



Co-funded by
the European Union



Διαγνωστικό τεστ 2+

Εγχειρίδιο για εκπαιδευτικούς

Το παρόν έργο χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις των συγγραφέων και η Επιτροπή δεν φέρει ευθύνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Περιεχόμενα

Πρόλογος	2
1 Στόχοι και Γενικές Αρχές του έργου <i>DiToM</i>	3
Τι είναι και τι επιτυγχάνουν τα διαγνωστικά τεστ <i>DiToM</i> ;	3
Τι είναι οι «βασικές μαθηματικές ικανότητες»;	3
Μετά τη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ <i>DiToM</i> – τι ακολουθεί;	4
2 Οδηγίες για τη διεξαγωγή του Διαγνωστικού τεστ 2+	6
3 Εξηγήσεις και προτάσεις υποστήριξης για κάθε εργασία του Διαγνωστικού τεστ <i>DiToM</i> 2+	23
Εργασία 1: Απαρίθμηση	23
Εργασία 2: Αναπαράσταση δεκάδων - μονάδων	24
Εργασία 3: Μέτρηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω	25
Εργασία 4: Γραφή διψήφων αριθμών	26
Εργασία 5: Υποδιπλασιασμός διψήφων αριθμών	27
Εργασία 6: Αριθμοί σε αριθμογραμμές	28
Εργασία 7: Διάρθρωση αριθμών	29
Εργασία 8: Πρόσθεση	31
Εργασία 9: Αφαίρεση	32
Εργασία 10: Λεκτικό πρόβλημα 1 (πρόσθεση)	33
Εργασία 11: Λεκτικό πρόβλημα 2 (αφαίρεση)	34
Εργασία 12: Βασικές ασκήσεις πολλαπλασιασμού	35
Εργασία 13: Ερμηνεία αναπαράστασης ως πολλαπλασιασμός	36
Εργασία 14: Λεκτικό πρόβλημα 3 (ποσοτικό πρόβλημα)	37
Εργασία 15: Λεκτικό πρόβλημα 4 (διαμοιρασμός)	38
4 Σχετικά με την Αξιολόγηση και την Τεκμηρίωση των Αποτελεσμάτων	40
Τα «Κρίσιμα Όρια Βαθμολογίας» για το <i>DiToM</i> 2+ — και πώς να τα ερμηνεύσετε	40
5 Αναφορές	45

Πρόλογος

Το εγχειρίδιο αυτό έχει σχεδιαστεί για να σας βοηθήσει στη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM 2+ και στην αποτελεσματική χρήση των αποτελεσμάτων του τεστ στην τάξη σας. Στις επόμενες σελίδες θα βρείτε:

1. μια σύντομη εισαγωγή στους στόχους και τις κατευθυντήριες αρχές του έργου Erasmus+ DiToM
2. λεπτομερείς, βήμα προς βήμα οδηγίες για τη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM 2+ στην τάξη
3. συνοπτικές εξηγήσεις για κάθε εργασία του διαγνωστικού τεστ DiToM 2+, συμπεριλαμβανομένων σημειώσεων σχετικά με πιθανές στρατηγικές υποστήριξης για παιδιά των οποίων τα αποτελέσματα του τεστ υποδεικνύουν μαθησιακά κενά σε βασικές μαθηματικές δεξιότητες
4. οδηγίες για τον τρόπο αξιολόγησης και τεκμηρίωσης των αποτελεσμάτων.

Ο οδηγός διαχείρισης (Ενότητα 2) και οι πίνακες αξιολόγησης (Ενότητα 4) μπορούν επίσης να μεταφορτωθούν ξεχωριστά ως μεμονωμένα αρχεία PDF από τη διεύθυνση www.ditom.org/

Συνιστούμε να εκτυπώσετε τον οδηγό διαχείρισης σε διπλή όψη και να τον συρράψετε. Με τον τρόπο αυτό, μπορείτε να κρατάτε τη σελίδα που απευθύνεται στον εκπαιδευτικό εμπρός σας για να διαβάσετε τις οδηγίες δυνατά, ενώ η σελίδα που απευθύνεται στα παιδιά περιλαμβάνει συχνά ένα παράδειγμα που σας βοηθά να εξηγήσετε τι αναμένεται να κάνουν τα παιδιά.

1 Στόχοι και Γενικές Αρχές του έργου *DiToM*

Η εκμάθηση των μαθηματικών προχωρά σε στάδια: οι νέες γνώσεις οικοδομούνται πάνω σε προηγούμενη στέρεα κατανόηση, ενώ όταν απουσιάζουν θεμελιώδεις ιδέες και έννοιες, οι μαθητές/τριες δυσκολεύονται όλο και περισσότερο να κατανοήσουν και να συνειδητοποιήσουν το μαθηματικό περιεχόμενο που βασίζεται στα θεμέλια αυτά. Εθνικές και διεθνείς μελέτες αποδεικνύουν ότι ένα σημαντικό ποσοστό μαθητών/τριών δεν πληροί τις ελάχιστες απαιτήσεις στα μαθηματικά στο επίπεδο της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και, για τους λόγους που περιγράφονται παραπάνω, σχεδόν αναπόφευκτα συνεχίζει να αντιμετωπίζει δυσκολίες στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Είναι ανησυχητικό το γεγονός ότι πολλοί νέοι και πολλές νέες ολοκληρώνουν την υποχρεωτική εκπαίδευση χωρίς να έχουν επιτύχει το βασικό επίπεδο μαθηματικής παιδείας που, σύμφωνα με τον ΟΟΣΑ, είναι απαραίτητο για την «πλήρη συμμετοχή στην κοινωνική ζωή».

Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει πρώτα να είναι σε θέση να εντοπίζουν τις μαθηματικές μαθησιακές δυσκολίες — ιδανικά νωρίς και όσο το δυνατόν πιο ακριβώς. Μόνο με βάση αυτό μπορούν να ληφθούν στοχευμένα μέτρα υποστήριξης. Στο σημείο αυτό εντάσσεται το συγχρηματοδοτούμενο από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή έργο «Διαγνωστικά εργαλεία στα μαθηματικά» (*Diagnostic Tools in Mathematics - DiToM*). Μέσω της συνεργασίας μεταξύ Γερμανίας, Γαλλίας, Ελλάδας, Κροατίας, Ιταλίας, Σουηδίας και Ισπανίας, αναπτύχθηκαν πέντε αλληλένδετα εργαλεία διαγνωστικής αξιολόγησης. Τα εργαλεία αυτά επιτρέπουν στους/τις εκπαιδευτικούς, στο τέλος ή στην αρχή του σχολικού έτους, να αποκτήσουν μια συνοπτική εικόνα των μαθητών/τριών που κινδυνεύουν να αντιμετωπίσουν προβλήματα στα μαθηματικά, εάν δεν ληφθούν στοχευμένα μέτρα υποστήριξης.

Τα διαγνωστικά τεστ ακολουθούν έναν κύκλο διάρκειας δυο ετών:

- **Διαγνωστικό τεστ 0** – Έναρξη του Δημοτικού σχολείου
- **Διαγνωστικό τεστ 2+** – Τέλος Β τάξης Δημοτικού / Έναρξη Γ τάξης Δημοτικού
- **Διαγνωστικό τεστ 4+** – Τέλος Δ τάξης Δημοτικού / Έναρξη Ε τάξης Δημοτικού
- **Διαγνωστικό τεστ 6+** – Τέλος ΣΤ τάξης Δημοτικού / Έναρξη Α τάξης Γυμνασίου
- **Διαγνωστικό τεστ 8+** – Τέλος Β τάξης Γυμνασίου / Έναρξη Γ τάξης Γυμνασίου

Τι είναι και τι επιτυγχάνουν τα διαγνωστικά τεστ *DiToM*;

Τα πέντε διαγνωστικά τεστ είναι έντυπα τεστ (με χαρτί και μολύβι) που εστιάζουν σε βασικές μαθηματικές ικανότητες που θα πρέπει να έχουν αποκτηθεί στην αρχή κάθε τάξης, ώστε το νέο περιεχόμενο να μπορεί να κατανοηθεί. Κάθε τεστ μπορεί να διεξαχθεί σε όλη την τάξη μέσα σε ένα μάθημα και, χρησιμοποιώντας τα εργαλεία βαθμολόγησης που παρέχονται (βλ. Ενότητα 4), να αξιολογηθεί με σχετικά μικρό χρονικό κόστος. Τα αποτελέσματα δίνουν στους/τις εκπαιδευτικούς μια αρχική δομημένη εικόνα σχετικά με το ποιοι/ές μαθητές/τριες είναι πιθανό να χρειαστούν επιπλέον υποστήριξη σε συγκεκριμένους τομείς.

Η λέξη «πιθανό» είναι κρίσιμη: μια εξέταση δεν αντικαθιστά την ατομική, ποιοτική αξιολόγηση της μαθησιακής κατάστασης ενός/μιας μαθητή/τριας. Στην καλύτερη περίπτωση, παρέχει αρχικές ενδείξεις σχετικά με τις στρατηγικές ή τις λύσεις που μπορεί να έχει χρησιμοποιήσει ένας/μία μαθητής/τρια. Για μια πιο λεπτομερή κατανόηση απαιτείται στοχευμένη παρατήρηση και ατομικές συζητήσεις, με τη χρήση διαφοροποιημένων εργασιών. Ωστόσο, το διαγνωστικό τεστ αυτό μπορεί να χρησιμεύσει ως ένα πολύτιμο σημείο εκκίνησης για να προσδιοριστεί ποιοι/ές θα επωφεληθούν περισσότερο από τέτοιου είδους επόμενες αξιολογήσεις.

Τι είναι οι «βασικές μαθηματικές ικανότητες»;

Όπως προαναφέρθηκε, τα μαθηματικά στο σχολείο χαρακτηρίζονται από μια «εσωτερική ιεραρχία μάθησης» (Wittmann, 2015, σ. 199). Αυτό ισχύει ιδιαίτερα στους τομείς της αριθμητικής (αριθμοί και πράξεις) και της

άλγεβρας, δηλαδή στους τομείς στους οποίους εστιάζουν στοχευμένα τα διαγνωστικά τεστ DiToM. Σε αυτούς τους τομείς, είναι δυνατό σε κάθε στάδιο μάθησης να προσδιοριστούν βασικές ικανότητες, χωρίς τις οποίες η περαιτέρω μάθηση δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί με ουσιαστικό και βιώσιμο τρόπο.

Για παράδειγμα: Για να εργαστούν επιτυχώς με τους φυσικούς αριθμούς, οι μαθητές/τριες θα πρέπει να τους κατανοήσουν με βάση την έννοια του μέρους-όλου — μια αναπτυξιακή διαδικασία που θα πρέπει να ολοκληρωθεί κατά τη διάρκεια του πρώτου σχολικού έτους. Η έννοια του μέρους-όλου σημαίνει, για παράδειγμα, ότι ο αριθμός επτά κατανοείται ως ένα σύνολο που αποτελείται από μέρη — πέντε και δύο, τέσσερα και τρία, ένα και έξι, και ούτω καθεξής. Αυτή η κατανόηση θα πρέπει στη συνέχεια να γίνει αυτόματη: ένας/μία μαθητής/τρια δεν θα πρέπει πλέον να χρειάζεται συνειδητή προσπάθεια για να αναγνωρίσει το πέντε ως το υπόλοιπο μέρος του επτά όταν το δύο δίνεται ως το ένα μέρος. Με άλλα λόγια, οι μαθητές/τριες θα πρέπει να σκέφτονται αυτόματα τους αριθμούς με βάση τις αποσυνθέσεις και τις σχέσεις τους. Αυτός ο συνδυασμός κατανόησης και αυτοματοποίησης είναι χαρακτηριστικός πολλών βασικών ικανοτήτων: μόνο όταν ορισμένες δεξιότητες γίνουν αυτόματες μπορεί η νοητική ικανότητα να απελευθερωθεί για να αντιμετωπίσει μαθηματικές προκλήσεις υψηλότερου επιπέδου.

