλαμβάνει συχνά ένα παράδειγμα που σας βοηθά να εξηγήσετε τι αναμένεται να κάνουν τα παιδιά.

## 1) Στόχοι και Γενικές Αρχές του έργου DiToM

Η εκμάθηση των μαθηματικών προχωρά σε στάδια: οι νέες γνώσεις οικοδομούνται πάνω σε προηγούμενη στέρεα κατανόηση, ενώ όταν απουσιάζουν θεμελιώδεις ιδέες και έννοιες, οι μαθητές/τριες δυσκολεύονται όλο και περισσότερο να κατανοήσουν και να συνειδητοποιήσουν το μαθηματικό περιεχόμενο που βασίζεται στα θεμέλια αυτά. Εθνικές και διεθνείς μελέτες αποδεικνύουν ότι ένα σημαντικό ποσοστό μαθητών/τριών δεν πληροί τις ελάχιστες απαιτήσεις στα μαθηματικά στο επίπεδο της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και, για τους λόγους που περιγράφονται παραπάνω, σχεδόν αναπόφευκτα συνεχίζει να αντιμετωπίζει δυσκολίες στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Είναι ανησυχητικό το γεγονός ότι πολλοί νέοι και πολλές νέες ολοκληρώνουν την υποχρεωτική εκπαίδευση χωρίς να έχουν επιτύχει το βασικό επίπεδο μαθηματικής παιδείας που, σύμφωνα με τον ΟΟΣΑ, είναι απαραίτητο για την «πλήρη συμμετοχή στην κοινωνική ζωή».

Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει πρώτα να είναι σε θέση να εντοπίζουν τις μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες — ιδανικά νωρίς και όσο το δυνατόν πιο ακριβώς. Μόνο με βάση αυτό μπορούν να ληφθούν στοχευμένα μέτρα υποστήριξης. Στο σημείο αυτό εντάσσεται το συγχρηματοδοτούμενο από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή έργο «Διαγνωστικά εργαλεία στα μαθηματικά» (Diagnostic Tools in Mathematics - DiToM). Μέσω της συνεργασίας μεταξύ Γερμανίας, Γαλλίας, Ελλάδας, Κροατίας, Ιταλίας, Σουηδίας και Ισπανίας, αναπτύχθηκαν πέντε αλληλένδετα εργαλεία διαγνωστικής αξιολόγησης. Τα εργαλεία αυτά επιτρέπουν στους/τις εκπαιδευτικούς, στο τέλος ή στην αρχή του σχολικού έτους, να αποκτήσουν μια συνοπτική εικόνα των μαθητών/τριών που κινδυνεύουν να αντιμετωπίσουν προβλήματα στα μαθηματικά, εάν δεν ληφθούν στοχευμένα μέτρα υποστήριξης.

Τα διαγνωστικά τεστ ακολουθούν έναν κύκλο διάρκειας δυο ετών:

- **Διαγνωστικό τεστ 0** – Έναρξη του Δημοτικού σχολείου
- **Διαγνωστικό τεστ 2+** – Τέλος Β τάξης Δημοτικού / Έναρξη Γ τάξης Δημοτικού
- **Διαγνωστικό τεστ 4+** – Τέλος Δ τάξης Δημοτικού / Έναρξη Ε τάξης Δημοτικού
- **Διαγνωστικό τεστ 6+** – Τέλος ΣΤ τάξης Δημοτικού / Έναρξη Α τάξης Γυμνασίου
- **Διαγνωστικό τεστ 8+** – Τέλος Β τάξης Γυμνασίου / Έναρξη Γ τάξης Γυμνασίου

### Τι είναι και τι επιτυγχάνουν τα διαγνωστικά τεστ DiToM;

Τα πέντε διαγνωστικά τεστ είναι έντυπα τεστ (με χαρτί και μολύβι) που εστιάζουν σε βασικές μαθηματικές ικανότητες που θα πρέπει να έχουν αποκτηθεί στην αρχή κάθε τάξης, ώστε το νέο περιεχόμενο να μπορεί να κατανοηθεί. Κάθε τεστ μπορεί να διεξαχθεί σε όλη την τάξη μέσα σε ένα μάθημα και, χρησιμοποιώντας τα εργαλεία βαθμολόγησης που παρέχονται (βλ. Ενότητα 4), να αξιολογηθεί με σχετικά μικρό χρονικό κόστος. Τα αποτελέσματα δίνουν στους/τις εκπαιδευτικούς μια αρχική δομημένη εικόνα σχετικά με το ποιοι/ές μαθητές/τριες είναι πιθανό να χρειαστούν επιπλέον υποστήριξη σε συγκεκριμένους τομείς.

Η λέξη «πιθανό» είναι κρίσιμη: μια εξέταση δεν αντικαθιστά την ατομική, ποιοτική αξιολόγηση της μαθησιακής κατάστασης ενός/μιας μαθητή/τριας. Στην καλύτερη περίπτωση, παρέχει αρχικές ενδείξεις σχετικά με τις στρατηγικές ή τις λύσεις που μπορεί να έχει χρησιμοποιήσει ένας/μία μαθητής/τρια. Για μια πιο λεπτομερή κατανόηση απαιτείται στοχευμένη παρατήρηση και ατομικές συζητήσεις, με τη χρήση διαφοροποιημένων εργασιών. Ωστόσο, το διαγνωστικό τεστ αυτό μπορεί να χρησιμεύσει ως ένα πολύτιμο σημείο εκκίνησης για να προσδιοριστεί ποιοι/ές θα επωφεληθούν περισσότερο από τέτοιου είδους επόμενες αξιολογήσεις.

## Τι είναι οι «βασικές μαθηματικές ικανότητες»;

Όπως προαναφέρθηκε, τα μαθηματικά στο σχολείο χαρακτηρίζονται από μια «εσωτερική ιεραρχία μάθησης» (Wittmann, 2015, σ. 199). Αυτό ισχύει ιδιαίτερα στους τομείς της αριθμητικής (αριθμοί και πράξεις) και της άλγεβρας, δηλαδή στους τομείς στους οποίους εστιάζουν στοχευμένα τα διαγνωστικά τεστ DiToM. Σε αυτούς τους τομείς, είναι δυνατό σε κάθε στάδιο μάθησης να προσδιοριστούν βασικές ικανότητες, χωρίς τις οποίες η περαιτέρω μάθηση δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί με ουσιαστικό και βιώσιμο τρόπο.

Για παράδειγμα: Για να εργαστούν επιτυχώς με τους φυσικούς αριθμούς, οι μαθητές/τριες θα πρέπει να τους κατανοήσουν με βάση την έννοια του μέρους-όλου — μια αναπτυξιακή διαδικασία που θα πρέπει να ολοκληρωθεί κατά τη διάρκεια του πρώτου σχολικού έτους. Η έννοια του μέρους-όλου σημαίνει, για παράδειγμα, ότι ο αριθμός επτά κατανοείται ως ένα σύνολο που αποτελείται από μέρη — πέντε και δύο, τέσσερα και τρία, ένα και έξι, και ούτω καθεξής. Αυτή η κατανόηση θα πρέπει στη συνέχεια να γίνει αυτόματη: ένας/μία μαθητής/τρια δεν θα πρέπει πλέον να χρειάζεται συνειδητή προσπάθεια για να αναγνωρίσει το πέντε ως το υπόλοιπο μέρος του επτά όταν το δύο δίνεται ως το ένα μέρος. Με άλλα λόγια, οι μαθητές/τριες θα πρέπει να σκέφτονται αυτόματα τους αριθμούς με βάση τις αποσυνθέσεις και τις σχέσεις τους. Αυτός ο συνδυασμός κατανόησης και αυτοματοποίησης είναι χαρακτηριστικός πολλών βασικών ικανοτήτων: μόνο όταν ορισμένες δεξιότητες γίνουν αυτόματες μπορεί η νοητική ικανότητα να απελευθερωθεί για να αντιμετωπίσει μαθηματικές προκλήσεις υψηλότερου επιπέδου.

Το αν η βασική ικανότητα «να σκέφτεται κανείς τους αριθμούς ως συνθέσεις» (ή «αποσυνθέσεις αριθμών») είναι καλά εδραιωμένη μπορεί να διαπιστωθεί, για παράδειγμα, στις στρατηγικές υπολογισμού ενός παιδιού. Ένα παιδί που σκέφτεται το επτά ως πέντε και δύο θα λύσει το  $7 - 5$  χωρίς κόπο, ακόμη και στην πρώτη σχολική χρονιά, χωρίς να μετρήσει. Τα παιδιά που δεν διαθέτουν αυτή την ικανότητα, ωστόσο, συχνά συνεχίζουν να βασίζονται σε επίπονες και επιρρεπείς σε λάθη στρατηγικές μέτρησης μέχρι και τα τελευταία χρόνια του δημοτικού και του γυμνασίου. Η πρόσθεση και η αφαίρεση με βάση τη μέτρηση γίνονται σύντομα δυσκολότερες όταν εμπλέκονται διψήφιοι ή τριψήφιοι αριθμοί. Αυτά τα παιδιά δυσκολεύονται επίσης να χρησιμοποιήσουν τις σχέσεις μεταξύ των πολλαπλασιαστικών πράξεων — για παράδειγμα, να αναγνωρίσουν ότι το  $9 \times 6$  είναι έξι λιγότερο από το εύκολα απομνημονεύσιμο  $10 \times 6$ . Έτσι, οι ελλείψεις σε μια βασική ικανότητα (η κατανόηση των αριθμών ως συνθέσεις) εμποδίζουν την απόκτηση άλλων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός), οι οποίες με τη σειρά τους αποτελούν προαπαιτούμενα για πιο προχωρημένες δεξιότητες (διαίρεση, αναλογική συλλογιστική κ.λπ.).

Αυτή η αλυσίδα συνεχίζεται και μετά το δημοτικό σχολείο: οι μαθητές/τριες που δυσκολεύονται με τους φυσικούς αριθμούς θα αντιμετωπίσουν ακόμη μεγαλύτερες δυσκολίες με τα κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς. Η άλγεβρα, αργότερα, βασίζεται σε γνώσεις που θα έπρεπε να έχουν αποκτηθεί από την εργασία με τις βασικές πράξεις στο δημοτικό σχολείο. Χωρίς αυτές τις γνώσεις, η άλγεβρα μπορεί να φαίνεται στους/τις μαθητές/τριες ως ένας ακατανόητος κώδικας.

Για τον λόγο αυτό, τα διαγνωστικά τεστ DiToM εστιάζουν στις βασικές δεξιότητες, δηλαδή σε εκείνες που θα πρέπει να έχουν εδραιωθεί με ασφάλεια στην αρχή της 1ης, 3ης, 5ης, 7ης και 9ης σχολικής τάξης, ώστε η περαιτέρω μαθηματική μάθηση να μπορεί να προχωρήσει με επιτυχία.

## Μετά τη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM – τι ακολουθεί;

Χρησιμοποιώντας τα εργαλεία αξιολόγησης που περιγράφονται στην Ενότητα 4, οι εκπαιδευτικοί δημιουργούν έναν πίνακα (Excel ή σε χαρτί) που μπορεί να διαβαστεί με δύο τρόπους:

- **Κατά σειρά:** Τα αποτελέσματα κάθε παιδιού δείχνουν ποιες ασκήσεις λύθηκαν σωστά, εν μέρει σωστά, λανθασμένα ή αφέθηκαν κενές, με αποτέλεσμα να προκύπτει η συνολική βαθμολογία για το συγκεκριμένο παιδί.
- **Κατά στήλη:** Για κάθε άσκηση, ο πίνακας δείχνει πόσα παιδιά την έλυσαν σωστά, μερικώς σωστά, λανθασμένα ή καθόλου.

### **Με βάση την ατομική προσέγγιση των μαθητών:**

Το DiToM δεν έχει ως στόχο την κατηγοριοποίηση των παιδιών. Τα διαγνωστικά τεστ δεν έχουν σχεδιαστεί για να εντοπίζουν μαθητές/τριες με «δυσαριθμησία». Οι κλινικές διαγνώσεις αυτού του είδους δεν απαντούν στο βασικό ερώτημα που το DiToM επιδιώκει να απαντήσει: Πώς μπορούν οι εκπαιδευτικοί να υποστηρίξουν καλύτερα τα παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στις βασικές αριθμητικές δεξιότητες; Η στοχευμένη υποστήριξη απαιτεί ακριβή κατανόηση του τρέχοντος επιπέδου μάθησης κάθε παιδιού. Το DiToM βοηθά στον εντοπισμό εκείνων για τους οποίους απαιτείται επειγόντως μια τέτοια λεπτομερής αξιολόγηση — τίποτα περισσότερο, αλλά και τίποτα λιγότερο. Η Ενότητα 3 παρέχει σύντομες οδηγίες σχετικά με το είδος της υποστήριξης που μπορεί να είναι χρήσιμη για κάθε συγκεκριμένη εργασία.

Οι «κρίσιμες οριακές βαθμολογίες» που αναφέρονται στην Ενότητα 4 καθορίστηκαν με βάση πιλοτικές δοκιμές των διαγνωστικών εξετάσεων DiToM σε 8.820 παιδιά σε επτά χώρες-εταίρους. Χρησιμοποιώντας ανάλυση λανθάνουσας κατηγορίας (βλ. Livingston, 2014), τα παιδιά ομαδοποιήθηκαν ως εξής:

- **Ομάδα Α:** Παιδιά που παρουσιάζουν εκτεταμένες δυσκολίες σε διάφορες βασικές δεξιότητες.
- **Ομάδα Β:** Παιδιά που παρουσιάζουν ενδείξεις δυσκολιών σε συγκεκριμένους τομείς.
- **Ομάδα Γ:** Παιδιά που δεν παρουσιάζουν σημαντικές ενδείξεις δυσκολιών.

Είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι κάθε διαγνωστική αξιολόγηση αποτυπώνει μόνο μια στιγμιαία εικόνα. Μερικά παιδιά μπορεί απλά να είχαν μια κακή μέρα ή να ήταν αφηρημένα, άλλα μπορεί – παρά τις προφυλάξεις – να αντέγραψαν τις απαντήσεις. Τα αποτελέσματα της διαγνωστικής αξιολόγησης θα πρέπει επομένως να ερμηνεύονται με προσοχή. Θα πρέπει πάντα να συγκρίνονται με τις παρατηρήσεις από την καθημερινή τάξη και να χρησιμοποιούνται ως αφορμή για περαιτέρω στοχευμένη παρατήρηση και εργασίες παρακολούθησης τις επόμενες ημέρες και εβδομάδες.

Εάν καταστεί σαφές ότι ένα παιδί ανήκει στην Ομάδα Α, υπάρχει λόγος να αναμένεται ότι οι μαθηματικές του δυσκολίες θα επιδεινωθούν κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους, εκτός εάν εφαρμοστούν έγκαιρες και αποτελεσματικές παρεμβάσεις. Η Ενότητα 2 μπορεί να προτείνει μόνο γενικές κατευθύνσεις για τέτοιες παρεμβάσεις, με βάση τις βασικές ικανότητες που αξιολογούνται από κάθε εργασία. Για πιο εκτενείς οδηγίες, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να ανατρέξουν στη σχετική εκπαιδευτική βιβλιογραφία.

Τα παιδιά της Ομάδας Β είναι επίσης πιθανό να χρειαστούν στοχευμένη υποστήριξη σε τουλάχιστον ορισμένους τομείς για να προχωρήσουν με επιτυχία στη μάθησή τους. Αξίζει να θυμόμαστε ότι όλες οι δοκιμασίες αξιολόγησης αξιολογούν βασικές ικανότητες. Η αξιολόγηση έχει σχεδιαστεί σκόπιμα ώστε να μην κάνει διακρίσεις μεταξύ των παιδιών με υψηλές επιδόσεις — ιδανικά, τα περισσότερα παιδιά θα πρέπει να βρίσκουν τις δοκιμασίες αρκετά εύκολες. Επομένως, τυχόν λάθη που κάνουν τα παιδιά της Ομάδας Γ σε μεμονωμένες δοκιμασίες θα πρέπει επίσης να ληφθούν σοβαρά υπόψη, καθώς μπορεί να αποκαλύψουν κενά σε βασικές θεμελιώδεις δεξιότητες.

### **Η τάξη ως σύνολο:**

Τα παραπάνω ισχύουν ιδιαίτερα όταν τα αποτελέσματα δείχνουν ότι πολλά παιδιά δυσκολεύτηκαν με την ίδια εργασία. Αυτό μπορεί να υποδηλώνει ότι δεν έχουν εξασκηθεί επαρκώς ή δεν έχουν επικεντρωθεί σε αυτή την ικανότητα, είτε στην προηγούμενη σχολική τους εκπαίδευση είτε πριν από την είσοδό τους στο σχολείο. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι ακόμη πιο σημαντικό να τους δοθούν τώρα αυτές οι ευκαιρίες μάθησης, ακόμη και αν το πρόγραμμα σπουδών έχει ήδη προχωρήσει σε νέα περιεχόμενα. Και πάλι, είναι σημαντικό να ληφθεί υπόψη η ιεραρχική δομή της μαθηματικής μάθησης: κάθε επίπεδο εξαρτάται από την ασφαλή κατανόηση των βασικών ικανοτήτων πριν προχωρήσουμε στο επόμενο.

## 2) Οδηγίες για τη διεξαγωγή του Διαγνωστικού τεστ 4+

Το Διαγνωστικό τεστ 4+ έχει σχεδιαστεί για χρήση με όλη την τάξη στο τέλος της Δ τάξης Δημοτικού ή ακριβώς στην αρχή της Ε τάξης Δημοτικού.

Περιλαμβάνει τις ακόλουθες εργασίες:

- 1 Κατανόηση αριθμών
- 2 Σύγκριση αριθμών
- 3α Προσθέτοντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση
- 3β Αφαιρώντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση
- 4 Αριθμοί στην αριθμογραμμή
- 5 Υποδιπλασιασμός αριθμών έως 10.000
- 6α Νοεροί υπολογισμοί: Πρόσθεση και αφαίρεση
- 6β Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά
- 7α Κάθετη πρόσθεση
- 7β Κάθετη αφαίρεση
- 8 Λειτουργική κατανόηση πρόσθεσης
- 9 Βασικά στοιχεία πολλαπλασιασμού
- 10 Βασικά στοιχεία διάιρεσης
- 11 Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά
- 12 Λειτουργική κατανόηση: Αναπαραστάσεις
- 13 Λειτουργική κατανόηση: Λεκτικά προβλήματα

Η ακόλουθη ενότητα παρέχει λεπτομερείς οδηγίες, ανά εργασία, σχετικά με το τι θα πρέπει να πείτε στα παιδιά πριν και κατά τη διάρκεια της διεξαγωγής του τεστ.

Αυτές οι οδηγίες είναι επίσης διαθέσιμες ως ξεχωριστό αρχείο PDF για λήψη, συμπληρωμένο με δείγματα και κενές σελίδες για εκτύπωση. Εάν εκτυπώσετε αυτό το αρχείο διπλής όψης και το συρράψετε, θα έχετε ένα φυλλάδιο από το οποίο θα μπορείτε να διαβάσετε τις οδηγίες δυνατά κατά τη διάρκεια του τεστ και να ανατρέξετε σε βασικά σημεία που θα πρέπει να έχετε κατά νου κατά τη διάρκεια της διεξαγωγής. Οι επιπλέον σελίδες που περιλαμβάνονται στην εκτυπωμένη έκδοση σας επιτρέπουν, γυρίζοντας την αριστερή πλευρά κάθε διπλής σελίδας, να κρατάτε το φυλλάδιο και να διαβάζετε τις οδηγίες από τη σελίδα που βρίσκεται μπροστά σας, ενώ τα παιδιά μπορούν να δουν το αντίστοιχο παράδειγμα εργασίας στο πίσω μέρος του φυλλαδίου.

## Πριν και κατά τη διάρκεια διανομής των φυλλαδίων

- Ενημερώστε τα παιδιά ότι στο τέλος της Β' τάξης / στην αρχή της Γ' τάξης θα θέλατε να μάθετε τι γνωρίζουν και τι μπορούν ήδη να κάνουν.
- Ενημερώστε ότι ο καθένας/η καθεμιά τους θα λάβει ένα μικρό φυλλάδιο με εργασίες που θα πρέπει να κάνουν.
- Τονίστε ότι είναι σημαντικό να λύσουν τις εργασίες ατομικά και ότι δεν βοηθά αν αντιγράψουν από άλλους/άλλες. Αρχικά, επειδή οι λύσεις των άλλων μπορεί να είναι λανθασμένες – κυρίως όμως διότι θα θέλατε να ξέρετε τι μπορεί ήδη να κάνει ο καθένας/η καθεμιά ή με τι δυσκολεύεται ακόμα, ώστε να τον/την βοηθήσετε.
- Αν χρειάζεται και υπάρχει η δυνατότητα, τοποθετήστε τις τσάντες τους (ή άλλα διαχωριστικά) μεταξύ τους για να αποφύγετε φαινόμενα αντιγραφής.
- Ζητήστε τους να γράψουν με μολύβι. Το σβήσιμο με γόμα απαιτεί χρόνο - για συντομία ζητήστε τους να διαγράψουν τα λάθη και να γράφουν τη σωστή απάντηση στο πλάι. Αν χρειαστεί κάνετε μια σύντομη επίδειξη στον πίνακα.
- Εξηγήστε τους ότι οι εργασίες θα γίνουν με τη σειρά και ότι θα τους εξηγείτε τι θα πρέπει να κάνουν πριν ξεκινήσουν. Κάποιες φορές θα υπάρχει και παράδειγμα. Υπενθυμίστε τους να μην προχωρούν μόνοι τους, ακόμη και αν τελειώσουν μια εργασία νωρίτερα. Θα πρέπει να γυρίζουν σελίδα όταν τους το ζητήσετε.
- Εξηγήστε ότι είναι σημαντικό να δώσουν ιδιαίτερη προσοχή και να ακούνε προσεκτικά τις οδηγίες σας.
- Βεβαιωθείτε ότι όλα τα θρανία είναι άδεια και ότι κάθε μαθητής/μαθήτρια έχει μόνο ένα μολύβι μπροστά του/της.
- Κάποιες εργασίες έχουν όριο χρόνου. Για να αποφύγετε την πίεση μην το ανακοινώσετε εκ των προτέρων, αλλά πείτε ότι περιμένετε από τα παιδιά να λύσουν κάποιες εργασίες μάλλον γρήγορα επειδή είναι πολύ καλοί/ές. Ανακοινώστε τους ότι κάποιες φορές θα σας ακούσουν να λέτε ΣΤΟΠ και θα πρέπει να σταματήσουν να γράφουν. Τονίστε ότι αν δεν έχουν ολοκληρώσει την εργασία στο σημείο εκείνο, δεν υπάρχει πρόβλημα. Στόχος είναι η ήρεμη και ομαλή διεξαγωγή του τεστ.
- Για τις εργασίες χωρίς όριο χρόνου θα χρειαστεί να πείτε ΣΤΟΠ κατά την κρίση σας. Αν η πλειοψηφία των μαθητών/τριών έχει ολοκληρώσει την εργασία ζητήστε τους να σταματήσουν και προχωρήστε στην επόμενη. Για όσους/ες δεν έχουν καταφέρει να ολοκληρώσουν την εργασία, τονίστε τους ότι δεν πειράζει και επιβραβεύστε τους για την προσπάθειά τους.
- Μοιράστε τα φυλλάδια. Τονίστε ότι θα πρέπει να παραμείνουν κλειστά στα θρανία τους μέχρι να τους πείτε να γυρίσουν στην πρώτη εργασία. Ζητήστε τους να γράψουν αρχικά το όνομά τους στο εξώφυλλο.

# 1 Κατανόηση αριθμών

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

## Διαγνωστική εργασία

α) _____
β) _____
γ) _____

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στην πρώτη άσκηση».

«Βλέπετε τρεις γραμμές α) έως γ). Θα σας υπαγορεύσω τρεις αριθμούς για να τους γράψετε με νούμερα τον έναν κάτω από τον άλλο.

Αυτοί είναι οι τρεις αριθμοί:

→ Διαβάστε κάθε αριθμό δύο φορές!

Μετά τον πρώτο/δεύτερο αριθμό, πείτε: Τώρα ακούστε τον επόμενο αριθμό.

α) πέντε χιλιάδες ογδόντα εννέα (5.089)

β) σαράντα τρεις χιλιάδες πέντε (43.005)

γ) τριακόσιες χιλιάδες πεντακόσια (300.500)

Τώρα ας δούμε την επόμενη άσκηση. Μη γυρίσετε ακόμη τη σελίδα!”



## 3α Προσθέτοντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση

### Παράδειγμα

«Η επόμενη εργασία αφορά το τι είναι περισσότερο από έναν δεδομένο αριθμό. Σας δίνω ένα παράδειγμα:

Γράψτε 1 περισσότερο από 236: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Ένα περισσότερο από 236 είναι .... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) .. 237.**

→ Γράψτε 237 στη γραμμή δίπλα από το 236

Επόμενο παράδειγμα:

→ Γράψτε 10 περισσότερο από 350: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Δέκα περισσότερο από 350 είναι ... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) ... 360.**

→ Γράψτε 360 στη γραμμή δίπλα από το 350

Τελευταίο παράδειγμα:

→ Γράψτε 100 περισσότερο από 570: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Εκατό περισσότερο από 570 είναι ... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) ... 670.”**

→ write 670 στη γραμμή δίπλα από το 570

### Διαγνωστική εργασία

1 περισσότερο από 9.899: \_\_\_\_\_

10 περισσότερο από 4.590: \_\_\_\_\_

100 περισσότερο από 3.900: \_\_\_\_\_

Δεν υπάρχει  
χρονικό όριο!

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στην άσκηση

Εδώ βλέπετε τρεις αριθμούς.

Σκοπός σας είναι να βρείτε πόσο είναι 1 περισσότερο, μετά 10 περισσότερο, μετά 100 περισσότερο. Σκεφτείτε προσεκτικά και γράψτε τους σωστούς αριθμούς στις γραμμές.

Αλλά αυτή τη φορά πρόκειται πάντα για το τι είναι μικρότερο από τον δεδομένο αριθμό.

Μόλις τελειώσετε, αφήστε το μολύβι σας κάτω  
Ακολουθεί ένα παράδειγμα:

Τώρα θα σας εξηγήσω την επόμενη άσκηση. Μη γυρίσετε ακόμη τη σελίδα!”

→ Γράψτε 1 λιγότερο από 236: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Ένα λιγότερο από 236 είναι .... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) ..**

## 3β Αφαιρώντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση

### Παράδειγμα

“Η επόμενη είναι παρόμοια με αυτή που μόλις κάνατε.

Αλλά αυτή τη φορά πρόκειται πάντα για το τι είναι μικρότερο από τον δεδομένο αριθμό.

Ακολουθεί ένα παράδειγμα:

→ Γράψτε 1 λιγότερο από 236: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Ένα λιγότερο από 236 είναι .... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) .. 235.”**

→ Γράψτε 235 στη γραμμή δίπλα από το 236

Επόμενο παράδειγμα:

→ Γράψτε 10 λιγότερο από 350: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Δέκα λιγότερο από 350 είναι ... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) ... 340.**

→ Γράψτε 340 στη γραμμή δίπλα από το 350

Τελευταίο παράδειγμα:

→ Γράψτε 100 λιγότερο από 570: \_\_\_\_\_ στον πίνακα

**Εκατό λιγότερο από 570 είναι ... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) ... 470.”**

→ Γράψτε 470 στη γραμμή δίπλα από το 570

### Διαγνωστική εργασία

1 λιγότερο από 7.000: \_\_\_\_\_

10 λιγότερο από 3.500: \_\_\_\_\_

100 λιγότερο από 4.000: \_\_\_\_\_

Δεν υπάρχει  
χρονικό όριο!

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στην επόμενη άσκηση

Εδώ βλέπετε τρεις αριθμούς.

Πρέπει να βρείτε πόσο είναι 1 λιγότερο, μετά 10 λιγότερο, μετά 100 λιγότερο. Γράψτε τους σωστούς αριθμούς στις γραμμές.

Μόλις τελειώσετε, αφήστε το μολύβι σας κάτω.

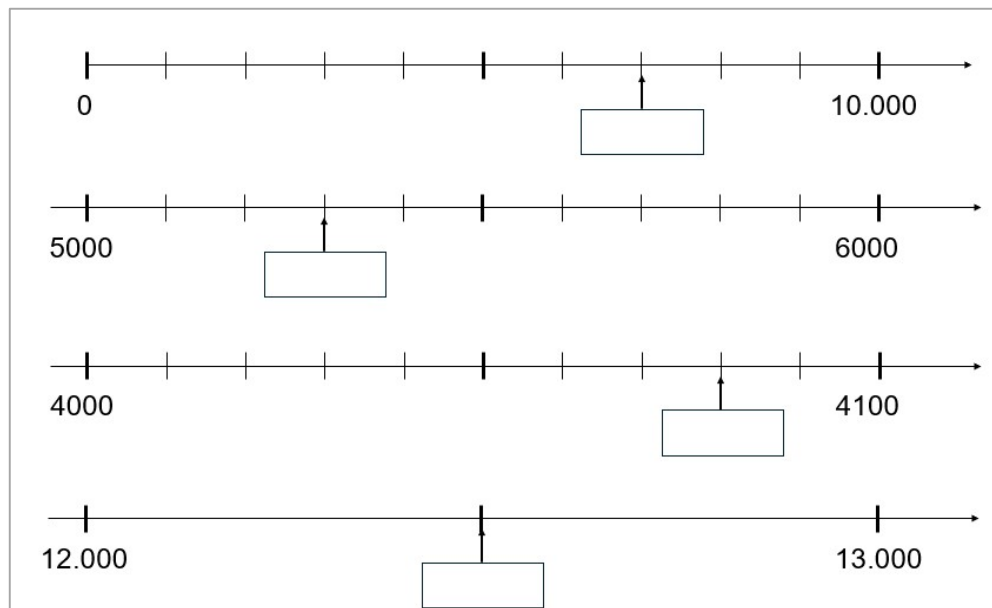
Τώρα περνάμε στην επόμενη άσκηση. Αυτή τη φορά, δεν χρειαζόμαστε παράδειγμα. Παρακαλώ γυρίστε στην επόμενη σελίδα».

## 4 Αριθμοί στην αριθμογραμμή

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

Διαγνωστική εργασία

Δεν υπάρχει χρονικό όριο!



«Εδώ βλέπετε τέσσερις διαφορετικές αριθμογραμμές. Γράψτε τους αριθμούς που λείπουν στα κουτάκια. Το βέλος δείχνει τον αριθμό που ψάχνετε.

**Αλλά κοιτάξτε προσεκτικά! Οι αριθμογραμμές είναι όλες διαφορετικές. Σε κάθε αριθμογραμμή, πρόσεξε τους αριθμούς που είναι ήδη γραμμένοι και πόσα σημάδια υπάρχουν μεταξύ αυτών των αριθμών!**

Μόλις τελειώσετε, αφήστε κάτω το μολύβι σας παρακαλώ. Μην γυρίσετε ακόμα τη σελίδα. Πρώτα θα σας εξηγήσω την επόμενη εργασία».

## 5 Υποδιπλασιασμός αριθμών έως 10.000

### Παράδειγμα

Η επόμενη εργασία αφορά τον υποδιπλασιασμό.

Ακολουθεί ένα παράδειγμα:

→ Γράψτε το μισό του 400: \_\_\_\_ στον πίνακα

Το μισό του 400 είναι ... (Αφήστε τους/τις μαθητές/τριες να απαντήσουν πρώτα) .. 200.”

→ Γρέψτε το μισό του 400: 200 στον πίνακα

### Διαγνωστική εργασία

Μισό του 1.000: \_\_\_\_\_

Μισό του 500: \_\_\_\_\_

Μισό του 3.000: \_\_\_\_\_

Μισό του 700: \_\_\_\_\_

Χρονικό όριο: 30 δευτ.

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στη νέα άσκηση.

Βλέπετε άλλους τέσσερις αριθμούς. Γράψτε το μισό αυτών των τεσσάρων αριθμών.

Ξεκινήστε τώρα!

→ Μετρήστε μέχρι το 30 στο μυαλό σας!

Τώρα αφήστε κάτω το μολύβι σας. Δεν πειράζει, αν δεν έχετε τελειώσει ακόμα. Σε παρακαλώ, μη γράφεις άλλο σε αυτή τη σελίδα, αλλά άκουσε με. Θα σας εξηγήσω την επόμενη εργασία. ΜΗΝ γυρίσετε ακόμα τη σελίδα».

## 6α Νοεροί υπολογισμοί: Πρόσθεση και αφαίρεση

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

α)  $248 + 252 =$  \_\_\_\_\_

β)  $637 + 199 =$  \_\_\_\_\_

γ)  $723 - 24 =$  \_\_\_\_\_

δ)  $453 - 199 =$  \_\_\_\_\_

Χρονικό όριο: 60 δευτ.

«Η επόμενη άσκησή μας αφορά την πρόσθεση και την αφαίρεση. Στην επόμενη σελίδα, θα δείτε δύο ασκήσεις πρόσθεσης και δύο ασκήσεις αφαίρεσης.

Ρίξτε μια καλή ματιά στους αριθμούς, πριν αρχίσετε να υπολογίζετε. Πρόκειται για ειδικούς αριθμούς, προσπαθήστε να βρείτε έναν **εύκολο** τρόπο υπολογισμού.

Υπολογίστε στο μυαλό σας και απλά γράψτε τα αποτελέσματα.

### Τώρα γυρίστε τη σελίδα στην επόμενη εργασία.

Όπως είπαμε: Κοιτάξτε τους αριθμούς, πριν υπολογίσετε, και να είστε προσεκτικοί: Πρώτα υπάρχουν δύο ασκήσεις πρόσθεσης και μετά δύο ασκήσεις αφαίρεσης. Ξεκινήστε τώρα.

→ Μετρήστε μέχρι το 60 στο μυαλό σας!

Παρακαλώ αφήστε κάτω το μολύβι σας τώρα.

Για άλλη μια φορά, δεν πειράζει αν δεν έχετε τελειώσει ακόμα!

Σας παρακαλώ, μη γράφετε άλλο σε αυτή τη σελίδα, αλλά ακούστε με.

Θα σας εξηγήσω την επόμενη εργασία».

## 6β Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

α)  $3600 + 900 = \underline{\hspace{2cm}}$

β)  $56.000 + 8.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

γ)  $3.200 - 700 = \underline{\hspace{2cm}}$

δ)  $54.000 - 5.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

Χρονικό όριο: 60 δευτ.

«Στην επόμενη σελίδα, θα βρείτε μερικές ακόμη ασκήσεις.

Γυρίστε τώρα τη σελίδα για την επόμενη άσκηση.

Πάλι: Ρίξτε μια καλή ματιά στους αριθμούς και δώστε προσοχή στο συν και στο μείον.

Ξεκινήστε τώρα.

→ *Μετρήστε μέχρι το 60 στο μυαλό σας!*

Αφήστε το μολύβι σας κάτω τώρα.

Για άλλη μια φορά, δεν πειράζει, αν δεν έχετε τελειώσει ακόμα!

Σας παρακαλώ, γυρίστε στην επόμενη σελίδα».

## 7α Κάθετη πρόσθεση

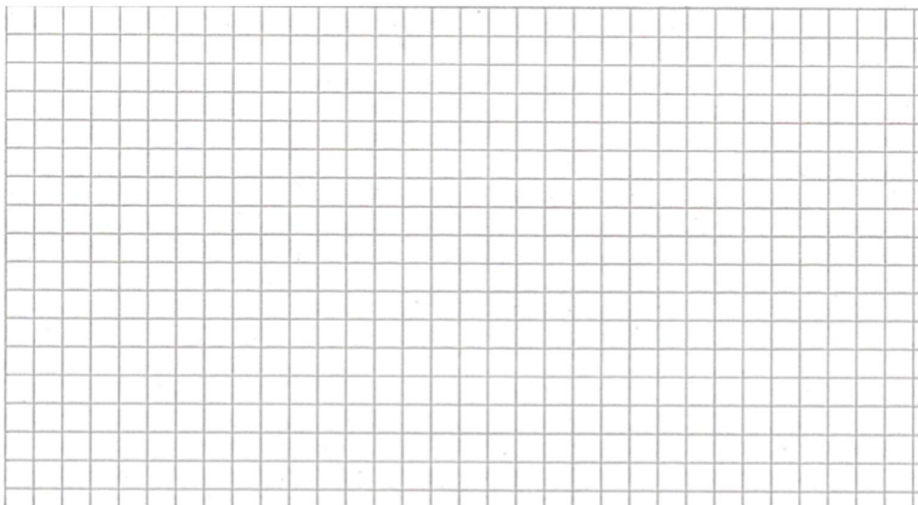
Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

Δεν υπάρχει χρονικό όριο!

a)  $548 + 36$

b)  $760 + 564$



«Εδώ θα βρείτε δύο ακόμη ασκήσεις πρόσθεσης.

Αυτή τη φορά, πρέπει να γίνουν με τη χρήση κάθετης πρόσθεσης.

Ξεκινήστε κάθε άσκηση γράφοντας τους δύο αριθμούς τον έναν κάτω από τον άλλο και στη συνέχεια κάντε τον υπολογισμό.

Μόλις τελειώσετε, αφήστε κάτω το μολύβι σας παρακαλώ.

Μην γυρίσετε ακόμα στην επόμενη σελίδα».

## 7β Κάθετη αφαίρεση

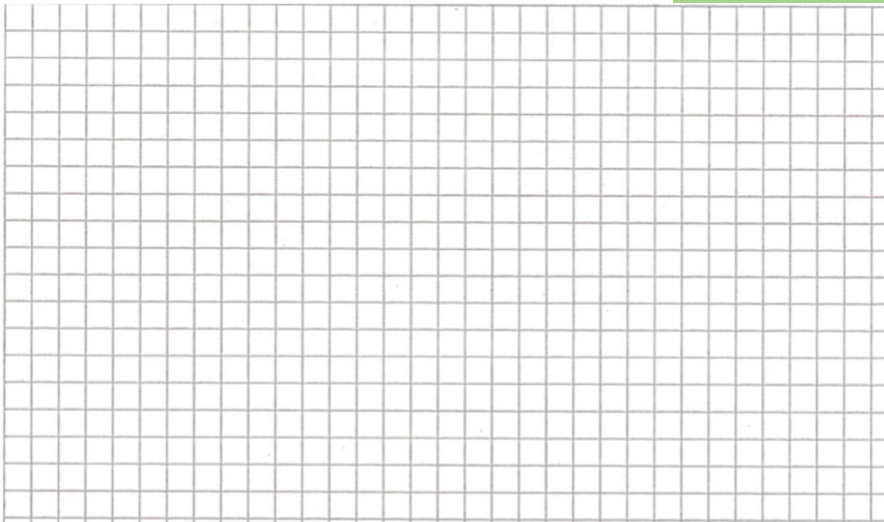
Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

a) 711 – 67

b) 806 – 534

Δεν υπάρχει χρονικό όριο!



«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας. Θα βρείτε δύο ακόμη ασκήσεις, αυτή τη φορά πρόκειται για την αφαίρεση.

Οι ασκήσεις θα πρέπει να γίνουν με τη χρήση της κάθετης αφαίρεσης.

Ξεκινήστε κάθε άσκηση γράφοντας τους δύο αριθμούς τον έναν κάτω από τον άλλο και στη συνέχεια κάντε τον υπολογισμό.

Μόλις τελειώσετε, αφήστε κάτω το μολύβι σας παρακαλώ.

Μην γυρίσετε ακόμα στην επόμενη σελίδα, αλλά περιμένετε μέχρι να σας πω εγώ να το κάνετε».

## 8 Λειτουργική κατανόηση πρόσθεσης/αφαίρεσης

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

Ο Ντέιβιντ είναι 35 ετών. Είναι 4 χρόνια μεγαλύτερος από την Ελένη. Πόσο χρονών είναι η Ελένη;

Ο υπολογισμός μου:

Η απάντησή μου: Η Ελένη είναι \_\_\_\_\_ χρονών.

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας.

Η επόμενη εργασία είναι ένα λεκτικό πρόβλημα. Σας το διαβάζω:

Ο Ντέιβιντ είναι 35 ετών. Είναι 4 χρόνια μεγαλύτερος από την Ελένη. Πόσο χρονών είναι η Ελένη;

→ Διαβάστε το δύο φορές!

Γράψτε τον υπολογισμό σας και την απάντησή σας.

Μόλις τελειώσετε, αφήστε το μολύβι σας κάτω και περιμένετε.

Πριν γυρίσετε τη σελίδα, σας εξηγώ την επόμενη άσκηση.

Πρόκειται για τον πολλαπλασιασμό.

Προσπαθήστε να γράψετε τα αποτελέσματα όσο πιο γρήγορα μπορείτε, αλλά προσπαθήστε επίσης να έχετε όλα τα αποτελέσματα σωστά!»

## 9 Βασικά στοιχεία πολλαπλασιασμού

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

$6 \times 1 =$ _____
$10 \times 8 =$ _____
$7 \times 5 =$ _____
$8 \times 4 =$ _____
$9 \times 0 =$ _____
$7 \times 9 =$ _____

Χρονικό όριο: 30  
δευτ.

“Τώρα μπορείτε να γυρίσετε τη σελίδα.

Εδώ είναι οι ασκήσεις που πρέπει να λύσετε. Ξεκινήστε τώρα!

→ Μετρήστε μέχρι το 30 στο μυαλό σας!

Παρακαλώ αφήστε κάτω το μολύβι σας τώρα.

Μην αγχώνεστε, δεν πειράζει, αν δεν έχετε ολοκληρώσει ακόμη όλες τις ασκήσεις!