Το αν η βασική ικανότητα «να σκέφτεται κανείς τους αριθμούς ως συνθέσεις» (ή «αποσυνθέσεις αριθμών») είναι καλά εδραιωμένη μπορεί να διαπιστωθεί, για παράδειγμα, στις στρατηγικές υπολογισμού ενός παιδιού. Ένα παιδί που σκέφτεται το επτά ως πέντε και δύο θα λύσει το $7 - 5$ χωρίς κόπο, ακόμη και στην πρώτη σχολική χρονιά, χωρίς να μετρήσει. Τα παιδιά που δεν διαθέτουν αυτή την ικανότητα, ωστόσο, συχνά συνεχίζουν να βασίζονται σε επίπονες και επιρρεπείς σε λάθη στρατηγικές μέτρησης μέχρι και τα τελευταία χρόνια του δημοτικού και του γυμνασίου. Η πρόσθεση και η αφαίρεση με βάση τη μέτρηση γίνονται σύντομα δυσκολότερες όταν εμπλέκονται διψήφιοι ή τριψήφιοι αριθμοί. Αυτά τα παιδιά δυσκολεύονται επίσης να χρησιμοποιήσουν τις σχέσεις μεταξύ των πολλαπλασιαστικών πράξεων — για παράδειγμα, να αναγνωρίσουν ότι το 9×6 είναι έξι λιγότερο από το εύκολα απομνημονεύσιμο 10×6 . Έτσι, οι ελλείψεις σε μια βασική ικανότητα (η κατανόηση των αριθμών ως συνθέσεις) εμποδίζουν την απόκτηση άλλων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός), οι οποίες με τη σειρά τους αποτελούν προαπαιτούμενα για πιο προχωρημένες δεξιότητες (διαίρεση, αναλογική συλλογιστική κ.λπ.).

Αυτή η αλυσίδα συνεχίζεται και μετά το δημοτικό σχολείο: οι μαθητές/τριες που δυσκολεύονται με τους φυσικούς αριθμούς θα αντιμετωπίσουν ακόμη μεγαλύτερες δυσκολίες με τα κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς. Η άλγεβρα, αργότερα, βασίζεται σε γνώσεις που θα έπρεπε να έχουν αποκτηθεί από την εργασία με τις βασικές πράξεις στο δημοτικό σχολείο. Χωρίς αυτές τις γνώσεις, η άλγεβρα μπορεί να φαίνεται στους/τις μαθητές/τριες ως ένας ακατανόητος κώδικας.

Για τον λόγο αυτό, τα διαγνωστικά τεστ DiToM εστιάζουν στις βασικές δεξιότητες, δηλαδή σε εκείνες που θα πρέπει να έχουν εδραιωθεί με ασφάλεια στην αρχή της 1ης, 3ης, 5ης, 7ης και 9ης σχολικής τάξης, ώστε η περαιτέρω μαθηματική μάθηση να μπορεί να προχωρήσει με επιτυχία.

Μετά τη διεξαγωγή του διαγνωστικού τεστ DiToM – τι ακολουθεί;

Χρησιμοποιώντας τα εργαλεία αξιολόγησης που περιγράφονται στην Ενότητα 4, οι εκπαιδευτικοί δημιουργούν έναν πίνακα (Excel ή σε χαρτί) που μπορεί να διαβαστεί με δύο τρόπους:

- **Κατά σειρά:** Τα αποτελέσματα κάθε παιδιού δείχνουν ποιες ασκήσεις λύθηκαν σωστά, εν μέρει σωστά, λανθασμένα ή αφέθηκαν κενές, με αποτέλεσμα να προκύπτει η συνολική βαθμολογία για το συγκεκριμένο παιδί.
- **Κατά στήλη:** Για κάθε άσκηση, ο πίνακας δείχνει πόσα παιδιά την έλυσαν σωστά, μερικώς σωστά, λανθασμένα ή καθόλου.

Με βάση την ατομική προσέγγιση των μαθητών:

Το DiToM δεν έχει ως στόχο την κατηγοριοποίηση των παιδιών. Τα διαγνωστικά τεστ δεν έχουν σχεδιαστεί για να εντοπίζουν μαθητές/τριες με «δυσαριθμησία». Οι κλινικές διαγνώσεις αυτού του είδους δεν απαντούν στο

βασικό ερώτημα που το DiToM επιδιώκει να απαντήσει: Πώς μπορούν οι εκπαιδευτικοί να υποστηρίξουν καλύτερα τα παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στις βασικές αριθμητικές δεξιότητες; Η στοχευμένη υποστήριξη απαιτεί ακριβή κατανόηση του τρέχοντος επιπέδου μάθησης κάθε παιδιού. Το DiToM βοηθά στον εντοπισμό εκείνων για τους οποίους απαιτείται επειγόντως μια τέτοια λεπτομερής αξιολόγηση — τίποτα περισσότερο, αλλά και τίποτα λιγότερο. Η Ενότητα 3 παρέχει σύντομες οδηγίες σχετικά με το είδος της υποστήριξης που μπορεί να είναι χρήσιμη για κάθε συγκεκριμένη εργασία.

Οι «κρίσιμες οριακές βαθμολογίες» που αναφέρονται στην Ενότητα 4 καθορίστηκαν με βάση πιλοτικές δοκιμές των διαγνωστικών εξετάσεων DiToM σε 8.820 παιδιά σε επτά χώρες-εταίρους. Χρησιμοποιώντας ανάλυση λανθάνουσας κατηγορίας (βλ. Livingston, 2014), τα παιδιά ομαδοποιήθηκαν ως εξής:

- **Ομάδα Α:** Παιδιά που παρουσιάζουν εκτεταμένες δυσκολίες σε διάφορες βασικές δεξιότητες.
- **Ομάδα Β:** Παιδιά που παρουσιάζουν ενδείξεις δυσκολιών σε συγκεκριμένους τομείς.
- **Ομάδα Γ:** Παιδιά που δεν παρουσιάζουν σημαντικές ενδείξεις δυσκολιών.

Είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι κάθε διαγνωστική αξιολόγηση αποτυπώνει μόνο μια στιγμιαία εικόνα. Μερικά παιδιά μπορεί απλά να είχαν μια κακή μέρα ή να ήταν αφηρημένα, άλλα μπορεί – παρά τις προφυλάξεις – να αντέγραψαν τις απαντήσεις. Τα αποτελέσματα της διαγνωστικής αξιολόγησης θα πρέπει επομένως να ερμηνεύονται με προσοχή. Θα πρέπει πάντα να συγκρίνονται με τις παρατηρήσεις από την καθημερινή τάξη και να χρησιμοποιούνται ως αφορμή για περαιτέρω στοχευμένη παρατήρηση και εργασίες παρακολούθησης τις επόμενες ημέρες και εβδομάδες.

Εάν καταστεί σαφές ότι ένα παιδί ανήκει στην Ομάδα Α, υπάρχει λόγος να αναμένεται ότι οι μαθηματικές του δυσκολίες θα επιδεινωθούν κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους, εκτός εάν εφαρμοστούν έγκαιρες και αποτελεσματικές παρεμβάσεις. Η Ενότητα 2 μπορεί να προτείνει μόνο γενικές κατευθύνσεις για τέτοιες παρεμβάσεις, με βάση τις βασικές ικανότητες που αξιολογούνται από κάθε εργασία. Για πιο εκτενείς οδηγίες, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να ανατρέξουν στη σχετική εκπαιδευτική βιβλιογραφία.

Τα παιδιά της Ομάδας Β είναι επίσης πιθανό να χρειαστούν στοχευμένη υποστήριξη σε τουλάχιστον ορισμένους τομείς για να προχωρήσουν με επιτυχία στη μάθησή τους. Αξίζει να θυμόμαστε ότι όλες οι δοκιμασίες αξιολόγησης αξιολογούν βασικές ικανότητες. Η αξιολόγηση έχει σχεδιαστεί σκόπιμα ώστε να μην κάνει διακρίσεις μεταξύ των παιδιών με υψηλές επιδόσεις — ιδανικά, τα περισσότερα παιδιά θα πρέπει να βρίσκουν τις δοκιμασίες αρκετά εύκολες. Επομένως, τυχόν λάθη που κάνουν τα παιδιά της Ομάδας Γ σε μεμονωμένες δοκιμασίες θα πρέπει επίσης να ληφθούν σοβαρά υπόψη, καθώς μπορεί να αποκαλύψουν κενά σε βασικές θεμελιώδεις δεξιότητες.

Η τάξη ως σύνολο:

Τα παραπάνω ισχύουν ιδιαίτερα όταν τα αποτελέσματα δείχνουν ότι πολλά παιδιά δυσκολεύτηκαν με την ίδια εργασία. Αυτό μπορεί να υποδηλώνει ότι δεν έχουν εξασκηθεί επαρκώς ή δεν έχουν επικεντρωθεί σε αυτή την ικανότητα, είτε στην προηγούμενη σχολική τους εκπαίδευση είτε πριν από την είσοδό τους στο σχολείο. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι ακόμη πιο σημαντικό να τους δοθούν τώρα αυτές οι ευκαιρίες μάθησης, ακόμη και αν το πρόγραμμα σπουδών έχει ήδη προχωρήσει σε νέα περιεχόμενα. Και πάλι, είναι σημαντικό να ληφθεί υπόψη η ιεραρχική δομή της μαθηματικής μάθησης: κάθε επίπεδο εξαρτάται από την ασφαλή κατανόηση των βασικών ικανοτήτων πριν προχωρήσουμε στο επόμενο.

2 Οδηγίες για τη διεξαγωγή του Διαγνωστικού τεστ 2+

Το Διαγνωστικό τεστ 2+ έχει σχεδιαστεί για χρήση με όλη την τάξη στο τέλος της Β τάξης Δημοτικού ή ακριβώς στην αρχή της Γ τάξης Δημοτικού.

Περιλαμβάνει τις ακόλουθες εργασίες:

1. Απαρίθμηση
2. Αναπαράσταση δεκάδων-μονάδων
3. Μέτρηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω
4. Γραφή διψήφιων αριθμών
5. Υποδιπλασιασμός διψήφιων αριθμών
6. Αριθμοί σε αριθμογραμμές
7. Διάρθρωση αριθμών έως το 10
8. Πρόσθεση
9. Αφαίρεση
10. Λεκτικό πρόβλημα 1 (πρόσθεση)
11. Λεκτικό πρόβλημα 2 (αφαίρεση)
12. Βασικές ασκήσεις πολλαπλασιασμού
13. Ερμηνεία αναπαράστασης ως πολλαπλασιασμός
14. Λεκτικό πρόβλημα 3 (ποσοτικό πρόβλημα)
15. Λεκτικό πρόβλημα 4 (διαμοιρασμός)

Η ακόλουθη ενότητα παρέχει λεπτομερείς οδηγίες, ανά εργασία, σχετικά με το τι θα πρέπει να πείτε στα παιδιά πριν και κατά τη διάρκεια της διεξαγωγής του τεστ.

Αυτές οι οδηγίες είναι επίσης διαθέσιμες ως ξεχωριστό αρχείο PDF για λήψη, συμπληρωμένο με δείγματα και κενές σελίδες για εκτύπωση. Εάν εκτυπώσετε αυτό το αρχείο διπλής όψης και το συρράψετε, θα έχετε ένα φυλλάδιο από το οποίο θα μπορείτε να διαβάσετε τις οδηγίες δυνατά κατά τη διάρκεια του τεστ και να ανατρέξετε σε βασικά σημεία που θα πρέπει να έχετε κατά νου κατά τη διάρκεια της διεξαγωγής. Οι επιπλέον σελίδες που περιλαμβάνονται στην εκτυπωμένη έκδοση σας επιτρέπουν, γυρίζοντας την αριστερή πλευρά κάθε διπλής σελίδας, να κρατάτε το φυλλάδιο και να διαβάζετε τις οδηγίες από τη σελίδα που βρίσκεται μπροστά σας, ενώ τα παιδιά μπορούν να δουν το αντίστοιχο παράδειγμα εργασίας στο πίσω μέρος του φυλλαδίου.

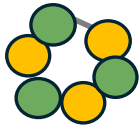
Πριν και κατά τη διάρκεια διανομής των φυλλαδίων

- Ενημερώστε τα παιδιά ότι στο τέλος της Β' τάξης / στην αρχή της Γ' τάξης θα θέλατε να μάθετε τι γνωρίζουν και τι μπορούν ήδη να κάνουν.
- Ενημερώστε ότι ο καθένας/η καθεμία τους θα λάβει ένα μικρό φυλλάδιο με εργασίες που θα πρέπει να κάνουν.
- Τονίστε ότι είναι σημαντικό να λύσουν τις εργασίες ατομικά και ότι δεν βοηθά αν αντιγράψουν από άλλους/άλλες. Αρχικά, επειδή οι λύσεις των άλλων μπορεί να είναι λανθασμένες – κυρίως όμως διότι θα θέλατε να ξέρετε τι μπορεί ήδη να κάνει ο καθένας/η καθεμία ή με τι δυσκολεύεται ακόμα, ώστε να τον/την βοηθήσετε.
- Αν χρειάζεται και υπάρχει η δυνατότητα, τοποθετήστε τις τσάντες τους (ή άλλα διαχωριστικά) μεταξύ τους για να αποφύγετε φαινόμενα αντιγραφής.
- Ζητήστε τους να γράψουν με μολύβι. Το σβήσιμο με γόμα απαιτεί χρόνο - για συντομία ζητήστε τους να διαγράψουν τα λάθη και να γράφουν τη σωστή απάντηση στο πλάι. Αν χρειαστεί κάνετε μια σύντομη επίδειξη στον πίνακα.

- Εξηγήστε τους ότι οι εργασίες θα γίνουν με τη σειρά και ότι θα τους εξηγείτε τι θα πρέπει να κάνουν πριν ξεκινήσουν. Κάποιες φορές θα υπάρχει και παράδειγμα. Υπενθυμίστε τους να μην προχωρούν μόνοι τους, ακόμη και αν τελειώσουν μια εργασία νωρίτερα. Θα πρέπει να γυρίζουν σελίδα όταν τους το ζητήσετε.
- Εξηγήστε ότι είναι σημαντικό να δώσουν ιδιαίτερη προσοχή και να ακούνε προσεκτικά τις οδηγίες σας.
- Βεβαιωθείτε ότι όλα τα θρανία είναι άδεια και ότι κάθε μαθητής/μαθήτρια έχει μόνο ένα μολύβι μπροστά του/της.
- Κάποιες **εργασίες έχουν όριο χρόνου**. Για να αποφύγετε την πίεση μην το ανακοινώσετε εκ των προτέρων, αλλά πείτε ότι περιμένετε από τα παιδιά να λύσουν κάποιες εργασίες μάλλον γρήγορα επειδή είναι πολύ καλοί/ές. Ανακοινώστε τους ότι κάποιες φορές θα σας ακούσουν να λέτε ΣΤΟΠ και θα πρέπει να σταματήσουν να γράφουν. Τονίστε ότι αν δεν έχουν ολοκληρώσει την εργασία στο σημείο εκείνο, δεν υπάρχει πρόβλημα. Στόχος είναι η ήρεμη και ομαλή διεξαγωγή του τεστ.
- Για τις **εργασίες χωρίς όριο χρόνου** θα χρειαστεί να πείτε ΣΤΟΠ κατά την κρίση σας. Αν η πλειοψηφία των μαθητών/τριών έχει ολοκληρώσει την εργασία ζητήστε τους να σταματήσουν και προχωρήστε στην επόμενη. Για όσους/ες δεν έχουν καταφέρει να ολοκληρώσουν την εργασία, τονίστε τους ότι δεν πειράζει και επιβραβεύστε τους για την προσπάθειά τους.
- Μοιράστε τα φυλλάδια. Τονίστε ότι θα πρέπει να παραμείνουν κλειστά στα θρανία τους μέχρι να τους πείτε να γυρίσουν στην πρώτη εργασία. Ζητήστε τους να γράψουν αρχικά το όνομά τους στο εξώφυλλο.

1 Απαρίθμηση

Παράδειγμα



«Κοιτάξτε αυτό το βραχιόλι. Υπάρχουν έξι χάντρες σε αυτό το βραχιόλι. Επομένως, γράφουμε τον αριθμό **6** εδώ κάτω».

→ δείξτε τη γραμμή με το μολύβι

«Υπάρχουν έξι χάντρες, επομένως γράφουμε 6, επειδή υπάρχουν 6 χάντρες».

Διαγνωστική εργασία

Χωρίς χρονικό όριο.



____ χάντρες

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στην πρώτη εργασία».

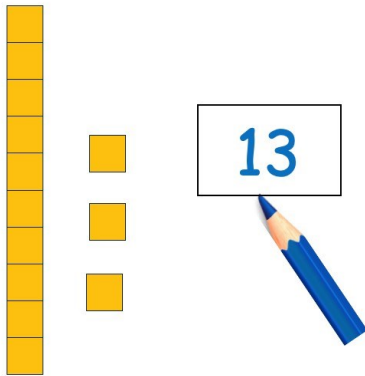
«Εδώ βλέπετε ένα άλλο βραχιόλι. Μετρήστε τις χάντρες σε αυτό το βραχιόλι **σιωπηλά!**

Γράψτε τον αριθμό των χαντρών στην παρακάτω γραμμή. Μετρήστε σιωπηλά και στη συνέχεια γράψτε τον αριθμό στη γραμμή».