Μην γράφετε άλλο σε αυτή τη σελίδα, σας εξηγώ την επόμενη άσκηση:

Στην επόμενη σελίδα, θα βρείτε κάποιες ασκήσεις διαίρεσης.

Και πάλι, προσπαθήστε να γράψετε τα αποτελέσματα όσο πιο γρήγορα μπορείτε, αλλά προσπαθήστε επίσης να έχετε όλα τα αποτελέσματα σωστά!

Και χωρίς άγχος - απλά κάντε το όσο καλύτερα μπορείτε!

Γυρίστε τη σελίδα στην επόμενη εργασία τώρα!»

## 10 Βασικά στοιχεία διαίρεσης

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

$$80 : 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$28 : 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$30 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 : 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$72 : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Χρονικό όριο: 30  
ΛΣΙΤ

«Εδώ είναι οι ασκήσεις διαίρεσης. Ξεκινήστε τώρα!

→ Μετρήστε μέχρι το 30 στο μυαλό σας!

Παρακαλώ αφήστε κάτω το μολύβι σας τώρα.

Για άλλη μια φορά: Δεν υπάρχει κανένα πρόβλημα αν δεν έχετε ολοκληρώσει ακόμα όλες τις ασκήσεις!

Παρακαλώ γυρίστε στην επόμενη σελίδα!»

## 11 Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

### Διαγνωστική εργασία

α)	$7 \times 5.000 =$	_____
β)	$50 \times 20 =$	_____
.....		
γ)	$60.000 : 100 =$	_____
δ)	$3.000 : 5 =$	_____

Δεν υπάρχει χρονικό όριο!

«Εδώ βλέπετε δύο ασκήσεις πολλαπλασιασμού και δύο ασκήσεις διαίρεσης. Αυτή τη φορά, οι αριθμοί είναι μεγάλοι, οπότε δεν πειράζει αν χρειαστείτε λίγο περισσότερο χρόνο.

Δώστε προσοχή στα μηδενικά.

Κάντε τις ασκήσεις στο μυαλό σας και γράψτε μόνο το αποτέλεσμα. Να είστε προσεκτικοί: Πρώτα υπάρχουν δύο πολλαπλασιασμοί, αλλά στη συνέχεια υπάρχουν δύο ασκήσεις διαίρεσης!

Ξεκινήστε τώρα. Μόλις τελειώσετε, αφήστε το μολύβι κάτω και περιμένετε....

Μπράβο! Τώρα κάνατε πραγματικά πολλούς υπολογισμούς!

Θα συνεχίσουμε. Υπάρχουν μόνο λίγες ακόμα ασκήσεις να κάνουμε, και δεν υπάρχουν άλλοι υπολογισμοί.

Παρακαλώ γυρίστε στην επόμενη σελίδα.

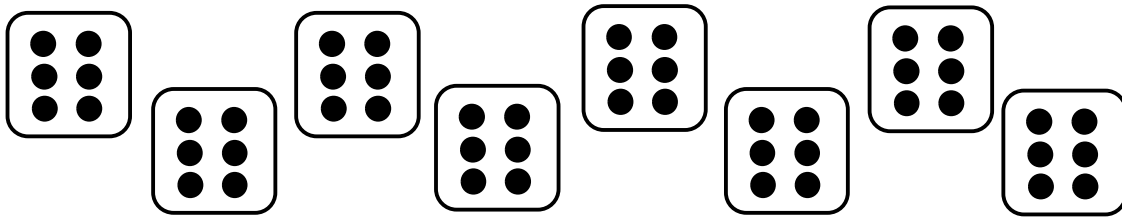
## 12 Λειτουργική κατανόηση: Αναπαραστάσεις

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

Δεν υπάρχει χρονικό όριο!

### Διαγνωστική εργασία

Υπάρχει μία πράξη για να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό των κουκκίδων παρακάτω



Σημειώστε τον πολλαπλασιασμό που ταιριάζει με την εικόνα!

Δεν χρειάζεται να γράψετε τον συνολικό αριθμό των κουκκίδων που προκύπτει!

Η πράξη μου: \_\_\_\_\_

«Κοιτάξτε αυτή την εικόνα. Για να υπολογίσετε το συνολικό αριθμό των κουκκίδων, θα μπορούσατε να μετρήσετε όλες τις κουκκίδες, αλλά αυτό είναι μάλλον κουραστικό. Αλλά είναι επίσης δυνατό να βρείτε αυτόν τον συνολικό αριθμό κουκκίδων με μία πράξη.

Η άσκηση είναι να γράψετε αυτήν την πράξη.

Δεν χρειάζεται να γράψετε το αποτέλεσμα, αλλά μόνο την πράξη που οδηγεί στον συνολικό αριθμό των κουκκίδων που φαίνονται στην εικόνα!

Γράψτε την πράξη στη γραμμή!

Μόλις τελειώσετε, αφήστε κάτω το μολύβι σας παρακαλώ και περιμένετε....

Τώρα γυρίστε στην επόμενη σελίδα. Είναι η τελευταία μας άσκηση. Επιτρέψτε μου πρώτα να σας το εξηγήσω».

### 13 Λειτουργική κατανόηση: Λεκτικά προβλήματα

Δεν χρειάζεται παράδειγμα

Δεν υπάρχει χρονικό όριο!

#### Διαγνωστική εργασία

α)	Ένας αρτοποιός αγοράζει 24 πακέτα αυγών. Σε κάθε πακέτο υπάρχουν 6 αυγά. Πόσα αυγά αγοράζει ο αρτοποιός;	$24 : 6$	1
β)	24 αυγά συσκευάζονται σε πακέτα. Κάθε πακέτο περιέχει 6 αυγά. Πόσα πακέτα γεμίζουν;	$24 - 6$	2
γ)	Υπάρχουν 24 αυγά στο ψυγείο. Ο μάγειρας παίρνει 6 αυγά από το ψυγείο. Πόσα αυγά παραμένουν στο ψυγείο;	$24 \times 6$	3
		$24 + 6$	4

«Εδώ βλέπετε τρία διαφορετικά λεκτικά προβλήματα και τέσσερις διαφορετικούς υπολογισμούς, όλοι με τους ίδιους αριθμούς.

Θα διαβάσω πρώτα τα τρία λεκτικά προβλήματα που φαίνονται εδώ στην αριστερή πλευρά.

→ Διαβάστε το ένα μετά το άλλο!

Στη δεξιά πλευρά βλέπετε τέσσερις πράξεις.

Ποια πράξη ταιριάζει σε καθένα από τα τρία λεκτικά προβλήματα;

Σχεδιάστε μια γραμμή μεταξύ κάθε λεκτικού προβλήματος και της αντίστοιχης πράξης. Δεν χρειάζεται να υπολογίσετε και να γράψετε το αποτέλεσμα. Απλώς συνδέστε κάθε πρόβλημα με την πράξη που ταιριάζει.

Φυσικά, μία από τις πράξεις δεν ταιριάζει σε κανένα από τα προβλήματα!

Μόλις τελειώσετε, αφήστε κάτω το στυλό σας παρακαλώ και κλείστε το τετράδιο σας. Θα έρθω να το μαζέψω».

→ Αφού συγκεντρώσετε όλα τα φυλλάδια, ευχαριστήστε τα παιδιά για τη σκληρή δουλειά τους και επιβραβεύστε τα με ένα παιχνίδι ή ...

### 3) Εξηγήσεις και προτάσεις υποστήριξης για κάθε εργασία του Διαγνωστικού τεστ *DiToM 4+*

#### Εργασία 1: Κατανόηση αριθμών

a)	5,089
b)	43,005
c)	300,500

#### Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία

Αυτή η δραστηριότητα αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να μετατρέψουν αυτό που ακούν στον σωστό γραπτό αριθμό, δηλαδή να τοποθετήσουν τα ψηφία στη σωστή σειρά..

#### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Το να μπορείς να ακούσεις έναν αριθμό και να τον γράψεις σωστά σε ψηφία είναι μια θεμελιώδης αριθμητική δεξιότητα, επειδή δείχνει ότι οι μαθητές μπορούν:

- Μεταφράζουν μεταξύ προφορικών και γραπτών αναπαραστάσεων, κάτι που είναι ζωτικής σημασίας για την παρακολούθηση μαθηματικών οδηγιών, την ερμηνεία προβλημάτων με λέξεις και τη σαφή επικοινωνία μαθηματικών ιδεών.
- Χειρίζονται άπαιστα τους αριθμούς, πράγμα που σημαίνει ότι είναι καλύτερα προετοιμασμένοι για την αριθμητική, τη σύγκριση και την ταξινόμηση αριθμών, την αναγνώριση αριθμητικών μοτίβων.
- Χρησιμοποιούν την εργαζόμενη μνήμη και την προσοχή, πράγμα που σημαίνει ότι οι μαθητές μπορούν να κρατήσουν τον αριθμό στο μυαλό τους και να ταξινομήσουν τα ψηφία σωστά, ενισχύοντας τις συνολικές δεξιότητες σκέψης και μνήμης.
- Εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για τους αριθμούς σε καθημερινές καταστάσεις, για παράδειγμα γράφοντας ημερομηνίες, μετρήσεις και προσωπικές πληροφορίες.

#### Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σήματα μπορούν να αναμένονται με αυτή την εργασία;

Όταν ζητείται από τους μαθητές να γράψουν αριθμούς όπως 5.089, 43.005 ή 300.500, μπορούν να συμβούν διάφορα είδη λαθών, το καθένα από τα οποία υποδηλώνει διαφορετικές προκλήσεις στην επεξεργασία και καταγραφή των αριθμών. Μπορεί να τοποθετούν σε λάθος θέση ή να αντιστρέφουν ψηφία, για παράδειγμα γράφοντας 5.089 ως 5.809, κάτι που δείχνει δυσκολία στη διατήρηση της σωστής σειράς των ψηφίων. Οι αριθμοί που περιέχουν μηδενικά στη μέση ή ανάμεσα σε ψηφία συχνά παρουσιάζουν ιδιαίτερα προβλήματα, καθώς οι μαθητές μπορεί να παραλείψουν ή να τοποθετήσουν λάθος αυτά τα μηδενικά, για παράδειγμα γράφοντας το 43.005 ως 4305, ή το 300.500 ως 3.005.000. Ορισμένα παιδιά μπορεί επίσης να δυσκολεύονται με τη χρήση των διαχωριστικών, είτε παραλείποντάς τα εντελώς είτε ερμηνεύοντας λανθασμένα το κόμμα ή την τελεία ως δεκαδικό σημείο. Επιπλέον, μπορεί να παραλείπουν ολόκληρα τμήματα του αριθμού, υποδηλώνοντας προβλήματα με την εργαζόμενη μνήμη ή τη διατήρηση της προσοχής κατά τη διάρκεια της γραφής. Οι μαθητές μπορεί επίσης να ακούσουν λάθος ή να παρεξηγήσουν τον αριθμό, μπερδεύοντας παρόμοια ακουγόμενα ψηφία ή απαιτώντας να επαναληφθεί ο αριθμός αρκετές φορές, κάτι που μπορεί να υποδηλώνει δυσκολίες στην ακουστική κατανόηση ή τη συγκέντρωση. Ένα άλλο πιθανό λάθος είναι ότι οι μαθητές γράφουν τις λέξεις με τη σειρά που τις ακούνε: πέντε χιλιάδες ογδόντα εννέα ως 5.000.809.

#### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Τα παιδιά που δυσκολεύονται να γράψουν αριθμούς που διαβάζονται δυνατά συχνά ωφελούνται από υποστήριξη που επικεντρώνεται στην αναγνώριση μοτίβων στους αριθμούς, αντί στη συγγραφή κάθε ψηφίου ξεχωριστά. Για αριθμούς με περισσότερα από τέσσερα ψηφία, είναι χρήσιμο να δείξουμε στους μαθητές ότι οι αριθμοί αποτελούνται από επαναλαμβανόμενες ομάδες τριών ψηφίων – Εκατοντάδες, Δεκάδες και Μονάδες – και πώς αυτές οι ομάδες σχηματίζουν χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδες και παραπέρα. Η χρήση οπτικών εργαλείων όπως γραφημάτων, πινάκων αριθμών ή μαθηματικών ταμπλό μπορεί να κάνει αυτά τα μοτίβα πιο εύκολα κατανοητά. Η εξάσκηση θα πρέπει να ενθαρρύνει τους μαθητές να γράφουν κάθε ομάδα ως ενιαίο σύνολο και να συνδέουν τον προφορικό αριθμό με αυτά τα μπλοκ, αντί να επικεντρώνονται μόνο σε μεμονωμένα ψηφία. Η ενίσχυση των δεξιοτήτων ακρόασης, μνήμης και ακολουθίας παραμένει χρήσιμη, αλλά ο κύριος στόχος είναι να βοηθηθούν οι

μαθητές να αναγνωρίσουν και να χρησιμοποιήσουν τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα σε μεγάλους αριθμούς, ώστε να μπορούν να τα γράφουν με ακρίβεια και αυτοπεποίθηση. Επίσης, οι προφορικές ασκήσεις στις οποίες οι δάσκαλοι μετρούν δυνατά σε βήματα των 10 ή των 100 ενώ γράφουν τους αριθμούς, μπορεί να είναι μια χρήσιμη προσέγγιση.

## Εργασία 2: Σύγκριση αριθμών

α)	6,001	5,999
β)	7,955	7,599
γ)	99,899	102,101

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να συγκρίνουν πολυψήφιους αριθμούς και να αναπαραστήσουν τη σύγκριση με ακρίβεια χρησιμοποιώντας τα σύμβολα "μεγαλύτερο από", "μικρότερο από" ή "ίσο με".

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η σύγκριση αριθμών είναι μια βασική δεξιότητα επειδή είναι θεμελιώδης για την κατανόηση του μεγέθους και της σειράς των αριθμών. Όταν οι μαθητές συγκρίνουν αριθμούς, αρχίζουν να αναγνωρίζουν μοτίβα στα ψηφία και πώς αυξάνονται ή μειώνονται οι αριθμοί, κάτι που υποστηρίζει την ανάπτυξη της κατανόησης της θέσης της αξίας. Αυτή η δεξιότητα ενισχύει επίσης τη λογική σκέψη και τη λήψη αποφάσεων, καθώς οι μαθητές πρέπει να αναλύουν προσεκτικά τους αριθμούς για να καθορίσουν ποιος είναι μεγαλύτερος, μικρότερος ή αν είναι ίσοι. Η σύγκριση αριθμών αποτελεί τη βάση για πολλές μελλοντικές μαθηματικές εργασίες, συμπεριλαμβανομένης της κατανόησης των ανισοτήτων, της επίλυσης αριθμητικών προβλημάτων και της εργασίας με δεκαδικούς αριθμούς.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Όταν ζητείται από τους μαθητές να τοποθετήσουν το σωστό σύμβολο (<, >, =) μεταξύ αριθμών όπως το 5.999 και το 6.001, στη συνέχεια μεταξύ του 7.955 και του 7.599, ή μεταξύ του 99.899 και του 102.101, μπορεί να εμφανιστούν αρκετά συνηθισμένα λάθη. Ένα κοινό λάθος είναι να επικεντρωνόμαστε στο τελευταίο ψηφίο αντί για ολόκληρο τον αριθμό. Για παράδειγμα, ένας μαθητής μπορεί να γράψει  $5.999 > 6.001$  επειδή το 9 είναι μεγαλύτερο από το 1 στη θέση των μονάδων. Ομοίως, στο παράδειγμα με τους αριθμούς 7.955 και 7.599, ένας μαθητής μπορεί να συγκρίνει μόνο τα δύο τελευταία ψηφία (55 έναντι 99) και να καταλήξει εσφαλμένα στο συμπέρασμα ότι  $7.955 < 7.599$ , αγνοώντας τη θέση των εκατοντάδων. Ένα άλλο συχνό λάθος είναι η σύγχυση στον αριθμό των ψηφίων, όπου οι μαθητές πιστεύουν ότι το 99.899 είναι μεγαλύτερο από το 102.101 επειδή το «99...» φαίνεται μεγαλύτερο από το «10...». Κάποιοι μπορεί επίσης να κάνουν κατάχρηση του σημείου ίσον, για παράδειγμα, γράφοντας  $7.955 = 7.599$  επειδή οι αριθμοί μοιάζουν πολύ. Υπάρχει επίσης η πιθανότητα λαθών στον προσανατολισμό των συμβόλων, όπου ένας μαθητής γνωρίζει ότι το 5.999 είναι μικρότερο από το 6.001, αλλά παρόλα αυτά γράφει  $5.999 > 6.001$ , δείχνοντας σύγχυση σχετικά με την κατεύθυνση του συμβόλου της ανισότητας. Προειδοποιητικά σημάδια που πρέπει να προσέξετε περιλαμβάνουν μαθητές που κάνουν συγκρίσεις αργά ή με δισταγμό, βασίζονται σταθερά μόνο στο τελευταίο ψηφίο, χρησιμοποιούν επανειλημμένα το "=" ως ασφαλή εικασία ή εφαρμόζουν ελαττωματικά συντομύματα, όπως "το μεγαλύτερο τελευταίο ψηφίο σημαίνει μεγαλύτερο αριθμό". Όλα αυτά υποδεικνύουν παρεξηγήσεις σχετικά με την αξία θέσης ή τη σωστή χρήση των συμβόλων σύγκρισης.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Όταν οι μαθητές δυσκολεύονται να συγκρίνουν αριθμούς, παρατηρούμε συχνά δύο κύριους τύπους λαθών. Ορισμένοι μαθητές γνωρίζουν ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος, αλλά χρησιμοποιούν το λάθος σύμβολο (<, >, =), ενώ άλλοι δυσκολεύονται να προσδιορίσουν ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος, μερικές φορές μπερδεύονται από την αξία θέσης των μονοψήφιων αριθμών. Η υποστήριξη μπορεί να προσαρμοστεί σε κάθε κατάσταση. Για τους μαθητές που μπερδεύουν τα σύμβολα, είναι χρήσιμο να διδάξουμε τη σημασία κάθε συμβόλου, να τους ζητήσουμε να εκφράσουν φωναχτά το σκεπτικό τους πριν γράψουν και να τους παρέχουμε εξάσκηση επικεντρωμένη στη σωστή χρήση των συμβόλων. Για τους μαθητές που δυσκολεύονται να καταλάβουν ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος, οι δάσκαλοι μπορούν να τους καθοδηγήσουν να συγκρίνουν τους αριθμούς ψηφίο προς ψηφίο από αριστερά προς τα δεξιά, να ξεκινήσουν με απλούστερους ακέραιους αριθμούς πριν προχωρήσουν σε μεγαλύτερους αριθμούς και δεκαδικούς, και να τους ενθαρρύνουν να εξηγήσουν τον τρόπο σκέψης τους, ώστε να αναπτύξουν γνήσια κατανόηση αντί απλώς να ακολουθούν κανόνες.

## Εργασία 3α: Προσθέτοντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την κατανόηση των μαθητών για την αξία θέσης και την ικανότητά τους να προσθέτουν σωστά 1, 10 ή 100, συμπεριλαμβανομένης της διαχείρισης της ομαδοποίησης ή της μεταφοράς, και της ακριβούς εργασίας με πολυψήφιους αριθμούς.

1 περισσότερο από 9,899: \_\_\_\_\_

10 περισσότερο από 4,590: \_\_\_\_\_

100 περισσότερο από 3,900: \_\_\_\_\_

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η προσθήκη του 1, του 10 ή του 100 με ομαδοποίηση είναι μια βασική δεξιότητα επειδή βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν πώς αλλάζουν οι αριθμοί ανάλογα με την αξία θέσης. Ενισχύει την ιδέα ότι τα ψηφία σε διαφορετικές θέσεις αντιπροσωπεύουν διαφορετικές αξίες και δείχνει πώς να κάνουμε μεταφορά ή "συσσωμάτωση" όταν ένα ψηφίο υπερβαίνει το 9. Η κατάκτηση αυτής της δεξιότητας είναι απαραίτητη για τον νοερό υπολογισμό, την πρόσθεση με μεγαλύτερους αριθμούς και αργότερα για τις αριθμητικές πράξεις, καθώς χτίζει τόσο την εννοιολογική κατανόηση όσο και την διαδικαστική ευχέρεια. Βοηθά επίσης τους μαθητές να αναγνωρίζουν μοτίβα στους αριθμούς και να εφαρμόζουν την πρόσθεση σε πρακτικές, πραγματικές καταστάσεις.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Τα παιδιά μπορεί να προσθέσουν σε λάθος θέση, για παράδειγμα προσθέτοντας 100 στο 3.900 και γράφοντας 3.910 αντί για 4.000, ή προσθέτοντας 10 στο 4.590 και γράφοντας 4.690. Οι μαθητές μπορεί να μην μεταφέρουν ή να μην ομαδοποιούν σωστά, μη συνειδητοποιώντας ότι η προσθήκη του 1 στο 9.899 αυξάνει τα ψηφία των δεκάδων και των εκατοντάδων όπως χρειάζεται για να φτάσουν το 9.900.