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε το μολύβι σας στο θρανίο σας».

2 Αναπαράσταση δεκάδων-μονάδων

Παράδειγμα



«Κοιτάξτε αυτή την εικόνα. Δείχνει τον αριθμό **δεκατρία**. Το **δέκα** εδώ και το **τρία** εδώ».

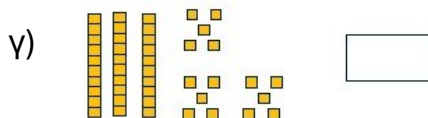
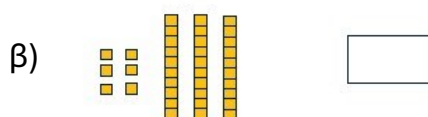
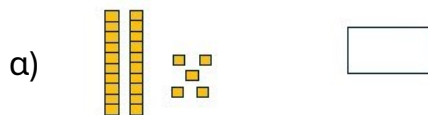
→ Δείξτε πρώτα τη ράβδο και μετά τους κύβους.

«Επομένως, έχουμε 10 και 3. Μαζί μας κάνουν 13. Άρα γράφουμε τον αριθμό **13** στο κουτί δίπλα στην εικόνα» (δείχνει το κουτί και το μολύβι).

→ Δείξτε στο κουτί και το μολύβι.

Χρονικό όριο: 30 δευτ.

Διαγνωστική εργασία



«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στην επόμενη εργασία.»

«Εδώ βλέπετε άλλες τρεις εικόνες με τουβλάκια. Γράψτε κάθε αριθμό στο κουτάκι δίπλα στην εικόνα».

→ Μετρήστε μέχρι το 30 με το μυαλό σας.

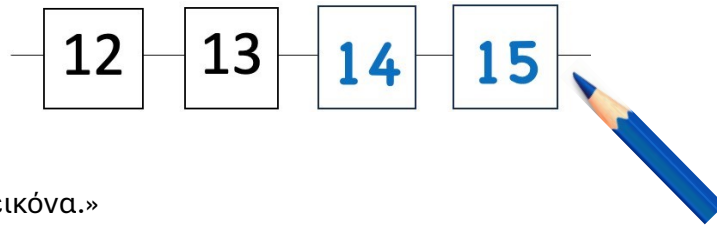
«Προχωράμε στην επόμενη εργασία. Δεν πειράζει, αν δεν έχετε ακόμη τελειώσει.»

«Παρακαλώ, κοιτάξτε αυτή την εικόνα».

→ δείξτε το τρίτο παράδειγμα

3 Μέτρηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω

Παράδειγμα



«Κοιτάξτε αυτή την εικόνα.»

→ δείξτε το παράδειγμα

«Υπάρχουν τέσσερις αριθμοί στη σειρά. Ξεκινά με το δώδεκα, το δεκατρία και ο αριθμός μετά από αυτό είναι το **δεκατέσσερα**, γι' αυτό το 14 είναι γραμμένο στο επόμενο κουτάκι.

Και μετά το δεκατέσσερα έρχεται το **15**, γι' αυτό το 15 γράφεται στο επόμενο κουτάκι».

→ Πρώτα δείξτε το 14 και μετά το 15.

«Οι τέσσερις αριθμοί σε αυτή τη σειρά είναι 12, 13, **14** και **15**».

Διαγνωστική εργασία

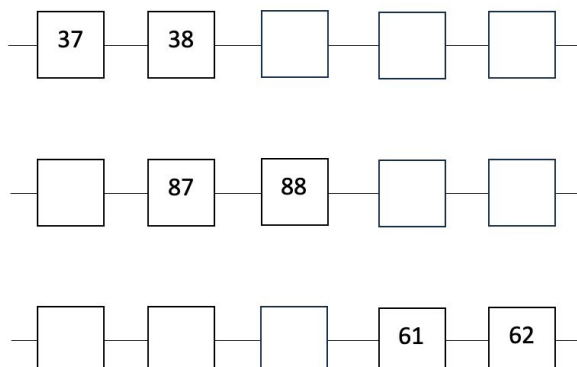
Χωρίς χρονικό όριο.

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στην επόμενη εργασία.»

Εδώ, υπάρχουν σε κάθε γραμμή πέντε κουτάκια στη σειρά. Γράψτε τους αριθμούς που λείπουν στα κενά κουτάκια».

«**Προσοχή: Μερικές φορές θα πρέπει να βρείτε τον αριθμό που βρίσκεται πριν από έναν άλλο αριθμό!**»

«Μόλις τελειώσετε, αφήστε το μολύβι σας στο θρανίο».



4 Γραφή διψήφιων αριθμών

Παράδειγμα

22

«Όταν θέλουμε να γράψουμε «είκοσι δύο» γράφουμε τον αριθμό 22.»

→ δείξτε τον αριθμό 22

18

«Και όταν θέλουμε να γράψουμε τον αριθμό «δεκαοκτώ», γράφουμε 18.»

→ δείξτε τον αριθμό 18



Χωρίς χρονικό όριο.

Διαγνωστική εργασία

«Τώρα θέλω να γράψετε περισσότερους αριθμούς».

α) _____

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας στη νέα εργασία. Βλέπετε πέντε γραμμές α) έως ε), τη μία κάτω από την άλλη. Και εγώ θα σας δώσω πέντε αριθμούς, γράψτε τους τον έναν κάτω από τον άλλο.

β) _____

γ) _____

«Σας λέω 5 αριθμούς. Τον ένα μετά τον άλλο. Ακούστε προσεκτικά και γράψτε τον αριθμό:

δ) _____

α) Τριάντα τέσσερα (34)

β) δεκαπέντε (15)

γ) σαράντα τρία (43)

δ) πενήντα (50)

ε) εξήντα επτά (67)»

ε) _____

«Τώρα, ας προχωρήσουμε στην επόμενη εργασία».

5 Υποδιπλασιασμός διψήφιων αριθμών

Παράδειγμα

Το μισό του 10: 5



«Το μισό του 10 είναι 5».

→ δείξτε το παράδειγμα

«Έτσι γράφουμε 5».

Διαγνωστική εργασία

Χρονικό όριο: 30 δευτ.

Το μισό του 12: _____

«Παρακαλώ γυρίστε σελίδα. Βλέπετε πέντε αριθμούς. Γράψτε ποιο είναι το **μισό** αυτών των αριθμών»

Το μισό του 16: _____

«Ξεκινήστε τώρα!»

Το μισό του 60: _____

→ Μετρήστε μέχρι το 30 στο μυαλό σας

Το μισό του 80: _____

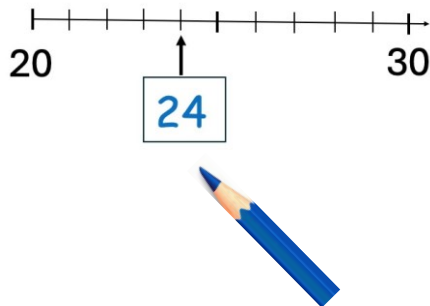
«Ας προχωρήσουμε στην επόμενη εργασία. Δεν έχει σημασία αν δεν έχετε ολοκληρώσει ακόμη».

Το μισό του 50: _____

→ Δείξτε το παράδειγμα της εργασίας 6.

6 Αριθμοί σε αριθμογραμμές

Example



«Εδώ βλέπετε την αριθμογραμμή από το 20 έως το 30».

→ δείξτε, μετακινώντας το δάχτυλό σας κατά μήκος της γραμμής από το 20 έως το 30

«Ψάχνουμε τον αριθμό που πρέπει να μπει στο κουτάκι».

→ δείξτε το κουτάκι

«Δείτε μόνοι σας - είναι ο αριθμός 24. Γι' αυτό το λόγο το 24 είναι γραμμένο στο κουτάκι».

Διαγνωστική εργασία

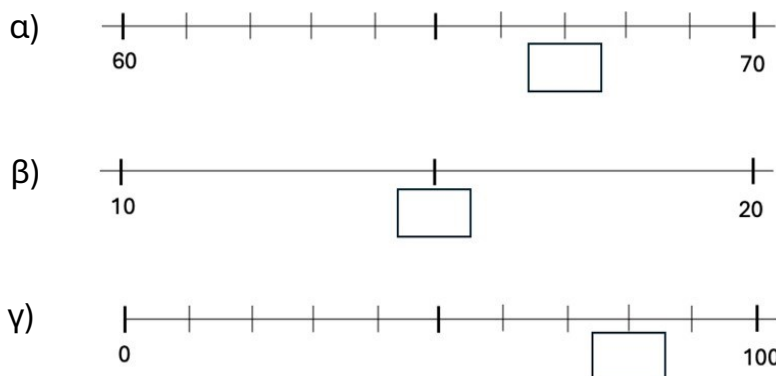
Χωρίς χρονικό όριο.

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας για να βρείτε τη νέα σας εργασία».

«Κοιτάξτε προσεκτικά τους αριθμούς σε κάθε μια από τις αριθμογραμμές και για κάθε γραμμή, γράψτε τον σωστό αριθμό στο κουτάκι.»

«Προσέξτε ιδιαίτερα την τρίτη αριθμογραμμή. Κοιτάξτε τους αριθμούς προσεκτικά».

«Μόλις τελειώσετε, αφήστε το μολύβι σας στο θρανίο.»



7 Διαίρεση αριθμών έως το 10

Παράδειγμα

5	
3	2



«Εδώ βλέπετε τον αριθμό 5 στο επάνω κουτί».

→ δείξτε με το δάχτυλό σας τον αριθμό 5

«Όπως γνωρίζετε, μπορούμε να χωρίσουμε τον αριθμό 5 σε δύο αριθμούς. Αν ο ένας από τους αριθμούς είναι το **τρία** ...»

→ Δείξτε τον αριθμό 3.

«... τότε ο αριθμός που λείπει είναι το **δύο**, αφού τρία και δύο κάνει πέντε».

→ δείξτε τους αριθμούς καθώς μιλάτε

«Έτσι, ο αριθμός πέντε μπορεί να χωριστεί στους αριθμούς τρία και δύο που μαζί κάνουν πέντε».

Διαγνωστική εργασία

Χρονικό όριο: 30 δευτ.

α)	β)	γ)	δ)	ε)	στ)																								
<table><tr><td colspan="2">6</td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	6		1		<table><tr><td colspan="2">7</td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table>	7		3		<table><tr><td colspan="2">8</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr></table>	8		2		<table><tr><td colspan="2">8</td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr></table>	8		5		<table><tr><td colspan="2">9</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr></table>	9		2		<table><tr><td colspan="2">9</td></tr><tr><td>4</td><td></td></tr></table>	9		4	
6																													
1																													
7																													
3																													
8																													
2																													
8																													
5																													
9																													
2																													
9																													
4																													

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα σας και βρείτε τους αριθμούς που πρέπει να χωρίσετε».

«Κοιτάξτε προσεκτικά τους αριθμούς στο πάνω μέρος και μετά γράψτε τον αριθμό που λείπει στο κενό κουτάκι. Οι δύο αριθμοί στο κάτω μέρος μας δίνουν τον αριθμό στο πάνω μέρος».

«Παρακαλώ ξεκινήστε τώρα!»

→ μετρήστε μέχρι το 30 στο μυαλό σας

«Παρακαλώ σταματήστε. Δεν πειράζει, αν δεν μπορέσατε να τελειώσετε όλους τους αριθμούς».

8 Πρόσθεση

Δεν υπάρχει παράδειγμα

Διαγνωστική εργασία

Χωρίς χρονικό όριο.

$$32 + 7 =$$

$$6 + 74 =$$

$$60 + 30 =$$

$$27 + 40 =$$

$$25 + 8 =$$

«Παρακαλώ γυρίστε σελίδα. Για την εργασία αυτή, δεν χρειαζόμαστε παράδειγμα, γιατί όλοι και όλες ξέρετε τι πρέπει να κάνετε. Τώρα κάνουμε **πρόσθεση**».