Μπορεί να παρεξηγήσουν τι σημαίνει «1 επιπλέον», «10 επιπλέον» ή «100 επιπλέον», εφαρμόζοντας την πρόσθεση στο λάθος ψηφίο. Ένα άλλο συνηθισμένο λάθος είναι η εσφαλμένη εφαρμογή απλών μοτίβων, όπως η συνεχής αύξηση του τελευταίου ψηφίου ή η αύξηση μόνο κατά μία θέση ανεξάρτητα από τη δομή του αριθμού. Αυτά τα λάθη συχνά υποδεικνύουν δυσκολίες στην κατανόηση της αξίας θέσης, στη μεταφορά/ομαδοποίηση και στη σύνδεση της πρόσθεσης με τη σωστή θέση σε πολυψήφιους αριθμούς, τα οποία είναι απαραίτητα για την ακριβή υπολογιστική και την προφορική αριθμητική.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Αν ένα παιδί δυσκολεύεται να προσθέσει 1, 10 ή 100, είναι σημαντικό πρώτα να αξιολογήσουμε την κατανόησή του για το δεκαδικό σύστημα και την αξία θέσης. Η υποστήριξη μπορεί να ξεκινήσει με συγκεκριμένες δραστηριότητες χρησιμοποιώντας υλικά χειρισμού, όπως μονάδες, δεκάδες και εκατοντάδες, για να σχηματίσουν δεσμίδες και να τους βοηθήσουν να δουν πώς αλλάζουν οι αριθμοί κατά την πρόσθεση. Στη συνέχεια, επικεντρωθείτε σε εργασίες όπου απαιτείται κράτημα/δέσιμο, για παράδειγμα, προσθέτοντας 1 στο 9.899 ή 100 στο 3.900. Σταδιακά, τα παιδιά θα πρέπει να εξασκηθούν στην επίλυση αυτών των εργασιών χωρίς υλικά, βασιζόμενα στις προηγούμενες συγκεκριμένες εμπειρίες τους. Καθ' όλη τη διάρκεια, ενθαρρύνετε τα παιδιά να εκφράσουν φωναχτά τη συλλογιστική τους, αρχικά με καθοδήγηση και αργότερα ανεξάρτητα, για να υποστηρίξετε την ενσωμάτωση της αρχής της ομαδοποίησης και την ακριβή πρόσθεση.

## Εργασία 3β: Αφαιρώντας 1/10/100 μαζί με ομαδοποίηση

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την κατανόηση των μαθητών για την αξία θέσης και την ικανότητά τους να αφαιρούν σωστά 1, 10 ή 100, συμπεριλαμβανομένης της διαχείρισης της αποσύνθεσης ή του δανεισμού, και της ακριβούς εργασίας με πολυψήφιους αριθμούς.

1 λιγότερο από 7,000: \_\_\_\_\_

10 λιγότερο από 3,500: \_\_\_\_\_

100 λιγότερο από 4,000: \_\_\_\_\_

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η καλή κατανόηση του δεκαδικού συστήματος θέσης αξίας αποτελεί τη βάση για τον ευέλικτο υπολογισμό με πολυψήφιους αριθμούς (και αργότερα δεκαδικούς αριθμούς), καθώς και για τη σύνδεση αυτών των αριθμών μεταξύ τους και με τον κόσμο στον οποίο ζούμε (π.χ., εκτίμηση, πρόχειροι υπολογισμοί και σωστή αξιολόγηση των ποσοτικών αναλογιών σε καταστάσεις της πραγματικής ζωής).

Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων που περιλαμβάνουν την αποσύνθεση δεκαδικών μονάδων υποδηλώνει υψηλότερο επίπεδο κατανόησης από προβλήματα που περιλαμβάνουν τη σύνθεση. Οι δυσκολίες με την αποσύνθεση είναι πιο συχνές.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Τα παιδιά μπορεί να απαντήσουν ότι το 1 λιγότερο από το 7.000 είναι το 6.999, ή (αν έχουν μάθει ότι τέτοιες απαντήσεις πρέπει να περιλαμβάνουν ένα ή περισσότερα 9άρια) 6.999 (άλλες απαντήσεις είναι πιθανές). 10 λιγότερα από 3.500 μπορεί να είναι, μεταξύ άλλων, 3.400 ή 2.500. 100 λιγότερα από 4.000 μπορεί να είναι 3.000 (μπορεί να εμφανιστούν και άλλες λανθασμένες απαντήσεις).

Εκτός από τα λάθη ή τις μη απαντήσεις, θα πρέπει να θεωρείται προειδοποιητικό σημάδι αν ένα παιδί βασίζεται στην αλγοριθμική αφαίρεση για να βρει απαντήσεις, ακόμα κι αν οι απαντήσεις είναι σωστές. Τα παιδιά θα πρέπει να μπορούν να αναφέρουν τις απαντήσεις γρήγορα, με βάση την κατανόησή τους ότι χίλια ισούνται με δέκα εκατοντάδες, εκατό ισούται με δέκα δεκάδες, και ούτω καθεξής.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

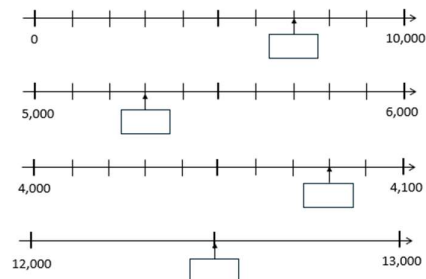
Όπως αναφέρθηκε, η κατανόηση της θέσης της αξίας είναι πολύπλευρη. Εάν ένα παιδί αντιμετωπίζει δυσκολίες με αυτή την εργασία, συνιστάται μια πιο διεξοδική αξιολόγηση της τρέχουσας κατανόησής του για τις αρχές του δεκαδικού συστήματος.

Ανάλογα με τα αποτελέσματα μιας τέτοιας λεπτομερούς διευκρίνισης του επιπέδου μάθησης, μπορεί να είναι απαραίτητο να επανεξεταστεί μια θεμελιώδης έννοια της αρχής της ομαδοποίησης με το παιδί. Είναι σημαντικό να χρησιμοποιούνται δραστηριότητες στις οποίες το παιδί σχηματίζει δεκαδικές ομάδες με κατάλληλα υλικά. Με βάση αυτό, η εστίαση θα πρέπει να μετατοπιστεί σε συγκεκριμένες εργασίες που απαιτούν αποσύνθεση, όπως στην εργασία 3β ή 5 του DiToM (για παράδειγμα, το μισό του 3.000). Όπως πάντα, είναι σημαντικό να βοηθήσουμε τα παιδιά να προχωρήσουν στην επίλυση τέτοιων εργασιών χωρίς υλικά, αξιοποιώντας τις προηγούμενες εμπειρίες τους με υλικές ενέργειες. Για αποτελεσματική εσωτερικευση, τα παιδιά θα πρέπει να ενθαρρύνονται επανειλημμένα να εκφράζουν λεκτικά τις ενέργειές τους, τόσο καθώς τις εκτελούν όσο και όλο και περισσότερο προληπτικά.

## Εργασία 4: Αριθμοί στην αριθμογραμμή

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίζουν διαστήματα και αποστάσεις μεταξύ αριθμών σε μια αριθμητική γραμμή και να τοποθετούν αριθμούς (έως 100.000) στη σωστή θέση σε αριθμητικές γραμμές.



### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η σωστή τοποθέτηση αριθμών σε μια αριθμητική γραμμή είναι μια πτυχή της κατανόησης των αριθμητικών σχέσεων, ιδιαίτερα των τακτικών αριθμών (ποιοι αριθμοί προηγούνται ή ακολουθούν άλλους). Βοηθά τους μαθητές να οπτικοποιήσουν το μέγεθος και τη θέση των αριθμών, να αναπτύξουν μια ισχυρή αίσθηση της αριθμητικής μεγέθους και να κατανοήσουν τις σχέσεις μεταξύ των αριθμών. Ενισχύει την κατανόηση της αξίας θέσης δείχνοντας πώς τα ψηφία συμβάλλουν στη συνολική αξία ενός αριθμού.

Η αναπαράσταση αριθμών σε μια αριθμογραμμή είναι απαραίτητη για πολλές άλλες δεξιότητες, όπως η στρογγυλοποίηση αριθμών και η εκτίμηση αθροισμάτων και διαφορών. Η αναπαράσταση των αριθμών σε μια αριθμητική γραμμή χρησιμοποιείται αργότερα για κλάσματα, δεκαδικούς αριθμούς, μετρήσεις και κλίμακες.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Μερικά παιδιά μετρούν τις γραμμές χωρίς να καταλαβαίνουν την κλίμακα, οδηγώντας σε λάθη (ειδικά αν τα διαστήματα δεν είναι 1). Ένα συνηθισμένο λάθος είναι η αγνόηση του ρόλου του μηδενός στους αριθμούς (παράλειψη ή εσφαλμένη τοποθέτηση μηδενικών). Για παράδειγμα, στην άσκηση 4α, μπορεί να γράψουν 700 αντί για 7.000, ή στην άσκηση 4β, 5.030 αντί για 5.300. Μερικές φορές, τα λάθη που κάνουν τα παιδιά σε αυτή την εργασία υποδεικνύουν βαθύτερες παρεξηγήσεις σχετικά με την αίσθηση των αριθμών ή την αξία θέσης. Για παράδειγμα, οι αριθμοί μπορεί να τοποθετηθούν σε λάθος σειρά (π.χ., 70.000 πριν από το 10.000), υποδεικνύοντας σύγχυση σχετικά με την αριθμητική σειρά.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Αν ένα παιδί δεν μπορεί να κάνει μια λογική κρίση για το πού να τοποθετήσει έναν αριθμό, αυτό μπορεί να υποδηλώνει αδύναμη αριθμητική κατανόηση. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να προσδιορίσουν αν η δυσκολία έγκειται στην καταμέτρηση (π.χ. παράλειψη αριθμών), στην παρερμηνεία της αξίας θέσης (π.χ. σύγχυση του 100 με το 10), στην κλιμάκωση (π.χ. μη κατανόηση της ίσης απόστασης) ή στην παράλειψη ή εσφαλμένη τοποθέτηση μηδενικών.

Τα παιδιά ωφελούνται από την εξάσκηση σε εργασίες που περιλαμβάνουν την τοποθέτηση αριθμών σε μια αριθμογραμμή. Η εστίαση θα πρέπει να δοθεί σε μερικώς συμπληρωμένες αριθμογραμμές, τις οποίες τα παιδιά πρέπει να συμπληρώσουν με τους αριθμούς που λείπουν. Τα χρωματικά ορόσημα (π.χ., 0, 10, 100) μπορούν να ενισχύσουν την κατανόηση. Είναι επίσης σκόπιμο να εξασκηθείτε στην τοποθέτηση αριθμών χωρίς ακριβείς ενδείξεις και να ενθαρρύνετε τα παιδιά να εκτιμούν με βάση γνωστά σημεία αναφοράς. Οι δάσκαλοι μπορούν επίσης να ζητήσουν από τα παιδιά να εξηγήσουν τις τοποθετήσεις τους. Όπου είναι δυνατόν, οι δάσκαλοι μπορούν να χρησιμοποιήσουν διαδραστικές αριθμητικές γραμμές που επιτρέπουν στα παιδιά να σύρουν και να αφήνουν αριθμούς. Οι πραγματικές καταστάσεις (π.χ. χρονογραμμές, χάρακες, κλίμακες θερμοκρασίας) μπορούν επίσης να είναι χρήσιμες για καλύτερη κατανόηση.

## Εργασία 5: Υποδιπλασιασμός αριθμών έως 10.000

α) Μισό του 1,000: \_\_\_\_\_

β) Μισό του 500: \_\_\_\_\_

γ) Μισό του 700: \_\_\_\_\_

δ) Μισό του 3,000: \_\_\_\_\_

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Ευφράδεια και εννοιολογική κατανόηση του διχοτομικού μεγάλων αριθμών χρησιμοποιώντας αποτελεσματικές στρατηγικές νοερής αριθμητικής, συμπεριλαμβανομένης της συλλογιστικής με βάση την αξία θέσης και της αναομαδοποίησης.

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η διαίρεση με το δύο για μεγαλύτερους αριθμούς είναι θεμελιώδης για πιο σύνθετες πράξεις διαίρεσης, καθώς παρέχει ένα σκαλοπάτι για τη διαίρεση με άλλους αριθμούς (π.χ., άρτιους) μέσω επανειλημμένης διαίρεσης με το δύο και μετατροπής σε μονάδες σε διαφορετικές θέσεις αξίας. Οι μαθητές που έχουν ήδη αναπτύξει την δεξιότητα του διπλασιασμού των αριθμών επιδεικνύουν ισχυρότερη αίσθηση του αριθμού και κατανόηση της θέσης της αξίας, αναγνωρίζοντας πώς συμπεριφέρονται τα ψηφία σε διαφορετικές θέσεις αξίας όταν διαιρούνται. Επιπλέον, ο διχοτομισμός είναι απαραίτητος για την ανάπτυξη στρατηγικών νοερών υπολογισμών που επεκτείνονται πέρα από τη διαίρεση. Για παράδειγμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές διχοτόμησης και διπλασιασμού για την απλοποίηση προβλημάτων πολλαπλασιασμού, την εύρεση ποσοστών (όπως 50% και 25%) και την εργασία με κλάσματα, υποστηρίζοντας επίσης την αναλογική συλλογιστική. Επιπλέον, ο διχασμός έχει σημαντικές εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο που οι μαθητές συναντούν τακτικά. Από το να μοιράζουμε ποσότητες εξίσου σε δύο άτομα μέχρι να υπολογίζουμε εκπτώσεις, να μετράμε υλικά μαγειρικής ή να καθορίζουμε χρονικά διαστήματα, η ικανότητα να διχοτομούμε γρήγορα και με ακρίβεια ποσότητες είναι πρακτικά ανεκτίμητη. Όταν οι μαθητές επιτυγχάνουν τη μείωση της ευχέρειας, οι γνωστικοί πόροι μπορούν να επικεντρωθούν σε συλλογιστικές και επιλυτικές δεξιότητες ανώτερου επιπέδου.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Τα υπολογιστικά σφάλματα είναι συνηθισμένα. Οι μαθητές μπορεί να διαιρούν λανθασμένα με το δύο κάθε ψηφίο ξεχωριστά, χωρίς να λαμβάνουν υπόψη την αξία θέσης, για παράδειγμα, ερμηνεύοντας το "το μισό του 3.000" ως "το μισό του 3, το μισό του 0, το μισό του 0, το μισό του 0" αντί να αναγνωρίζουν το 3.000 ως 3 χιλιάδες. Ορισμένοι μαθητές κάνουν λάθη υπολογισμού με βασικά γεγονότα διαίρεσης, όπως το να δηλώνουν ότι το μισό του 1.000 είναι 50 αντί για 500, υποδεικνύοντας κενά στην κατανόησή τους για το πώς η αξία θέσης επηρεάζει τη διαίρεση. Οι παρανοήσεις σχετικά με την αξία θέσης αντιπροσωπεύουν πιο σοβαρές εννοιολογικές δυσκολίες. Για παράδειγμα, όταν διαιρούν το 7.000 δια του δύο, μπορεί να δίνουν απαντήσεις όπως 350 αντί για 3.500, δείχνοντας ότι κατανοούν την αριθμητική (το μισό του 7 είναι 3,5) αλλά δεν μπορούν να εφαρμόσουν σωστά τις έννοιες της θέσης των ψηφίων για να τοποθετήσουν τα ψηφία σωστά. Τα προειδοποιητικά σημάδια περιλαμβάνουν την υπερβολική εξάρτηση από στρατηγικές μέτρησης ή γραπτούς αλγορίθμους για προβλήματα που θα έπρεπε να λύνονται νοερά, όπως η χρήση μακράς διαίρεσης για να βρεθεί το μισό του 1000. Ασυνεπής απόδοση – η σωστή διαίρεση ορισμένων αριθμών ενώ δυσκολεύεται με παρόμοια προβλήματα – υποδηλώνει αδύναμη εννοιολογική κατανόηση. Επιπλέον, οι μαθητές που αποφεύγουν αυτά τα προβλήματα ή εκφράζουν άγχος μπορεί να στερούνται αυτοπεποίθησης στις γνώσεις τους για την αξία θέσης ή στα βασικά γεγονότα διαίρεσης με το δύο. Η ορατή διστακτικότητα κατά την εργασία με μηδενικά σε μεγάλους αριθμούς συχνά αποκαλύπτει αβεβαιότητα σχετικά με το πώς η αξία θέσης επηρεάζει τη διαίρεση.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Η συγκεκριμενοποίηση και η οπτική υποστήριξη παρέχουν απαραίτητη σκαλωσιά για μαθητές που δυσκολεύονται με τις αφηρημένες έννοιες. Χρησιμοποιήστε υλικά αξίας θέσης, όπως μπλοκ βάσης δέκα ή πίνακες αξίας θέσης, για να δείξετε πώς ο διπλασιασμός επηρεάζει διαφορετικές αξίες θέσης. Για παράδειγμα, δείξτε ότι ο διπλασιασμός του 1.000 σημαίνει ότι παίρνουμε 10 εκατοντάδες και τις χωρίζουμε σε δύο ίσες ομάδες των 5 εκατοντάδων η καθεμία, με αποτέλεσμα το 500. Εναλλακτικά, χρησιμοποιήστε αριθμητικές γραμμές, πίνακες ή μπλοκ βάσης δέκα για να απεικονίσετε τη σχέση μεταξύ του διχοτομείν και της διαίρεσης με το 2. Βασικά γεγονότα διαίρεσης με το 2 για μονοψηφία και πολλαπλάσια του 10 είναι σημαντικά. Διδάξτε στους μαθητές να αναγνωρίζουν μοτίβα, κάτι που μπορεί να τους βοηθήσει να εφαρμόζουν γνωστά γεγονότα σε μεγαλύτερους αριθμούς αποτελεσματικά. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουν ότι το μισό του 10 είναι 5, τότε το μισό του 100 είναι 50, το μισό του 1000 είναι 500, και ούτω καθεξής.

Ενσωματώστε σημεία αναφοράς εκτίμησης και συγκριτικές ερωτήσεις, χρησιμοποιώντας μια εκτίμηση "πρώτα προβλέπω και μετά ελέγχω" για να αξιολογήσετε τη λογικότητα πριν από τον υπολογισμό, για παράδειγμα, "Είναι το μισό του 700 πιο κοντά στο 300 ή στο 400; Γιατί;" Ενθαρρύνετε πολλαπλές μεθόδους - ομαδοποίηση σε διάγραμμα, ανασύνθεση με μπλοκ ή νοερή διαίρεση των γνωστών σημείων αναφοράς - ακολουθούμενες από σύντομες αναστοχαστικές σκέψεις που συγκρίνουν την αποτελεσματικότητα και τη σαφήνεια. Χρησιμοποιήστε αυθεντικά πλαίσια που υποδηλώνουν φυσικά τη διαίρεση στη μέση και επιτρέπουν τον ανεξάρτητο έλεγχο, όπως "Μια συνταγή απαιτεί 1000 γρ. αλεύρι. Πόσο χρειάζεται για τη μισή δόση;" Καλέστε τους μαθητές να σχεδιάσουν οπτικές αναπαραστάσεις των μοτίβων διαίρεσης με το 2 σε δυνάμεις του δέκα και να θέσουν τα δικά τους πλαίσια διαίρεσης, εξηγώντας πώς το πλαίσιο βοηθά στην επαλήθευση του αποτελέσματος, συνδέοντας έτσι τον υπολογισμό, την ερμηνεία και την αυτοπαρακολούθηση. Συνδέστε τη μείωση στο μισό με τα τέταρτα και τη μείωση στο μισό με τον διπλασιασμό.

## Εργασία 6α: Νοερόι υπολογισμοί: Πρόσθεση και αφαίρεση

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Ευχέρεια στην εφαρμογή στρατηγικών νοερών υπολογισμών για πρόσθεση και αφαίρεση, χρησιμοποιώντας μεθόδους αντιστάθμισης, στρατηγικές κοντινών αριθμών και κατανόηση της αξίας θέσης.

a)	$248 + 52 = \underline{\quad}$
b)	$637 + 99 = \underline{\quad}$
c)	$723 - 24 = \underline{\quad}$
d)	$453 - 99 = \underline{\quad}$

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η κατάκτηση στρατηγικών νοητικού υπολογισμού είναι θεμελιώδης για την προχωρημένη μαθηματική μάθηση, καθώς οι μαθητές αναπτύσσουν την αριθμητική ευελιξία που είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση πολύπλοκων προβλημάτων πολλαπλών βημάτων, την αλγεβρική συλλογιστική και την αναλογική σκέψη στα επόμενα χρόνια. Οι στρατηγικές νοερών υπολογισμών βελτιώνουν σημαντικά την αποτελεσματικότητα της επίλυσης προβλημάτων μειώνοντας το γνωστικό φόρτο, επιτρέποντας στους μαθητές να επικεντρωθούν στην κατανόηση των πλαισίων των προβλημάτων, στην επιλογή κατάλληλων πράξεων και στην εμπάθυνση στη μαθηματική συλλογιστική. Επιπλέον, αυτές οι στρατηγικές συνδέονται με τις εννοιολογικές γνώσεις των μαθητών για τους αριθμούς και τις αλληλεπιδράσεις τους, την αίσθηση του αριθμού και την αξία θέσης (π.χ., όταν οι μαθητές αναγνωρίζουν ότι το  $248 + 52$  μπορεί να λυθεί σκεπτόμενοι " $248 + 2 + 50$ " ή ακόμα και " $(250 - 2) + (50 + 2)$ ", ή ότι το  $637 + 99$  γίνεται ευκολότερο ως " $637 + 100 - 1$ "), σχηματίζοντας τη βάση για μεταγενέστερη μάθηση που περιλαμβάνει δεκαδικούς αριθμούς, κλάσματα και αναλογική συλλογιστική. Τέλος, η ικανότητα να εκτελούμε γρήγορα και με ακρίβεια νοερούς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας στρατηγικές αντιστάθμισης και εκτίμησης αποδεικνύεται ανεκτίμητη σε διάφορες πρακτικές καταστάσεις της καθημερινότητας.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Τα υπολογιστικά λάθη συμβαίνουν όταν οι μαθητές δυσκολεύονται με τις στρατηγικές αντιστάθμισης. Μπορεί να ταυτίσουν το 99 με το κοντά στο 100, αλλά να ξεχάσουν να προσαρμόσουν την τελική τους απάντηση, υπολογίζοντας  $637 + 99$  ως  $637 + 100 = 737$  χωρίς να αφαιρέσουν 1. Οι μαθητές μπορεί επίσης να κάνουν αριθμητικά λάθη με προσαρμοσμένους αριθμούς, όπως να υπολογίσουν λάθος το  $248 + 50$  ή το  $723 - 20$ , δείχνοντας κενά σε θεμελιώδη αριθμητικά δεδομένα που επιδεινώνουν τις στρατηγικές προκλήσεις. Τα σφάλματα επιλογής στρατηγικής υποδεικνύουν εννοιολογικές δυσκολίες. Οι μαθητές μπορεί να εφαρμόζουν ακατάλληλες στρατηγικές, χρησιμοποιώντας αντιστάθμιση όταν απλούστερες προσεγγίσεις λειτουργούν καλύτερα ή αποτυγχάνοντας να αναγνωρίσουν πότε οι αριθμοί είναι αρκετά κοντά σε πολλαπλάσια του 10 ή του 100 για προσαρμογή. Άλλοι χρησιμοποιούν αναποτελεσματικές στρατηγικές μέτρησης ή προσπαθούν να αναπαράγουν γραπτούς αλγορίθμους νοερά, οδηγώντας σε λάθη και αυξημένο γνωστικό φόρτο. Οι παρανοήσεις σχετικά με την αξία θέσης γίνονται εμφανείς όταν οι μαθητές, για παράδειγμα, κατά την επίλυση του  $453 - 99$ , μπορεί να αφαιρέσουν 100 και να προσθέσουν 1 για να βρουν το 354, αντί να εφαρμόσουν τον σωστό αγώνα για να κατανοήσουν πώς οι προσαρμογές επηρεάζουν τις θέσεις των ψηφίων. Ασυνεπής απόδοση, αποφυγή νοητικών στρατηγικών ή έκφραση άγχους για το "να κάνουν μαθηματικά στο μυαλό τους" μπορεί να υποδηλώνουν αδύναμα θεμέλια στην αίσθηση των αριθμών.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Εξηγήστε την ιεραρχία των υπολογιστικών ικανοτήτων και την εξάρτησή τους από την κατανόηση της θέσης της αξίας. Χρησιμοποιήστε ευθείες αριθμών για να απεικονίσετε μεθόδους αντιστάθμισης, όπως δείχνοντας πώς το  $637 + 99$  μπορεί να αναπαρασταθεί πηδώντας στο 737 ( $637 + 100$ ) και στη συνέχεια κάνοντας ένα βήμα πίσω. Οι πίνακες αξίας θέσης βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν πώς γίνονται προσαρμογές στα ψηφία όταν εργάζονται με αριθμούς όπως το  $453 - 99$ . Τα δεκαδικά μπλοκ μπορούν να μοντελοποιήσουν τους "φιλικούς αριθμούς", δείχνοντας γιατί το  $248 + 52$  γίνεται ευκολότερο όταν ξαναγραφεί ως  $250 + 50$ . Διδάξτε τους μαθητές να αναγνωρίζουν τους "κοντινούς αριθμούς" και πότε οι στρατηγικές αντιστάθμισης είναι πιο αποτελεσματικές. Βοηθήστε τους να εντοπίσουν αριθμούς κοντά σε πολλαπλάσια του 10 ή του 100 (όπως 199, 201, 98, 102) και εξασκηθείτε στη διαδικασία των δύο βημάτων: προσαρμόστε για να δημιουργήσετε φιλικούς αριθμούς, στη συνέχεια αντισταθμίστε προς την αντίθετη κατεύθυνση. Χρησιμοποιήστε προβλήματα σχεδιασμένα για αυτά τα μοτίβα, όπως  $248 + 52$  (κοντά στο διπλάσιο),  $637 + 99$  (κοντά στο εκατοντάδα), και  $723 - 24$  (κοντά στο δεκάρι). Ενθαρρύνετε τους μαθητές να ρωτήσουν: "Είναι αυτοί οι αριθμοί

κοντά σε πολλαπλάσια του 10 ή του 100;" και "Θα βοηθούσε η προσαρμογή;" Διδάξτε τα βήματα της αντιστάθμισης: εντοπίστε κοντινούς αριθμούς, αποφασίστε για την προσαρμογή, υπολογίστε με φιλικούς αριθμούς και αντισταθμίστε στην αντίθετη κατεύθυνση. Συνδέστε το με πραγματικά σενάρια, για παράδειγμα, "Μια σχολική εκδρομή κοστίζει 199€ ανά παιδί. Αν παρακολουθήσουν 637 παιδιά, πόσα περίπου χρειάζονται; Προχωρήστε την εξάσκηση από το απλό στο σύνθετο, ξεκινώντας με απλές προσαρμογές ( $37 + 19 = 37 + 20 - 1$ ) πριν προχωρήσετε σε μεγαλύτερους αριθμούς. Χρησιμοποιήστε τις συζητήσεις αριθμών για να επιτρέψετε στους μαθητές να μοιραστούν στρατηγικές και να αναπτύξουν μαθηματική ευελιξία. Συνδυάστε την επίσημη και την άτυπη αξιολόγηση, χρησιμοποιώντας συνεδρίες νοερών μαθηματικών για την αξιολόγηση της επιλογής στρατηγικής. Ζητήστε από τους μαθητές να εξηγήσουν το σκεπτικό τους για να εντοπίσετε τυχόν παρανοήσεις. Δημιουργικά έργα, όπως ο σχεδιασμός παιχνιδιών νοητικής αριθμητικής ή η δημιουργία αφισών στρατηγικής, ενθαρρύνουν τη βαθύτερη εμπλοκή και τη μαθηματική επικοινωνία.

## Εργασία 6β: Νοερόι υπολογισμοί: τα μηδενικά

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Ευχέρεια στην εφαρμογή της γνώσης της θέσης της αξίας για νοερούς υπολογισμούς με πολλαπλάσια των εκατοντάδων και χιλιάδων, εστιάζοντας στις πράξεις με τα ψηφία στις θέσεις της αξίας και στα μηδενικά ως σύμβολα κράτησης θέσης κατά την πρόσθεση και την αφαίρεση..

- |    |                          |
|----|--------------------------|
| a) | $3,600 + 900 =$ _____    |
| b) | $56,000 + 8,000 =$ _____ |
| c) | $3,200 - 700 =$ _____    |
| d) | $54,000 - 5,000 =$ _____ |

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εξάσκηση των νοερών υπολογισμών με χιλιάδες και εκατοντάδες αποδεικνύει την κατανόηση του δεκαδικού συστήματος και της αξίας θέσης, η οποία είναι θεμελιώδης για την εργασία με μεγαλύτερους αριθμούς, δεκαδικούς αριθμούς και αλγεβρική συλλογιστική. Όταν οι μαθητές χειρίζονται νοερά αριθμούς όπως  $3.600 + 900$  ή  $54.000 - 5.000$ , κατανοούν την αξία θέσης κάθε ψηφίου και πώς οι πράξεις επηρεάζουν τις θέσεις των ψηφίων. Αυτές οι στρατηγικές βελτιώνουν τον υπολογισμό και την αίσθηση των αριθμών. Η ευέλικτη σκέψη για τους αριθμούς, για παράδειγμα, "36 εκατοντάδες συν 9 εκατοντάδες ίσον 45 εκατοντάδες" ή "54 χιλιάδες μείον 5 χιλιάδες", αναπτύσσει την αίσθηση των αριθμών. Αυτή η ευχέρεια επιτρέπει στους μαθητές να επικεντρωθούν στη συλλογιστική αντί στον υπολογισμό. Αυτές οι δεξιότητες προετοιμάζουν τους μαθητές για επίσημες γραπτές μεθόδους. Οι μαθητές που μπορούν να οπτικοποιήσουν συνδυασμούς χιλιάδων και εκατοντάδων έχουν καλύτερη κατανόηση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης σε στήλες. Οι νοητικές στρατηγικές υποστηρίζουν επίσης την εκτίμηση και την επαλήθευση. Η κατανόηση της αξίας θέσης με μεγάλους αριθμούς έχει πρακτικές εφαρμογές, όπως στα χρήματα, στον πληθυσμό, στις αποστάσεις και στη μεταποίηση, στην καθημερινή ζωή των μαθητών.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Οι παρανοήσεις σχετικά με την αξία θέσης αποτελούν σημαντικές εννοιολογικές προκλήσεις. Οι μαθητές μπορεί να αντιμετωπίζουν τα ψηφία ανεξάρτητα, αποτυγχάνοντας να κατανοήσουν τις θέσεις τους μέσα στους αριθμούς. Για παράδειγμα, όταν υπολογίζουν  $3.600 + 900$ , μπορεί να προσθέτουν ξεχωριστά το  $3 + 9$  και το  $6 + 0$ , καταλήγοντας σε απαντήσεις όπως 12.600 αντί να αναγνωρίζουν 36 εκατοντάδες συν 9 εκατοντάδες. Οι μαθητές συχνά δυσκολεύονται να καταλάβουν ότι το 54.000 περιέχει 54 χιλιάδες, βλέποντάς το ως ξεχωριστά ψηφία. Σφάλματα που σχετίζονται με το μηδέν εμφανίζονται όταν οι μαθητές παρερμηνεύουν τον ρόλο του μηδενός ως σύμβολο θέσης σε μεγάλους αριθμούς. Μπορεί να χάσουν ή να προσθέσουν μηδενικά ακατάλληλα - υπολογίζοντας το  $56.000 + 8.000$  ως 5.680 ή 640.000 αντί για 64.000. Η παρεμβολή αλγορίθμων προκύπτει όταν οι μαθητές χρησιμοποιούν γραπτές μεθόδους στήλης χωρίς κατανόηση, οδηγώντας σε λάθη με αριθμούς διαφορετικών ψηφίων ή μηδενικά. Τα προειδοποιητικά σημάδια περιλαμβάνουν σύγχυση στον συνδυασμό αριθμών, όπως η δήλωση ότι το  $3.200 - 700$  περιλαμβάνει "αφαίρεση του 7 από το 3" αντί να αναγνωρίζεται ως 32 εκατοντάδες μείον 7 εκατοντάδες. Οι μαθητές που δίνουν ακατάλληλες απαντήσεις επιδεικνύουν κενά στην αίσθηση του αριθμού και στην κατανόηση της αξίας θέσης. Όσοι αποφεύγουν αυτά τα προβλήματα ή βασίζονται σε αναποτελεσματικές στρατηγικές μέτρησης συχνά στερούνται αυτοπεποίθησης στις θεμελιώδεις γνώσεις τους για την αξία θέσης.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Οι στρατηγικές υποστήριξης θα πρέπει να αναπτύσσουν την εννοιολογική κατανόηση της αξίας θέσης και την ευχέρεια στους υπολογισμούς. Τα οπτικά βοηθήματα βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν την αξία θέσης με μεγάλους αριθμούς. Χρησιμοποιήστε υλικά βάσης δέκα για να δείξετε πώς συνδυάζονται οι χιλιάδες και οι εκατοντάδες. Για παράδειγμα, το  $3.600 + 900$  μπορεί να απεικονιστεί χρησιμοποιώντας 36 εκατονταδικά τετράγωνα συν 9 εκατονταδικά τετράγωνα, ώστε να γίνουν ορατά τα 4.500. Οι αριθμητικές γραμμές σε εκατοντάδες ή χιλιάδες βοηθούν τους μαθητές να οπτικοποιήσουν τους υπολογισμούς και να κατανοήσουν το μέγεθος. Η ομαδοποίηση της γλώσσας βοηθά τους μαθητές να αναγνωρίσουν μοτίβα. Διδάξτε τους μαθητές να αναγνωρίζουν τις μονάδες: "3.600 είναι 36 εκατοντάδες, 900 είναι 9 εκατοντάδες, άρα 36 εκατοντάδες συν 9 εκατοντάδες ίσον 45 εκατοντάδες, που είναι 4.500." Για το  $54.000 - 5.000$ , τονίστε "54 χιλιάδες μείον 5 χιλιάδες ίσον 49 χιλιάδες". Αυτή η γλώσσα συνδέει τους αριθμούς με ποσότητες και υποστηρίζει υπολογισμούς. Η προοδευτική ανάπτυξη δεξιοτήτων θα πρέπει να ξεκινά με απλούστερα παραδείγματα πριν αυξηθεί η πολυπλοκότητα. Ξεκινήστε με εκατοντάδες πριν από χιλιάδες. Χρησιμοποιήστε

ακολουθίες εξάσκησης που δείχνουν μοτίβα (π.χ., συγκρίνοντας  $36 + 9 = 45$  με  $360 + 90 = 450$ ,  $3.600 + 900 = 4.500$ ). Η εκτίμηση βοηθά στον εντοπισμό παράλογων απαντήσεων (π.χ., "3.600 είναι κοντά στο 4.000, 900 είναι κοντά στο 1.000, άρα η απάντηση θα πρέπει να είναι κοντά στο 5.000"). Ενθαρρύνετε τον έλεγχο χρησιμοποιώντας αντίστροφες πράξεις. Τα πλαίσια του πραγματικού κόσμου κάνουν τους υπολογισμούς ουσιαστικούς. Παρουσιάστε σενάρια όπως: "Ένα εργοστάσιο παράγει 54.000 εξαρτήματα εβδομαδιαίως. Αυτή την εβδομάδα παράγουν 5.000 λιγότερα. Πόσα φτιάχνουν; Παρουσιάστε εσφαλμένες λύσεις και ζητήστε από τους μαθητές να βρουν τα λάθη. Οι προκλήσεις επέκτασης μπορούν να απασχολήσουν τους αυτοπεποίθηση μαθητές, ενώ παράλληλα ενισχύουν τις έννοιες. Παρουσιάστε προβλήματα όπως "Υπολόγισε  $3.600 + 900 - 700$ " ή εξερευνήστε μοτίβα όπως "Αν  $54.000 - 5.000 = 49.000$ , πόσο είναι  $54.000 - 4.000$ ;"

## Εργασία 7α: Κάθετη Πρόσθεση

a)  $548 + 36$

b)  $760 + 564$



### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Επάρκεια στην εφαρμογή της τυπικής στήλης πρόσθεσης με αριθμούς έως τριψήφιους, συμπεριλαμβανομένης της ευθυγράμμισης των θέσεων, της αναδιάταξης και των συστηματικών διαδικασιών υπολογισμού στήλη προς στήλη.

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εκμάθηση επίσημων γραπτών μεθόδων για την πρόσθεση είναι απαραίτητη στην πρωτοβάθμια μαθηματική εκπαίδευση σε ορισμένες χώρες. Αυτές οι μέθοδοι παρέχουν αξιόπιστες στρατηγικές για υπολογισμούς με μεγαλύτερους αριθμούς που δεν μπορούν να λυθούν νοερά. Όταν οι μαθητές κάνουν πρόσθεση σε στήλες, αναπτύσσουν τα εργαλεία που είναι απαραίτητα για την επίλυση προβλημάτων πολλαπλών βημάτων.

Οι επίσημες γραπτές μέθοδοι, όταν διδάσκονται κατάλληλα, μπορούν να ενισχύσουν την κατανόηση των σχέσεων της αξίας θέσης στο δεκαδικό σύστημα. Η ευθυγράμμιση των ψηφίων, η ανακατάταξη μεταξύ των θέσεων αξίας και η αναγνώριση των πράξεων ενισχύουν την εννοιολογική κατανόηση της δομής των αριθμών. Η ευχέρεια στην αξία θέσης προετοιμάζει τους μαθητές για δεκαδικούς αριθμούς, κλάσματα και αλγεβρική συλλογιστική. Αυτοί οι αλγόριθμοι παρέχουν μηχανισμούς επαλήθευσης και εναλλακτικές λύσεις. Οι μαθητές που κατακτούν τόσο τις διανοητικές όσο και τις γραπτές μεθόδους μπορούν να επιλέξουν κατάλληλες στρατηγικές και να επαληθεύσουν τις απαντήσεις χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις. Αυτή η ευελιξία ενισχύει την αυτοπεποίθηση στην επίλυση προβλημάτων.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Τα σφάλματα θέσης και ευθυγράμμισης είναι θεμελιώδη ζητήματα που επηρεάζουν την ακρίβεια των υπολογισμών. Οι μαθητές μπορεί να ευθυγραμμίσουν λάθος τα ψηφία κατά τη ρύθμιση των υπολογισμών – για παράδειγμα, να τοποθετήσουν το  $548 + 36$  με το 6 κάτω από το 4 αντί για το 8. Δυσκολίες στην κατανόηση των θέσεων των ψηφίων στις στήλες μπορεί να προκαλέσουν σύγχυση σχετικά με την τοποθέτηση των ψηφίων κατά την ανασύνθεση. Οι παρερμηνείες κατά την αναδιάταξη προκύπτουν όταν οι μαθητές παρερμηνεύουν τις ανταλλαγές μεταξύ των θέσεων των ψηφίων. Συνηθισμένα λάθη περιλαμβάνουν το να ξεχνάμε να κρατάμε όταν το άθροισμα υπερβαίνει το εννέα ή το να κρατάμε λάθος ποσότητες. Αλγοριθμικά λάθη συμβαίνουν όταν οι μαθητές εφαρμόζουν τις διαδικασίες εσφαλμένα, όπως όταν εργάζονται από αριστερά προς τα δεξιά αντί από δεξιά προς τα αριστερά, ή όταν συγχέουν τις πράξεις. Ορισμένοι μαθητές εφαρμόζουν τους κανόνες ακατάλληλα, για παράδειγμα, κουβαλώντας πάντα 1. Τα προειδοποιητικά σημάδια περιλαμβάνουν δυσκολία με αριθμούς που περιέχουν μηδέν (π.χ.,  $806 + 534$ ) και την παραγωγή ακατάλληλων απαντήσεων, γεγονός που υποδηλώνει κακή αίσθηση των αριθμών. Οι μαθητές που αποφεύγουν τις γραπτές μεθόδους μπορεί να στερούνται αυτοπεποίθησης στις θεμελιώδεις δεξιότητες.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Οι συγκεκριμένες και οπτικές αναπαραστάσεις παρέχουν απαραίτητη υποστήριξη στους μαθητές για να αναπτύξουν κατανόηση των τυπικών γραπτών μεθόδων. Χρησιμοποιήστε μπλοκ βάσης δέκα για να μοντελοποιήσετε την ανταλλαγή κατά την ανασύνθεση, δείχνοντας πώς 10 μονάδες γίνονται 1 δεκάδα κατά τον υπολογισμό του  $548 + 36$ . Οι πίνακες αξίας θέσης βοηθούν τους μαθητές να οπτικοποιήσουν την ευθυγράμμιση των στηλών και να κατανοήσουν την τοποθέτηση των ψηφίων. Οπτικά μοντέλα όπως η αναπτυγμένη μορφή γεφυρώνουν το χάσμα μεταξύ νοητικών στρατηγικών και αλγορίθμων δείχνοντας πώς το  $548 + 36$  σχετίζεται με το  $(500 + 40 + 8) + (30 + 6)$ . Η συστηματική διδασκαλία θα πρέπει να δίνει έμφαση σε μια λογική ακολουθία, συνδέοντας παράλληλα τις ενέργειες με τα μαθηματικά συλλογιστικά. Διδάξτε στους μαθητές ρουτίνες: ευθυγραμμίστε τα ψηφία ανά θέση αξίας, ξεκινήστε από τη στήλη των μονάδων, υπολογίστε τα αθροίσματα και ανακατατάξτε όπως χρειάζεται. Χρησιμοποιήστε συνεπή γλώσσα και ενθαρρύνετε τους μαθητές να εκφράσουν φωναχτά τη σκέψη τους. Η καθοδηγούμενη πρακτική με ανάλυση σφαλμάτων βοηθά τους μαθητές να αναγνωρίσουν τις παρανοήσεις τους. Παρουσιάστε λυμένα παραδείγματα με λάθη και ζητήστε από τους μαθητές να εντοπίσουν τα λάθη – για παράδειγμα, δείχνοντας  $548 + 36 =$

574 και συζητώντας γιατί αυτό είναι ανακριβές. Η προοδευτική ανάπτυξη δεξιοτήτων θα πρέπει να κινείται από απλούς σε σύνθετους υπολογισμούς. Ξεκινήστε με προσθέσεις που δεν απαιτούν ανακατάταξη, αλλά μεταβείτε γρήγορα σε προβλήματα με μία ανταλλαγή και προχωρήστε σε πολλαπλά βήματα ανακατάταξης. Τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου κάνουν τις τυπικές μεθόδους ουσιαστικές. Σενάρια όπως, "Ένα σχολείο διοργανώνει έναν χορηγούμενο περίπατο. Η Γ' τάξη συγκεντρώνει 548€ και η Δ' τάξη 36€. Πόσα έχουν συγκεντρώσει; Βοηθήστε τους μαθητές να κατανοήσουν τους υπολογισμούς. Διδάξτε τους μαθητές να εκτιμούν πριν υπολογίσουν και να ελέγχουν χρησιμοποιώντας αντίστροφες πράξεις. Οι δραστηριότητες επέκτασης μπορούν να προκαλέσουν τους αυτοπεποίθηση μαθητές, ενώ παράλληλα ενισχύουν τις έννοιες μέσω πολυβάθμιων προβλημάτων ή εξηγώντας μεθόδους σε νεότερους μαθητές. Για μαθητές που χρειάζονται υποστήριξη με τις έννοιες της αξίας θέσης, χρησιμοποιήστε δομημένους πόρους όπως τα υλικά της NCETM για την πρόσθεση και αφαίρεση σε στήλες για εξάσκηση και επιδείξεις.

## Εργασία 7β: Κάθετη Αφαίρεση

a) 711 – 67

b) 806 – 534

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Επάρκεια στην εφαρμογή της επίσημης κάθετης αφαίρεσης με αριθμούς έως τριψήφιους, συμπεριλαμβανομένης της ευθυγράμμισης των θέσεων, της αναοργάνωσης και των συστηματικών διαδικασιών υπολογισμού στήλη προς στήλη.



### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εκμάθηση επίσημων μεθόδων γραπτής αφαίρεσης είναι απαραίτητη στην πρωτοβάθμια μαθηματική εκπαίδευση σε ορισμένες χώρες. Αυτές οι μέθοδοι επιτρέπουν ακριβείς υπολογισμούς με μεγαλύτερους αριθμούς σε προβλήματα πολλαπλών βημάτων. Όταν διδάσκονται κατάλληλα, μπορούν να ενισχύσουν την κατανόηση της αξίας θέσης στο δεκαδικό σύστημα. Η ευθυγράμμιση των ψηφίων, η αναδιάταξη και η αναγνώριση των πράξεων ενισχύουν την εννοιολογική κατανόηση. Η ευχέρεια στην αξία θέσης προετοιμάζει τους μαθητές για δεκαδικούς αριθμούς, κλάσματα και αλγεβρική συλλογιστική. Αυτοί οι αλγόριθμοι παρέχουν επαλήθευση και εναλλακτικές λύσεις. Η εξοικείωση με την γραπτή αφαίρεση συμπληρώνει τις διανοητικές μεθόδους προσφέροντας μια εναλλακτική προσέγγιση και έναν μηχανισμό ελέγχου, ενισχύοντας την στρατηγική επιλογή και την ακρίβεια.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Τα σφάλματα θέσης και ευθυγράμμισης επηρεάζουν την ακρίβεια των υπολογισμών. Οι μαθητές μπορεί να ευθυγραμμίσουν λάθος τα ψηφία κατά τη ρύθμιση των υπολογισμών, όπως τοποθετώντας το 981–37 με το 3 κάτω από το 9 αντί για το 8. Η αναδιάταξη των λαθών μπορεί να κάνει τους μαθητές να ξεχάσουν τις ανταλλαγές όταν το πάνω ψηφίο είναι μικρότερο, να δανειστούν από τις λάθος στήλες, να μην μειώσουν μετά τον δανεισμό ή να προσπαθήσουν να "μεταφέρουν" στην αφαίρεση όπως στην πρόσθεση. Οι μαθητές μπορεί να αφαιρούν μικρότερα ψηφία από μεγαλύτερα ανεξάρτητα από τη θέση τους, υποδεικνύοντας σύγχυση σχετικά με την κατεύθυνση της αφαίρεσης και την ανταλλαγή. Προβλήματα προκύπτουν με αφαιρετέους που περιέχουν μηδενικά, οδηγώντας σε παραλείψεις ανταλλαγών, απώλεια μηδενικών ή αμετάβλητα ψηφία υψηλότερης τάξης μετά το δανεισμό. Αλγοριθμικά λάθη συμβαίνουν όταν οι μαθητές εφαρμόζουν τις διαδικασίες εσφαλμένα, όπως όταν εργάζονται από αριστερά προς τα δεξιά αντί από δεξιά προς τα αριστερά, αναμειγνύουν βήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης ή χειρίζονται λάθος τα δανειακά ψηφία. Τα προειδοποιητικά σημάδια περιλαμβάνουν δυσκολία με αριθμούς που περιέχουν μηδέν (π.χ. 806–534), εξάρτηση από την αντιστροφή μέτρηση αντί για εργασία σε στήλες, ασυνεπή αντιμετώπιση παρόμοιων προβλημάτων, άγχος για τη διάταξη και έλλειψη εκτίμησης για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Συγκεκριμένες αναπαραστάσεις υποστηρίζετε την κατανόηση των μαθητών για τις τυπικές μεθόδους γραπτής αφαίρεσης· χρησιμοποιήστε μπλοκ βάσης δέκα ή μετρητές θέσης για να μοντελοποιήσετε την ανταλλαγή κατά την αναοργάνωση, δείχνοντας πώς 1 δεκάδα γίνεται 10 μονάδες όταν το επάνω ψηφίο είναι μικρότερο (για παράδειγμα, στο 806 – 534, ανταλλάξετε 1 δεκάδα για να ολοκληρώσετε την αφαίρεση των μονάδων). Οι πίνακες αξίας θέσης βοηθούν στην οπτικοποίηση της ευθυγράμμισης των στηλών και της τοποθέτησης των ψηφίων. Οπτικά μοντέλα όπως η αναπτυγμένη μορφή γεφυρώνουν τις νοητικές στρατηγικές δείχνοντας πώς το 806 – 534 σχετίζεται με το  $(800 + 0 + 6) - (500 + 30 + 4)$  και πού συμβαίνουν οι ανταλλαγές. Η συστηματική διδασκαλία θα πρέπει να δίνει έμφαση στα λογικά βήματα, συνδέοντας τις ενέργειες με τη συλλογιστική. Να διδάσκει ρουτίνες: ευθυγράμμιση των ψηφίων ανά θέση αξίας, έναρξη από τη στήλη των μονάδων, σύγκριση των ψηφίων, αναοργάνωση όταν χρειάζεται, αφαίρεση εντός της στήλης, καταγραφή του αποτελέσματος και προσαρμογή της επόμενης στήλης για ανταλλαγή. Η καθοδηγούμενη πρακτική με ανάλυση σφαλμάτων βοηθά τους μαθητές να αναγνωρίσουν τις παρανοήσεις τους. Παρουσιάστε λυμένα παραδείγματα με τυπικά λάθη και ζητήστε από τους μαθητές να εντοπίσουν τις διορθώσεις (για παράδειγμα, δείξτε μια λύση στο 760 – 564 που αφαιρεί το μικρότερο ψηφίο από το μεγαλύτερο ανεξάρτητα από τη θέση τους και συζητήστε γιατί η σωστή αναδιάταξη αποδίδει 196). Η προοδευτική ανάπτυξη δεξιοτήτων θα πρέπει να κινείται από απλούς σε σύνθετους υπολογισμούς. Ξεκινήστε με αφαιρέσεις που δεν απαιτούν ανταλλαγή, αλλά προχωρήστε γρήγορα σε αυτές που χρειάζονται δανεισμό από μία ή περισσότερες στήλες, περιλαμβάνοντας

αλυσιδωτές αναδιατάξεις και μηδενικά (για παράδειγμα, 1.200 - 487). Τα πλαίσια του πραγματικού κόσμου κάνουν τις τυπικές μεθόδους ουσιαστικές. Παρουσιάζονται σενάρια όπως: "Ένα σινεμά έχει 760 θέσεις. Πωλήθηκαν 564 εισιτήρια. Πόσες θέσεις παραμένουν άδειες; Διδάξτε τους μαθητές να κάνουν εκτίμηση πριν από τον υπολογισμό (για παράδειγμα, το 806 - 534 θα πρέπει να είναι μεταξύ 200 και 300). Ενθαρρύνετε τον έλεγχο χρησιμοποιώντας αντίστροφες πράξεις. Οι δραστηριότητες επέκτασης μπορούν να προκαλέσουν τους μαθητές, ενώ παράλληλα ενισχύουν τις έννοιες μέσω πολυβάθμιων προβλημάτων που απαιτούν πολλαπλούς υπολογισμούς ή διερεύνηση με μεγαλύτερους αριθμούς. Για μαθητές που χρειάζονται υποστήριξη με τις έννοιες της αξίας θέσης, χρησιμοποιήστε δομημένους πόρους όπως τα υλικά της NCETM για την πρόσθεση και αφαίρεση σε στήλες για εξάσκηση και επιδείξεις.

## Εργασία 8: Λειτουργική κατανόηση πρόσθεσης/αφαίρεσης

Ο Ντέιβιντ είναι 35 ετών. Είναι 4 χρόνια μεγαλύτερος από την Ελένη. Πόσο χρονών είναι η Ελένη;

Ο υπολογισμός μου:

Η απάντησή μου: Η Ελένη είναι \_\_\_\_\_ χρονών.

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Κατανοήστε και λύστε αριθμητικά προβλήματα που περιλαμβάνουν σύγκριση με διαφορά. Σε αυτή την περίπτωση, που αφορά ηλικίες.

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Αυτή η δεξιότητα επιδεικνύει συγκεκριμένες μαθηματικές ικανότητες. Επιτρέπει στους μαθητές να μετατρέπουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου σε μαθηματικές πράξεις, συνδέοντας αφηρημένες έννοιες με την καθημερινή ζωή. Αναπτύσσει βασικές δεξιότητες αφαίρεσης και λογικής συλλογιστικής, συμπεριλαμβανομένης της ερμηνείας συγκριτικών όρων όπως "περισσότερο από", γεγονός που υποστηρίζει τόσο τις μαθηματικές όσο και τις γλωσσικές δεξιότητες. Η εφαρμογή αυτής της δεξιότητας σε οικεία πλαίσια, όπως ο υπολογισμός ηλικιών, καθιστά τη μάθηση πιο σχετική. Τελικά, οξύνει τη μαθηματική σκέψη και παρέχει μεταβιβάσιμα εργαλεία επίλυσης προβλημάτων, αποτελώντας ένα βασικό συστατικό του αριθμητικού αλφαριθμητισμού που υποστηρίζει τη μελλοντική μάθηση στα μαθηματικά και σε άλλους τομείς.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Οι μαθητές συχνά αντιμετωπίζουν προβλήματα λόγω της διαφοράς ηλικίας, αποκαλύπτοντας σημαντικά κενά στην κατανόηση. Ένα συνηθισμένο λάθος είναι η εσφαλμένη ερμηνεία της συγκριτικής γλώσσας – όπως το να υποθέτουμε ότι το «περισσότερο από» σημαίνει πρόσθεση αντί για αφαίρεση – κάτι που οδηγεί σε λανθασμένες πράξεις. Ακόμα και όταν επιλέγεται η σωστή πράξη, τα λάθη υπολογισμού στην απλή αφαίρεση υποδηλώνουν ευρύτερα ζητήματα με την ευχέρεια στην αριθμητική. Είναι επίσης εμφανή βαθύτερα εννοιολογικά ζητήματα. Ορισμένοι μαθητές χρησιμοποιούν λανθασμένες πράξεις, όπως πολλαπλασιασμό ή διαίρεση, δείχνοντας μια αποσύνδεση μεταξύ του προβλήματος και της επιλεγμένης στρατηγικής τους. Άλλοι δυσκολεύονται να εξηγήσουν τη συλλογιστική τους, υποδεικνύοντας περιορισμένη μεταγνωστική επίγνωση. Η επίμονη χρήση συγκεκριμένων μεθόδων μέτρησης (για παράδειγμα, δακτύλων ή σχεδίων) για προβλήματα που απαιτούν νοερούς υπολογισμούς συχνά υποδηλώνει υποανάπτυκτη αίσθηση του αριθμού και καθυστερημένη αφηρημένη σκέψη. Αυτά τα μοτίβα υπογραμμίζουν θεμελιώδη κενά που απαιτούν στοχευμένη διδασκαλία για την ανάπτυξη τόσο της εννοιολογικής κατανόησης όσο και της διαδικαστικής ευχέρειας.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Για να υποστηριχθούν οι μαθητές που δυσκολεύονται με τα προβλήματα συγκριτικής πρόσθεσης, είναι απαραίτητο να ενισχυθεί τόσο η εννοιολογική τους κατανόηση της αφαίρεσης όσο και η αντίληψή τους για τη σχέση μεταξύ αφαίρεσης και πρόσθεσης. Πολλές δυσκολίες προκύπτουν από την αντίληψη της αφαίρεσης μόνο ως «αφαίρεση», χωρίς να κατανοείται η σημασία της ως σύγκριση ποσοτήτων ή η σύνδεσή της με την πρόσθεση.

1. Χρήση χειριστικών υλικών. Αυτή η υποστήριξη επικεντρώνεται στην κατανόηση της αφαίρεσης. Η χρήση αντικειμένων όπως τουβλάκια ή μετρητές βοηθά τους μαθητές να οπτικοποιήσουν τι σημαίνει να είναι "4 χρόνια νεότεροι" ως διαφορά μεταξύ δύο ποσοτήτων. Οι μαθητές μπορούν να δουν φυσικά ότι η ηλικία της Ελένης πρέπει να είναι μικρότερη από αυτήν του Δαβίδ, ενισχύοντας την αφαίρεση ως σύγκριση και όχι ως απλή αφαίρεση.
2. Οπτικές αναπαραστάσεις (μοντέλα ράβδων). Αυτή η υποστήριξη αντιμετωπίζει τόσο την κατανόηση της αφαίρεσης όσο και τη σχέση της με την πρόσθεση. Τα μοντέλα ράβδων δείχνουν την ηλικία του Δαβίδ (35) ως μία ράβδο και την ηλικία της Ελένης ως μια μικρότερη ράβδο (35 – 4). Βλέποντας τη διαφορά οπτικά – και παρατηρώντας ότι η ράβδος της Ελένης μπορεί να προκύψει αφαιρώντας, ή εναλλακτικά, ότι προσθέτοντας 4 επιστρέφουμε στη ράβδο του Δαβίδ – συνδέει ξεκάθαρα τις δύο πράξεις.
3. Λεκτική υποστήριξη (καθοδηγητικές ερωτήσεις). Αυτή η υποστήριξη επικεντρώνεται στην κατανόηση της αφαίρεσης. Ερωτήσεις όπως «Ποιος είναι μεγαλύτερος;», «Θα έπρεπε η ηλικία της Ελένης να είναι περισσότερο ή λιγότερο;» και «Ποια πράξη εκφράζει τη διαφορά;» βοηθούν τους μαθητές να αναγνωρίσουν ότι το πρόβλημα περιγράφει μια συγκριτική σχέση. Αυτή η καθοδήγηση τους βοηθά να επιλέξουν την αφαίρεση ως την πράξη που εκφράζει αυτή τη διαφορά.
4. Αντίστροφη επαλήθευση (επαλήθευση μέσω πρόσθεσης). Αυτή η υποστήριξη επικεντρώνεται στη σχέση μεταξύ της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Ενθαρρύνοντας τους μαθητές να ελέγξουν την απάντησή τους ρωτώντας: «Αν η Ελένη είναι 31, ισχύει ότι  $31 + 4 = 35$ ;» ενισχύει την ιδέα ότι η πρόσθεση και η αφαίρεση

είναι αντίστροφες πράξεις. Αυτή η επαλήθευση εδραιώνει την κατανόηση ότι και οι δύο πράξεις εκφράζουν την ίδια σχέση από διαφορετικές κατευθύνσεις.

## Εργασία 9: Βασικά στοιχεία πολλαπλασιασμού

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Ευφράδεια και αυτοματισμός στην ανάκληση των βασικών γεγονότων πολλαπλασιασμού (0-10)

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εκμάθηση των βασικών πολλαπλασιαστικών πινάκων είναι απαραίτητη για διάφορους λόγους. Πρώτον, παρέχει μια γερή βάση για τα προχωρημένα μαθηματικά. Όταν οι μαθητές μπορούν να ανακαλούν γρήγορα τους πολλαπλασιασμούς, εκτελούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση με περισσότερη αποτελεσματικότητα και προσεγγίζουν θέματα όπως τα κλάσματα και η άλγεβρα με μεγαλύτερη ευκολία. Δεύτερον, αυξάνει την αποτελεσματικότητα της επίλυσης προβλημάτων μειώνοντας τον γνωστικό φόρτο. Αντί να επικεντρώνουν την πνευματική τους ενέργεια σε βασικούς υπολογισμούς, οι μαθητές μπορούν να επικεντρωθούν στην επιλογή και εφαρμογή κατάλληλων στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων. Τέλος, η ευχέρεια στον πολλαπλασιασμό έχει σημαντικές εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο, από τον υπολογισμό κόστους και μετρήσεων μέχρι την αποτελεσματική διαχείριση του χρόνου. Ο απώτερος στόχος είναι η επίτευξη αυτοματισμού – άμεση ανάκληση γεγονότων – καθώς η συνεχής εξάρτηση από την καταμέτρηση ή την επανάληψη μπορεί να εμποδίσει την πρόοδο και να θέσει προκλήσεις κατά την αντιμετώπιση πιο προχωρημένων μαθηματικών εννοιών.

a)  $6 \times 1 = \underline{\quad}$

b)  $10 \times 8 = \underline{\quad}$

c)  $8 \times 4 = \underline{\quad}$

d)  $7 \times 9 = \underline{\quad}$

e)  $9 \times 0 = \underline{\quad}$

f)  $7 \times 5 = \underline{\quad}$

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Οι μαθητές που μαθαίνουν τον πολλαπλασιασμό μπορεί να παρουσιάσουν ορισμένα λάθη και προειδοποιητικά σημάδια που υποδηλώνουν δυσκολίες στην εκμάθηση των γεγονότων. Ένα συνηθισμένο λάθος είναι η παραγωγή εσφαλμένων προϊόντων, όπως η εσφαλμένη εφαρμογή γνωστών γεγονότων – για παράδειγμα, η απάντηση  $7 \times 5 = 30$  αντί για 35 ή η σύγχυση σχετικών γεγονότων όπως  $7 \times 9 = 63$  και  $8 \times 9 = 72$  (απάντηση  $7 \times 9 = 72$  και  $8 \times 9 = 63$ ). Ένα άλλο συχνό πρόβλημα είναι ο αργός χρόνος απόκρισης, όπου διστακτικότητα ή εξάρτηση από το μέτρημα με τα δάχτυλα εμφανίζεται ακόμα και για απλά γεγονότα όπως  $3 \times 2$ . Ορισμένοι μαθητές μπορεί επίσης να παραλείψουν ολόκληρα ερωτήματα ή να μαντέψουν απαντήσεις, παράγοντας τυχαίους αριθμούς αντί για υπολογισμένα αποτελέσματα.

Σημαντικά προειδοποιητικά σημάδια που πρέπει να προσέξετε περιλαμβάνουν την υπερβολική εξάρτηση από στρατηγικές πρόσθεσης, όπως η επανειλημμένη πρόσθεση αριθμών αντί της ανάκλησης ενός πολλαπλασιαστικού γεγονότος. Ασυνεπής ακρίβεια – για παράδειγμα, να γνωρίζει το  $5 \times 4$  αλλά όχι το  $5 \times 6$  – υποδηλώνει ασαφή κατανόηση. Με άλλα λόγια, η κατανόησή τους για τον πολλαπλασιασμό δεν έχει ακόμη πλήρως εδραιωθεί. Ο μαθητής κατανοεί την έννοια μόνο εν μέρει ή αβέβαια και χρειάζεται ακόμη να ενισχύσει τις γνώσεις του για να αποκτήσει αυτοπεποίθηση και ακρίβεια σε όλους τους πολλαπλασιασμούς. Τέλος, η ορατή ανησυχία, το άγχος ή οι συμπεριφορές αποφυγής είναι ισχυροί δείκτες ότι ο πολλαπλασιασμός αποτελεί σημαντική πηγή απογοήτευσης ή έλλειψης αυτοπεποίθησης.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Για να υποστηριχθούν οι μαθητές που δυσκολεύονται με τους βασικούς πολλαπλασιασμούς, είναι απαραίτητο να δομηθεί η υποστήριξη προοδευτικά, διασφαλίζοντας πρώτα την εννοιολογική κατανόηση και στη συνέχεια την αυτοματοποίηση, με βάση τις σχέσεις μεταξύ γνωστών γεγονότων.

1. Ελέγξτε την επιχειρησιακή κατανόηση. Αυτή η υποστήριξη διασφαλίζει ότι ο μαθητής κατανοεί τι σημαίνει πολλαπλασιασμός πριν απομνημονεύσει τους πίνακες. Για παράδειγμα: Ξέρουν ότι το  $7 \times 5$  σημαίνει «7 ομάδες των 5»; Μπορούν να το αναπαραστήσουν με σχέδια, μπλοκ ή καταστάσεις από την πραγματική ζωή; Αποφύγετε να προχωρήσετε αν ο μαθητής προσθέτει μόνο από μνήμη χωρίς να καταλαβαίνει τη λειτουργία.
2. Ελέγξτε την αυτοματοποίηση των βασικών γεγονότων. Ορισμένοι πολλαπλασιασμοί είναι θεμελιώδεις και ευκολότερο να αυτοματοποιηθούν, επομένως αρχικά είναι χρήσιμο να ελέγξετε τους πίνακες πολλαπλασιασμού του 2, του 5 και του 10. Βεβαιωθείτε ότι ο μαθητής τα γνωρίζει γρήγορα και χωρίς λάθη. Αν δεν είναι αυτοματοποιημένες, ενισχύστε τις πριν προχωρήσετε σε άλλους πολλαπλασιασμούς.
3. Εργαστείτε για την εξαγωγή άλλων γεγονότων από βασικά γεγονότα. Αφού κατακτηθούν οι κύριοι πίνακες, δείξτε πώς να προκύψουν άλλοι πολλαπλασιασμοί από γνωστά δεδομένα. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουν

ότι  $5 \times 5 = 25$ , τότε  $6 \times 5 = 25 + 5$ . Αν γνωρίζουν ότι  $8 \times 4 = 32$ , τότε  $4 \times 8 = 32$  (αντιμεταθετική ιδιότητα). Αυτό μειώνει τον φόρτο απομνημόνευσης και ενισχύει την κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των πράξεων, επιτρέποντας ευέλικτες στρατηγικές.

4. Αυτοματισμός βασισμένος στην κατανόηση. Τέλος, ενισχύστε όλους τους πίνακες ώστε να είναι γρήγοροι και αξιόπιστοι, αλλά πάντα βασισμένοι στην κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των γεγονότων:
  - Εύκολες συνδυασμοί που προέρχονται από γνωστούς.
  - Χρήση μοτίβων και ιδιοτήτων (αντιμεταθετική ιδιότητα, πολλαπλασιασμός με 0 και 1).
  - Αυτό διασφαλίζει ότι η αυτοματοποίηση είναι σταθερή και ευέλικτη, όχι απλώς μηχανική μνήμη.

## Εργασία 10: Βασικά στοιχεία διαίρεσης

a)  $80 : 10 = \underline{\quad}$

b)  $6 : 6 = \underline{\quad}$

c)  $28 : 4 = \underline{\quad}$

d)  $72 : 9 = \underline{\quad}$

e)  $30 : 5 = \underline{\quad}$

f)  $7 : 1 = \underline{\quad}$

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Ευφράδεια και εννοιολογική κατανόηση των βασικών γεγονότων της διαίρεσης (1-10).

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εκμάθηση των βασικών διαιρετών είναι απαραίτητη για διάφορους λόγους. Παρέχει μια ισχυρή βάση για τα προχωρημένα μαθηματικά, υποστηρίζοντας τη μάθηση σε τομείς όπως τα κλάσματα, τη μακρά διαίρεση, την άλγεβρα και την επίλυση προβλημάτων με αναλογίες.

Ενισχύει επίσης την ευχέρεια στη διαίρεση, ενισχύοντας την αντίστροφη σχέση μεταξύ των δύο πράξεων, βοηθώντας τους μαθητές να αναπτύξουν μια αμοιβαία κατανόηση του πώς συνδέονται. Πέρα από την τάξη, η διαίρεση χρησιμοποιείται σε καθημερινές καταστάσεις, από την ίση κατανομή αντικειμένων μέχρι τον υπολογισμό των τιμών. Η αληθινή ευχέρεια επιδεικνύεται με την αυτόματη ανάκληση αυτών των γεγονότων, χωρίς να βασίζεται σε στρατηγικές μέτρησης ή επανειλημμένους ελέγχους πολλαπλασιασμού.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Οι μαθητές συχνά δυσκολεύονται με βασικές έννοιες της διαίρεσης με προβλέψιμους τρόπους.

- Ένα συχνό λάθος είναι η σύγχυση των πράξεων, όπου πολλαπλασιάζουν αντί να διαιρέσουν (π.χ., λύνουν το  $30 \div 5$  ως  $30 \times 5 = 150$ ).
- Άλλα ζητήματα περιλαμβάνουν την ατελή ανάκληση γεγονότων, ιδιαίτερα με λιγότερο συνηθισμένους διαιρέτες (π.χ., το  $72 \div 9$  εκλαμβάνεται λανθασμένα ως 9), και την εσφαλμένη εφαρμογή των κανόνων της ταυτότητας/μηδενός (το  $7 \div 1$  συγχέεται με το  $7 \times 0$ ).

Αυτά τα μοτίβα αποκαλύπτουν τόσο υπολογιστικά κενά όσο και υποκείμενες εννοιολογικές παρεξηγήσεις σχετικά με τις αντίστροφες πράξεις που απαιτούν στοχευμένη παρέμβαση.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Για να υποστηριχθούν οι μαθητές που δυσκολεύονται με τη βασική διαίρεση, η βοήθεια μπορεί να οργανωθεί σταδιακά: διασφαλίζοντας πρώτα την εννοιολογική κατανόηση του πολλαπλασιασμού και στη συνέχεια την αυτοματοποίηση με βάση την κατανόηση.

1. Ελέγξτε την λειτουργική κατανόηση του πολλαπλασιασμού. Πριν ξεκινήσετε τη διαίρεση, βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές κατανοούν τον πολλαπλασιασμό: Γνωρίζουν ότι το  $10 \times 8 = 80$  σημαίνει «10 ομάδες των 8» ή «8 ομάδες των 10»; Μπορούν να το αναπαραστήσουν με τουβλάκια, σχέδια ή καταστάσεις από την πραγματική ζωή (για παράδειγμα, 8 σακούλες με 10 γλυκά η καθεμία); Αυτό παρέχει τα απαραίτητα θεμέλια για να εκτελούνται σωστά οι διαιρέσεις.

2. Έλεγχος αυτοματοποίησης των βασικών πολλαπλασιαστικών πινάκων. Βεβαιωθείτε ότι ο μαθητής έχει κατακτήσει τους πιο σημαντικούς πίνακες: 2, 5 και 10, ακολουθούμενοι από τους υπόλοιπους. Η βασική διαίρεση εξαρτάται από τη γνώση του πολλαπλασιασμού: για παράδειγμα, για να λύσουν το  $72 \div 9$ , πρέπει να αναγνωρίσουν ότι  $9 \times 8 = 72$ . Αν οι πίνακες δεν είναι αυτοματοποιημένοι, ενισχύστε τους πριν προχωρήσετε στη διαίρεση.

3. Εισαγωγή της εννοιολογικής κατανόησης της διαίρεσης. Εξηγήστε ότι η διαίρεση είναι η αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού: «Αν  $10 \times 8 = 80$ , τότε  $80 \div 10 = 8$  και  $80 \div 8 = 10$ ». Χρησιμοποιήστε οπτικές αναπαραστάσεις: διαγράμματα ομάδων, πίνακες ή σχέδια που δείχνουν πώς να διαιρέσετε αντικείμενα σε ίσα μέρη. Ζητήστε από τον μαθητή να διατυπώσει τι σημαίνει διαίρεση: «Διανείμω 80 γλυκά εξίσου σε 10 σακούλες. Πόσα γλυκά έχει κάθε σακούλα;

4. Εργαστείτε στην εξαγωγή γεγονότων διαίρεσης από γνωστούς πολλαπλασιασμούς. Συνδέστε τους διαιρέτες με ήδη κατακτημένους πολλαπλασιασμούς:

- $24 \div 4 \rightarrow "4 \times ? = 24" \rightarrow 4 \times 6 = 24 \rightarrow$  απάντηση 6.

- $36 \div 6 \rightarrow "6 \times ? = 36" \rightarrow 6 \times 6 = 36 \rightarrow$  απάντηση 6. Αυτό μειώνει τον φόρτο απομνημόνευσης και βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν ότι η διαίρεση μπορεί πάντα να προκύψει από τον πολλαπλασιασμό.5. Automatization based on understanding. Reinforce all basic divisions until they are fast and reliable, always based on understanding multiplication and the inverse relationship. Practise patterns and properties: division by 1, division by the same number (result 1), relation to multiplication by 0. This ensures that automatization is solid, flexible, and functional.

## Εργασία 11: Νοεροί υπολογισμοί: τα μηδενικά

$$a) 7 \times 5,000 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b) 50 \times 20 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) 60,000 : 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) 3,000 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να εκτελούν νοερούς πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις με αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του δέκα, του εκατό, του χίλιου και ούτω καθεξής.

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η καλή κατανόηση του δεκαδικού συστήματος θέσης αξίας αποτελεί τη βάση για τον ευέλικτο υπολογισμό με πολυψήφιους αριθμούς (και αργότερα, δεκαδικούς αριθμούς), καθώς και για τη σύνδεση αυτών των αριθμών μεταξύ τους και με τον κόσμο γύρω μας (για παράδειγμα, για την εκτίμηση, την πραγματοποίηση πρόχειρων υπολογισμών ή την ορθή αξιολόγηση των ποσοτικών αναλογιών σε πραγματικές καταστάσεις). Η κατανόηση της αξίας θέσης είναι πολύπλευρη. Αν ένας αριθμός τελειώνει σε μηδέν, οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν χρησιμοποιώντας τον ακέραιο αριθμό των δεκάδων, αντλώντας από τις γνώσεις για μικρότερους αριθμούς. Αν ο αριθμός τελειώνει σε δύο μηδενικά, οι υπολογισμοί γίνονται σε εκατοντάδες. Με τρία μηδενικά, σε χιλιάδες, και ούτω καθεξής. Για παράδειγμα,  $7 \times 5.000$  είναι 7 φορές τα 5 χιλιάδες, που είναι 35 χιλιάδες, γραμμένο ως 35.000. Μπορούμε επίσης να το διαιρέσουμε σε  $7 \times 5 \times 1000$ . Αυτό επιτρέπει τον νοερό υπολογισμό με μεγάλους αριθμούς. Αυτή η δεξιότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η τάξη μεγέθους ενός υπολογισμού. Για παράδειγμα, αντί να υπολογίσετε  $7 \times 4.957$ , μπορείτε να υπολογίσετε  $7 \times 5.000$  κάνοντας  $7 \times 5$  χιλιάδες, και να λάβετε το 35.000 ως τάξη μεγέθους.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Η καλή κατανόηση του δεκαδικού συστήματος θέσης αξίας αποτελεί τη βάση για τον ευέλικτο υπολογισμό με πολυψήφιους αριθμούς (και αργότερα, δεκαδικούς αριθμούς), καθώς και για τη σύνδεση αυτών των αριθμών μεταξύ τους και με τον κόσμο γύρω μας (για παράδειγμα, για την εκτίμηση, την πραγματοποίηση πρόχειρων υπολογισμών ή την ορθή αξιολόγηση των ποσοτικών αναλογιών σε πραγματικές καταστάσεις). Η κατανόηση της αξίας θέσης είναι πολύπλευρη. Αν ένας αριθμός τελειώνει σε μηδέν, οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν χρησιμοποιώντας τον ακέραιο αριθμό των δεκάδων, αντλώντας από τις γνώσεις για μικρότερους αριθμούς. Αν ο αριθμός τελειώνει σε δύο μηδενικά, οι υπολογισμοί γίνονται σε εκατοντάδες. Με τρία μηδενικά, σε χιλιάδες, και ούτω καθεξής. Για παράδειγμα,  $7 \times 5.000$  είναι 7 φορές τα 5 χιλιάδες, που είναι 35 χιλιάδες, γραμμένο ως 35.000. Μπορούμε επίσης να το διαιρέσουμε σε  $7 \times 5 \times 1000$ . Αυτό επιτρέπει τον νοερό υπολογισμό με μεγάλους αριθμούς. Αυτή η δεξιότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η τάξη μεγέθους ενός υπολογισμού. Για παράδειγμα, αντί να υπολογίσετε  $7 \times 4.957$ , μπορείτε να υπολογίσετε  $7 \times 5.000$  κάνοντας  $7 \times 5$  χιλιάδες, και να λάβετε το 35.000 ως τάξη μεγέθους.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Όπως αναφέρθηκε, η κατανόηση της θέσης της αξίας είναι πολύπλευρη. Εάν ένα παιδί αντιμετωπίζει δυσκολίες με αυτή την εργασία, συνιστάται μια πιο διεξοδική αξιολόγηση του τρέχοντος επιπέδου εκμάθησής του των αρχών του δεκαδικού συστήματος. Υπάρχουν δύο πτυχές που πρέπει να λάβουμε υπόψη. Το πρώτο είναι η δεκαδική πτυχή, η οποία περιλαμβάνει την αναγνώριση ότι μια μονάδα αρίθμησης (μονάδα, δεκάδα, εκατοντάδα, κ.λπ.) μιας συγκεκριμένης τάξης είναι δέκα φορές αυτής της χαμηλότερης τάξης: 10 μονάδες = 1 δεκάδα· 10 δεκάδες = 1 εκατοντάδα· 10 εκατοντάδες = 1 χιλιάδα, και ούτω καθεξής. Η δεύτερη πτυχή είναι η θέση: η σειρά των ψηφίων παρέχει πληροφορίες σχετικά με τις μονάδες μέτρησης που εξετάζονται. Έτσι, ενώ το «2 δεκάδες και 3 μονάδες» αναφέρεται σε έναν αριθμό, μόνο το «23» αντιπροσωπεύει αυτόν τον αριθμό, ενώ το «32» αναφέρεται σε «3 δεκάδες και 2 μονάδες».

Ανάλογα με τα αποτελέσματα μιας τέτοιας λεπτομερούς διευκρίνισης του επιπέδου μάθησης, μπορεί να είναι απαραίτητο να εργαστείτε ξανά με το παιδί σε μια θεμελιώδη κατανόηση της αρχής της ομαδοποίησης. Σημαντικές εδώ είναι οι δραστηριότητες στις οποίες το παιδί σχηματίζει δεκαδικές ομάδες με κατάλληλα υλικά. Με βάση αυτό, θα πρέπει να δοθεί έμφαση σε συγκεκριμένες εργασίες όπου είναι απαραίτητο, όπως στις εργασίες 3, 6 και 7 του DiToM. Στη συνέχεια, μπορούν να δίνονται σύντομες ασκήσεις καθημερινά, ακολουθώντας μια διδακτική πρόοδο που βασίζεται στις γνώσεις που απαιτούνται (δεκαδικός χαρακτήρας, θέσια αξία). Μπορείτε να ξεκινήσετε με διψήφιους

αριθμούς με μονάδες (μ) και δεκάδες (δ). Για παράδειγμα: 3t 2u; 3t; 5u; 4u 2t; 4t 13u; 15u 3t; 35u 2t. Για το 15u 3t, η αναμενόμενη διαδικασία δεν είναι ένας υπολογισμός ( $15 \times 1 + 3 \times 10$ ), αλλά η εξής: Αφού 15u είναι 10u 5u, τότε 15u είναι 1t 5u (επειδή  $10u = 1t$ ), οπότε παίρνουμε 1t 5u 3t, που είναι 5u 4t, γραμμένο ως "45". Για τριψήφιους αριθμούς, θα ισχύει επίσης η ισότητα  $10t = 1h$ . Μπορούμε να εξετάσουμε την ακόλουθη πρόοδο: 5γ 3t 2u· 6γ 4u 2t· 1γ 2t· 3γ 15u· 2γ 4t 23u· 3γ 15u 3t· 2γ 14t 1u· 4u 21t 2γ· 2γ 14t 13u· 21t 15u 3γ· 5γ 9t 12u, και ούτω καθεξής. Η εργασία συνεχίζεται με τετραψήφιους αριθμούς και μετά με άλλους αργότερα. Όπως πάντα, είναι σημαντικό να βοηθήσουμε τα παιδιά να προχωρήσουν στην επίλυση τέτοιων εργασιών χωρίς υλικά, αξιοποιώντας τις προηγούμενες εμπειρίες τους με υλικές ενέργειες. Για αποτελεσματική εσωτερίκευση, είναι σημαντικό να ζητάμε επανειλημμένα από τα παιδιά να εκφράζουν λεκτικά τις ενέργειές τους με συνοδευτικό και όλο και πιο προνοητικό τρόπο. Διδακτικές συμβουλές για την ανάπτυξη κατανόησης του δεκαδικού συστήματος θέσης μπορούν να βρεθούν, για παράδειγμα, στο <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/> ή στο [https://padlet.com/frederick\\_templier/numerationdecimale-la0yr0317fhhb](https://padlet.com/frederick_templier/numerationdecimale-la0yr0317fhhb).

## Εργασία 12: Λειτουργική κατανόηση: Αναπαραστάσεις

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίζουν τη πολλαπλασιαστική δομή μιας αναπαράστασης.

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εργασία περιλαμβάνει την αναγνώριση μιας πολλαπλασιαστικής κατάστασης (οκτώ σύνολα των έξι κουκίδων το καθένα) και τη δημιουργία μιας αριθμητικής έκφρασης ( $8 \times 6$  ή  $6 \times 8$ ) χωρίς να υπολογιστεί το αποτέλεσμα. Πιο συγκεκριμένα, απαιτεί μετάφραση πέρα από τον αριθμητικό συμβολισμό της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης ( $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$ ) για να παραχθεί ένας αριθμητικός συμβολισμός που αντιστοιχεί στον πολλαπλασιασμό ( $8 \times 6$ ). Αυτή η εργασία είναι θεμελιώδης επειδή απαιτεί την αναγνώριση μιας πολλαπλασιαστικής κατάστασης προκειμένου να προσδιοριστεί ο τύπος του προβλήματος πριν από την εκτέλεση του υπολογισμού. Επιτρέπει στους μαθητές να αντιλαμβάνονται την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ως πολλαπλασιασμό, κάτι που είναι απαραίτητο για:

- Να κατασκευάσουν πίνακες πολλαπλασιασμού.
- Να κατανοήσουν τη σημασία της λέξης «φορές» (στο «32 φορές το 100», το οποίο μπορεί να γραφτεί ως  $100 \times 32$  ή  $32 \times 100$ ).
- Να κατανοήσουν τους κανόνες που βασίζονται στη δεκαδική σημειογραφία κατά τον πολλαπλασιασμό ενός αριθμού στις δεκάδες ή στις εκατοντάδες με έναν δεδομένο ακέραιο (η λέξη «φορές» σημαίνει ότι προσθέτουμε το 100 32 φορές), αντί να βασίζονται σε κανόνες για την προσθήκη μηδενικών για τον πολλαπλασιασμό με το 10.
- Να κατανοήσουν την επιμεριστικότητα ( $13$  φορές το  $5$  είναι  $10$  φορές το  $5$  συν  $3$  φορές το  $5$ , το οποίο μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας επαναλαμβανόμενη πρόσθεση).

Αυτή η εργασία μας επιτρέπει επίσης να αξιολογήσουμε την ευελιξία του μαθητή στη μετάβαση από μια αναπαράσταση σε μια άλλη, κάτι που απαιτεί αλλαγή καταλόγου. Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνει τη μετάβαση από μια αναπαράσταση στο συμβολικό μητρώο σε μια αναπαράσταση στο μητρώο των αριθμητικών εκφράσεων.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Όταν η κατάσταση δεν είναι κατανοητή:

- Λάθος απάντηση 8: τα 8 σύνολα των 6 κουκίδων το καθένα μπορεί να αναγνωριστούν παγκοσμίως, αλλά χωρίς να αντιληφθούμε ότι κάθε ζάρι από μόνο του περιέχει έναν αστερισμό 6 κουκίδων.
- Λάθος απάντηση 6: οι 6 κουκίδες του αστερισμού του εξαριού σε ένα ζάρι θα μπορούσαν να γίνουν αντιληπτές χωρίς να ληφθούν υπόψη τα 8 ζάρια.

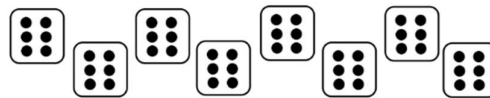
Όταν ούτε η προσθετική ούτε η πολλαπλασιαστική κατάσταση αντιλαμβάνονται:

- Σωστή απάντηση 48: ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει μια διαδικασία μέτρησης για να μετρήσει 48 κουκίδες.
- Λανθασμένες απαντήσεις 47 ή 49 ή άλλες: ο μαθητής μπορεί να κάνει λάθος στην καταμέτρηση δεδομένων των αριθμών που εμπλέκονται και του περιορισμένου χρόνου που διατίθεται για την ολοκλήρωση της εργασίας.

Όταν η προσθετική κατάσταση γίνεται αντιληπτή αλλά όχι η πολλαπλασιαστική κατάσταση:

- Απροσδόκητα σωστή απάντηση  $6+6+6+6+6+6+6+6$ : προέκυψε θεωρώντας ότι υπάρχουν 8 ζάρια και ότι κάθε ζάρι είναι ένας αστερισμός 6 κουκίδων.

There is a calculation to figure out the total number of dots below.



Write down a multiplication task that fits the picture!  
You do not need to write the resulting total number of dots!

Calculation : \_\_\_\_\_

- Απροσδόκητα σωστή απάντηση  $8+8+8+8+8$ : προέκυψε από έναν αστερισμό 6 κουκκίδων και, για κάθε κουκκίδα, θεωρώντας ότι είναι 8, αφού υπάρχουν 8 σύνολα των έξι κουκκίδων το καθένα.

Αυτές οι απαντήσεις, αν και σωστές, μπορεί να δείχνουν ότι ο μαθητής παρέμεινε κολλημένος στην επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και δεν τη μετέφρασε σε πολλαπλασιασμό.

- Λανθασμένες απαντήσεις  $6+6+6+6+6+6$  ή  $6+6+6+6+6+6+6$ : ο αριθμός των επαναλήψεων μπορεί να είναι λανθασμένος.

Όταν αντιλαμβανόμαστε μια πολλαπλασιαστική κατάσταση:

- Σωστές απαντήσεις  $8 \times 6$  ή  $6 \times 8$ : ο μαθητής μεταφράζει με πολλαπλασιασμό ότι υπάρχουν 8 σύνολα των έξι κουκκίδων το καθένα.
- Σε αντίθεση με άλλες ευρωπαϊκές χώρες, τα γαλλικά σχολικά προγράμματα σπουδών δεν διακρίνουν τις έννοιες που αποδίδονται σε αυτούς τους δύο συμβολισμούς. Οι Γάλλοι μαθητές μπορούν επομένως να χρησιμοποιήσουν είτε  $8 \times 6$  είτε  $6 \times 8$  για να εκφράσουν 8 σύνολα των έξι κουκκίδων το καθένα.
- Λανθασμένες απαντήσεις  $7 \times 6$ ,  $6 \times 6$  ή  $9 \times 6$ : ο αριθμός των εμφανίσεων που αντιστοιχεί στον αριθμό των ζαριών με τους έξι αστερισμούς μπορεί να είναι λανθασμένος.

### **Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;**

Συμβουλές για την τάξη:

- Παρουσιάστε καταστάσεις που περιλαμβάνουν χειραγώγηση ή λεκτικοποίηση, όπως αυτή που προτείνεται, τονίζοντας τι σημαίνουν στην καθημερινή γλώσσα το «πολλαπλασιασμένο επί β» και το «α επί β».
- Μεταβάλλετε τις διδακτικές μεταβλητές για να μετακινηθείτε από την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση στον πολλαπλασιασμό.
- Εργαστείτε στην αντιμεταθετικότητα του πολλαπλασιασμού.
- Μην εισάγετε το σύμβολο "x" πολύ νωρίς.

Αυτός ο τύπος κατάστασης δεν σας επιτρέπει να εργαστείτε σε όλες τις έννοιες που μπορούν να αποδοθούν στον πολλαπλασιασμό. Για παράδειγμα, πόσα διαφορετικά μενού μπορούν να δημιουργηθούν με τρεις επιλογές για ορεκτικό, δύο για κυρίως πιάτο και τέσσερις για επιδόρπιο; Το αποτέλεσμα προκύπτει από έναν πολλαπλασιασμό:  $3 \times 2 \times 4$ .

## Εργασία 13: Λειτουργική κατανόηση: Λεκτικά προβλήματα

### Βασική δεξιότητα που ελέγχεται με αυτή την εργασία

Αυτή η εργασία αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίζουν ένα προσθετικό / πολλαπλασιαστικό μοντέλο που σχετίζεται με ένα αριθμητικό πρόβλημα ενός βήματος.

### Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Τα προβλήματα που προτείνονται είναι μονοβάθμια, δεν περιέχουν περιττά δεδομένα και είναι παρόμοια με αυτά

που αντιμετώπισαν προηγουμένως οι μαθητές σε αυτό το επίπεδο. Το πλαίσιο (κουτιά αυγών για μαγείρεμα) προορίζεται να είναι οικείο σε όλους τους μαθητές, διευκολύνοντας την κατανόηση της κατάστασης. Οι τέσσερις προτεινόμενες αριθμητικές φόρμουλες επαναλαμβάνουν τις τέσσερις πράξεις με τους ίδιους δύο αριθμούς που προτείνονται στην εκφώνηση του προβλήματος, με την ίδια σειρά: πρώτα το 24, μετά το 6. Η ανάγνωση των κειμένων από τον δάσκαλο διασφαλίζει ότι οι μαθητές με δυσκολίες στην ανάγνωση δεν βρίσκονται σε μειονεκτική θέση.

A baker buys 24 packets of eggs. In each packet there are 6 eggs. How many eggs does the baker buy?	24 : 6
24 eggs are packed into packets. Each packet holds 6 eggs. How many packets get filled?	24 - 6
There are 24 eggs in the fridge. The cook takes 6 eggs out of the fridge. How many eggs remain in the fridge?	24 x 6
	24 + 6

Η αναγνώριση του μοντέλου που κρύβεται πίσω από ένα αριθμητικό πρόβλημα, ειδικά σε απλά προβλήματα όπως αυτά που προτείνονται, είναι μια βασική δεξιότητα για την κατανόηση των πράξεων και για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων. Διασφαλίζει επίσης ότι οι μαθητές μπορούν να αναγνωρίσουν αυτά τα μοντέλα σε παρόμοια είδη προβλημάτων: μια πολλαπλασιαστική κατάσταση που περιλαμβάνει την εύρεση του γινομένου (πρόβλημα 1) ή του αριθμού των μερών (πρόβλημα 2)· μια προσθετική κατάσταση που περιλαμβάνει αφαίρεση (πρόβλημα 3). Στόχος εδώ είναι να διασφαλιστεί ότι ο μαθητής μπορεί να μοντελοποιήσει ένα πρόβλημα εντοπίζοντας την κατάλληλη αριθμητική έκφραση, με μια πράξη, χωρίς να δώσει το αποτέλεσμα. Η ικανότητα υπολογισμού (η οποία είναι μια βασική δεξιότητα που αξιολογείται σε άλλες εργασίες) και η παραγωγή μιας απαντητικής πρότασης στο πρόβλημα δεν αξιολογούνται.

### Τι είδους σφάλματα και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται με αυτήν την εργασία;

Μια εσφαλμένη συσχέτιση μεταξύ του κειμένου και της πράξης θα μπορούσε να εξηγηθεί από:

- Κακή κατανόηση του κειμένου ή της κατάστασης: ο μαθητής δεν καταλαβαίνει τη σημασία ενός όρου (για παράδειγμα, συγχέει το να βγάλει από το ψυγείο με το να προσθέσει), ή μια λέξη τον οδηγεί να επιλέξει τη λάθος πράξη (για παράδειγμα, στα γαλλικά, η λέξη "remain" στο πρόβλημα 3 μπορεί να υποδηλώνει ένα πρόβλημα διαίρεσης).
- Αδυναμία αναγνώρισης του σωστού μοντέλου ή λειτουργίας.

Ορισμένοι μαθητές μπορεί να είναι σε θέση να λύσουν τα προβλήματα 1 και 2 χρησιμοποιώντας επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ή αφαίρεση. Αυτό υποδηλώνει ότι δεν έχουν ακόμη κατασκευάσει πολλαπλασιαστικά μοντέλα (πολλαπλασιασμό ή διαίρεση). Άλλοι μαθητές μπορεί να λύσουν και τα τρία προβλήματα χρησιμοποιώντας σχέδια, καθώς οι συλλογές είναι αρκετά μικρές ώστε να μπορούν να αναπαρασταθούν οπτικά. Σε αυτή την περίπτωση, η άσκηση δείχνει ότι δεν είναι ακόμη σε θέση να παράγουν αριθμητική σημειογραφία.

### Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτό το έργο;

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ορισμένοι μαθητές μπορεί να λύσουν τα προβλήματα χωρίς να χρησιμοποιήσουν μια πράξη. Επομένως, φαίνεται συμπληρωματικό να προτείνουμε να το κάνουν αυτό χωρίς να τους ζητήσουμε να παράγουν μια πράξη. Για παράδειγμα, ο δάσκαλος θα μπορούσε να επαναφέρει τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ή αφαίρεση για έναν μαθητή που δεν αναγνωρίζει τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση, αλλά μπορεί να λύσει τα προβλήματα 1 και 2 χρησιμοποιώντας επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ή αφαίρεση.

Αν ο μαθητής μπορεί να λύσει το πρόβλημα σχεδιάζοντας συλλογές, αυτό δείχνει ότι η κατάσταση είναι κατανοητή. Οι τρεις λειτουργίες μπορούν στη συνέχεια να επανεισαχθούν μέσω της λεκτικοποίησης, χρησιμοποιώντας το σχέδιο και τα υλικά που αντιπροσωπεύουν τις συλλογές που αναφέρονται. Για να βοηθήσει τον μαθητή να κατανοήσει καλύτερα την κατάσταση, ο δάσκαλος μπορεί να του ζητήσει να διατυπώσει ξανά το πρόβλημα με δικά του λόγια ή να πει μια

ιστορία. Ο δάσκαλος μπορεί επίσης να μιμηθεί την κατάσταση μπροστά στους μαθητές (με αυγά, κουτιά, μάρκες κ.λπ.). Υπάρχουν επίσης διάφοροι τρόποι για να βοηθήσουν τους μαθητές να αναγνωρίσουν το μοντέλο που διέπει το πρόβλημα: ο δάσκαλος μπορεί να παρέχει υλικό για να βοηθήσει στην συμβολική αναπαράσταση της κατάστασης, να ζητήσει από τους μαθητές να συσχετίσουν το πρόβλημα με ένα που έχουν ήδη αντιμετωπίσει στην τάξη ή να τους ενθαρρύνει να εκτιμήσουν το μέγεθος της τάξης μεγέθους του αποτελέσματος.

## 4) Σημειώσεις σχετικά με την Αξιολόγηση και Τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων

Για να σας βοηθήσουμε να αξιολογήσετε τα αποτελέσματα των τεστ, είναι διαθέσιμα προς λήψη διάφορα εργαλεία στη διεύθυνση: [ditom.org/en/tests-en](http://ditom.org/en/tests-en):

Αν προτιμάτε να αξιολογήσετε τις εξετάσεις χειροκίνητα, παρέχουμε τα ακόλουθα βοηθήματα:

- α) Ένα φύλλο επισκόπησης για τη βαθμολόγηση, το οποίο απαριθμεί για κάθε εργασία τα κριτήρια για την απονομή ενός βαθμού, μισού βαθμού ή κανενός βαθμού (βλ. σελίδα 43).
- β) Ένα φύλλο αξιολόγησης της τάξης για την καταγραφή και τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων ολόκληρης της τάξης (βλ. σελίδα 44).
- γ) Ένα ατομικό φύλλο αξιολόγησης για την καταγραφή και τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων ενός μόνο παιδιού, αν επιθυμείτε να έχετε μια ατομική επισκόπηση (βλ. σελίδα 45).

Μια πολύ λιγότερο χρονοβόρα επιλογή είναι να αξιολογήσετε τα αποτελέσματα στο Excel στον υπολογιστή σας. Για αυτόν τον σκοπό, μπορείτε να κατεβάσετε:

- α) Ένα προγραμματισμένο αρχείο Excel με δύο φύλλα εργασίας στα οποία μπορείτε να μετακινήσετε μέσω των καρτελών κάτω αριστερά.  
Στο φύλλο με τίτλο «ποιοτική», απλώς καταχωρίστε, στην κατάλληλη στήλη για κάθε παιδί, τους αριθμούς που έγραψε το παιδί στο φυλλάδιό του ως απαντήσεις σε κάθε υπο-ερώτημα. Αν ένα παιδί άφησε ένα στοιχείο κενό, παρακαλούμε εισάγετε 999.  
Όταν τελειώσετε την εισαγωγή των δεδομένων, μεταβείτε στο φύλλο "ποσοτική". Το πρόγραμμα θα υποδείξει αυτόματα εάν κάθε υπο-εργασία απαντήθηκε σωστά (1) ή λάθος (0) και θα υπολογίσει τη βαθμολογία που αντιστοιχεί σε κάθε συνολική εργασία (1 / 0,5 / 0). Στο τέλος κάθε σειράς, θα βρείτε το ποσοστό των σωστά λυμένων ασκήσεων και τη συνολική βαθμολογία για το κάθε παιδί. Στο τέλος κάθε στήλης, θα βρείτε το ποσοστό των παιδιών στην τάξη που έλυσαν σωστά τη συγκεκριμένη άσκηση.

### Τα "Όρια Κρίσιμης Βαθμολογίας" για το DiToM 4+ και πώς να τα ερμηνεύσετε

Όπως εξηγείται στην Ενότητα 1, το DiToM δεν προορίζεται για να χαρακτηρίσει παιδιά. Παρακαλώ ανατρέξτε στην συζήτηση των στόχων και των κατευθυντήριων αρχών του DiToM σε αυτήν την ενότητα.

Εκεί θα βρείτε επίσης μια πιο λεπτομερή εξήγηση των «κατώτατων ορίων κρίσιμης βαθμολογίας», τα οποία καθορίστηκαν βάσει της πιλοτικής δοκιμής του DiToM (για την έκδοση 4+, με 934 μαθητές από τις επτά χώρες εταίρους του έργου) χρησιμοποιώντας τη στατιστική μέθοδο της Ανάλυσης Λανθανουσών Κατηγοριών. Αυτή η μέθοδος καθιστά δυνατή την κατανομή των παιδιών, με βάση τη συνολική τους βαθμολογία στο DiToM 4+, σε μία από τις ακόλουθες τρεις ομάδες:

<b>Βαθμολογία</b>	<b>Ομάδα</b>
0 έως 8.5	A - Σημάδια ευρύτερων δυσκολιών σε αρκετούς βασικούς τομείς
9 έως 12.5	B - Ενδείξεις δυσκολιών σε ορισμένους βασικούς τομείς
13 έως 16	Γ - Καμία ένδειξη σημαντικών δυσκολιών σε βασικούς τομείς

Μια τελευταία σημείωση που αναφέρεται στην Ενότητα 1: Να έχετε κατά νου ότι ο έλεγχος παρέχει μόνο μια στιγμιαία εικόνα. Τα αποτελέσματα θα πρέπει, επομένως, να συγκριθούν με τις δικές σας παρατηρήσεις και εμπειρίες στην τάξη και, όπου ενδείκνυται, να χρησιμοποιηθούν ως σημείο εκκίνησης για επακόλουθες συνεντεύξεις με μεμονωμένα παιδιά – για να εμβαθύνετε, να βελτιώσετε ή να διευρύνετε την κατανόησή σας και, αν είναι απαραίτητο, να προσαρμόσετε τα συμπεράσματά σας τουλάχιστον εν μέρει.

## Αξιολόγηση και Βαθμολογία Διαγνωστικού τεστ *DiToM 4+* (μέγιστο 16 βαθμοί)

1	Writing numbers	1 P. 0,5 P. 0 P.	all three numbers correct (5,089, 43,005, 300,500) two numbers correct all other solutions
2	Comparing numbers	1 P. 0,5 P. 0 P.	all three symbols correct (>, >, <) two correct all other solutions
3a	Adding 1/10/100 together with bundling	1 P. 0,5 P. 0 P.	all three numbers correct (9,900, 4,600, 4,000) two numbers correct all other solutions
3b	Taking away 1/10/100 together with unbundling	1 P. 0,5 P. 0 P.	all three numbers correct (6,999, 3,490, 3,900) two numbers correct all other solutions
4	Numbers on the number line	1 P. 0,5 P. 0 P.	all four numbers correct (7,000, 5,300, 4,080, 12,500) three numbers correct all other solutions
5	Halving numbers up to 10,000	1 P. 0,5 P. 0 P.	all four numbers correct (500, 250, 350, 1,500) three numbers correct all other solutions
6a	Mental calculation: Addition and subtraction	1 P. 0,5 P. 0 P.	all four numbers correct (300, 736, 699, 354) three numbers correct all other solutions
6b	Mental calculation: Dealing with zeroes	1 P. 0,5 P. 0 P.	all four numbers correct (4,500, 64,000, 2.500, 49,000) three numbers correct all other solutions
7a	Written addition	1 P. 0,5 P. 0 P.	both results correct (584, 1,324) one result correct all other solutions
7b	Written subtraction	1 P. 0,5 P. 0 P.	both results correct (644, 272) one result correct all other solutions
8	Operational understanding of addition/subtraction	1 P. 0,5 P. 0 P.	correct term and result ( $35 - 4 = 31$ ) either the task OR the result was noted correctly all other solutions
9	Basic number facts multiplication	1 P. 0,5 P. 0 P.	all six numbers correct (6, 80, 32, 63, 0, 35) five numbers correct all other solutions
10	Basic number facts division	1 P. 0,5 P. 0 P.	all six numbers correct (8, 1, 7, 8, 6, 7) five numbers correct all other solutions
11	Mental calculation: Dealing with zeroes	1 P. 0,5 P. 0 P.	all four numbers correct (35,000, 1,000, 600, 600) three numbers correct all other solutions
12	Operational understanding: Representations	1 P. 0 P.	correct multiplication ( $8*6$ OR $6*8$ ) all other solutions
13	Operational understanding: Word problems	1 P. 0,5 P. 0 P.	all three correct ( $a - 3$ , $b - 1$ , $c - 2$ ) two correct all other solutions



**Φόρμα Αξιολόγησης DiToM 4+**

Εργασία	Σωστή Απάντηση	Σημείωση Σωστό/Λάθος	Πόντοι
1.α	5,089		
1.β	43,005		
1.γ	300,500		
2.α	>		
2.β	>		
2.γ	<		
3α.α	9,900		
3α.β	4,600		
3α.γ	4,000		
3β.α	6,999		
3β.β	3,490		
3β.γ	3,900		
4.α	7,000		
4.β	5,300		
4.γ	4,080		
4.δ	12,500		
5.α	500		
5.β	250		
5.γ	350		
5.δ	1,500		
6α.α	300		
6α.β	736		
6α.γ	699		
6α.δ	354		
6β.α	4,500		
6β.β	64,000		
6β.γ	2,500		
6β.δ	49,000		
7α.α	584		
7α.β	1,324		
7β.α	644		
7β.β	272		
8 μέρος 1	35-4		
8 μέρος 2	31		
9.α	6		
9.β	80		
9.γ	32		
9.δ	63		
9.ε	0		
9.στ	35		
10.α	8		
10.β	1		
10.γ	7		
10.δ	8		
10.ε	6		
10.στ	7		
11.α	35,000		
11.β	1,000		
11.γ	600		
11.δ	600		
12	8*6 or 6*8		
13.α	a) - 3		
13.β	b) - 1		
13.γ	c) - 2		

Συνολικοί πόντοι που επιτεύχθηκαν από 16

Σχόλια: \_\_\_\_\_

**Αξιολόγηση:**

- Εργασία 1 έως 3β και 13    3 σωστά = 1 πόντος; 2 σωστά = 0.5 πόντοι; 1,0 σωστά ή κενό = 0 πόντοι
- Εργασία 4 έως 6β και 11    4 σωστά = 1 πόντος; 3 σωστά = 0.5 πόντοι; 2,1,0 σωστά ή κενό = 0 πόντοι
- Εργασία 7α έως 8    2 σωστά = 1 πόντος; 1 σωστό = 0.5 πόντοι; 0 σωστά ή κενό = 0 πόντοι
- Εργασία 9 και 10    6 σωστά = 1 πόντος; 5 σωστά = 0.5 πόντοι; 4,3,2,1,0 σωστά ή κενό = 0 πόντοι
- Εργασία 12    σωστό = 1 πόντος; λάθος = 0 πόντοι

## 5) Αναφορές

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT)*. 2<sup>nd</sup> edition. Educational Testing Service.

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), *Handbuch Inklusive Diagnostik* (S. 199–213). Beltz.