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα στο φυλλάδιό σας και θα δείτε κάποιες ασκήσεις πρόσθεσης.»

«Κάντε τις τώρα!»

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε το μολύβι σας στο θρανίο.»

«Μέχρι στιγμής τα έχετε πάει πολύ καλά, και έχουμε ήδη ολοκληρώσει περισσότερες από τις μισές εργασίες. Σηκωθείτε από την καρέκλα και κουνήστε για λίγο τα χέρια και τα πόδια σας.» → *Κάνετε και εσείς το ίδιο*
«Νιώθετε ωραία, έτσι δεν είναι; Τώρα παρακαλώ καθίστε και πάλι».

9 Αφαίρεση

Δεν υπάρχει παράδειγμα

Διαγνωστική εργασία

Χωρίς χρονικό όριο.

$$48 - 6 =$$

«Τώρα, παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα και θα δείτε κάποιες εργασίες **αφαίρεσης**».

$$37 - 7 =$$

«Τώρα κάνουμε αφαίρεση. Κρατήστε το αυτό στο μυαλό σας».

$$20 - 9 =$$

«Τώρα κάντε τις εργασίες αφαίρεσης!»

$$56 - 30 =$$

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε το μολύβι σας στο θρανίο».

$$25 - 8 =$$

10 Λεκτικό πρόβλημα 1 (πρόσθεση)

Δεν υπάρχει παράδειγμα

Χωρίς χρονικό όριο.

Διαγνωστική εργασία

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα και δείτε την επόμενη εργασία.
Θα σας τη διαβάσω εγώ».

→ Διαβάστε το πρόβλημα **δυο φορές** στην τάξη, τονίζοντας τις λέξεις με έντονα γράμματα

Στο δρόμο προς το σχολείο:

Μέσα στο σχολικό λεωφορείο υπάρχουν **12** **παιδιά**.

Στην επόμενη στάση, ανεβαίνουν **6** **ακόμη** **παιδιά**.

Πόσα παιδιά είναι τώρα μέσα στο λεωφορείο;

Ο υπολογισμός μου: _____

Απάντηση: Τώρα είναι _____ παιδιά στο λεωφορείο.



«Τώρα λύστε το πρόβλημα. Είναι σημαντικό να γράψετε τον υπολογισμό που κάνατε στη γραμμή Μετά γράψτε το αποτέλεσμα στην απάντηση».

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε κάτω το μολύβι σας».

11 Λεκτικό πρόβλημα 2 (αφαίρεση)

Δεν υπάρχει παράδειγμα

Χωρίς χρονικό όριο.

Διαγνωστική εργασία

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα και δείτε το επόμενο πρόβλημα».

«Τώρα το σχολείο τελείωσε και το λεωφορείο μεταφέρει τα παιδιά στο σπίτι».

→ διαβάστε το πρόβλημα **δυσο φορές** στην τάξη, τονίζοντας τις λέξεις με έντονα γράμματα

Στο δρόμο προς το σπίτι:

Μέσα στο σχολικό λεωφορείο υπάρχουν **28 παιδιά**.

Στην πρώτη στάση, κατεβαίνουν **3 παιδιά**.

Πόσα παιδιά είναι ακόμη μέσα στο λεωφορείο;



Ο υπολογισμός μου: _____

Απάντηση: Τώρα είναι _____ παιδιά στο λεωφορείο.

«Τώρα λύστε το πρόβλημα. Και πάλι, είναι σημαντικό να γράψετε τον υπολογισμό που κάνατε στη γραμμή. Μετά γράψτε το αποτέλεσμα στην απάντηση».

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε κάτω το μολύβι σας».

12 Βασικές ασκήσεις πολλαπλασιασμού

Δεν υπάρχει παράδειγμα

Διαγνωστική εργασία

Χρονικό όριο: 30 δευτ.

α) $7 \cdot 2 =$

«Για την επόμενη εργασία, δεν χρειαζόμαστε παράδειγμα, γιατί γνωρίζετε τι πρέπει να κάνετε».

β) $4 \cdot 5 =$

«Τώρα κάνουμε πολλαπλασιασμό».

γ) $8 \cdot 10 =$

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα στο φυλλάδιό σας και θα δείτε μερικές ασκήσεις πολλαπλασιασμού».

δ) $9 \cdot 2 =$

ε) $10 \cdot 7 =$

«Κάντε τους τώρα!»

στ) $5 \cdot 6 =$

→ Μετρήστε μέχρι το 30 στο μυαλό σας

«Παρακαλώ σταματήστε τώρα. Δεν πειράζει, αν δεν τελειώσατε όλες τις εργασίες. Θα συνεχίσουμε παρακάτω».

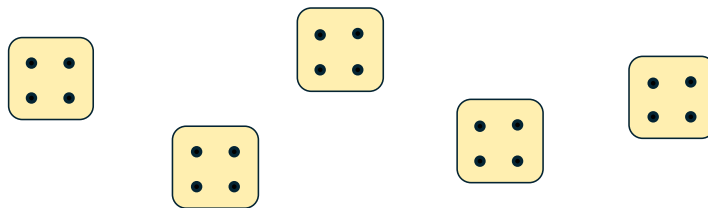
13 Ερμηνεία αναπαράστασης ως πολλαπλασιασμός

Δεν υπάρχει παράδειγμα

Διαγνωστική εργασία

Χωρίς χρονικό όριο.

«Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα και δείτε το επόμενο πρόβλημα».



Πράξη: _____

«Κοιτάξτε προσεκτικά την εικόνα. Δείχνει μια πράξη πολλαπλασιασμού».

«Γράψτε τον **πολλαπλασιασμό** στη γραμμή κάτω από την εικόνα».

«Αν το γνωρίζετε, μπορείτε επίσης να γράψετε το αποτέλεσμα. Αλλά αυτό είναι προαιρετικό. Θέλουμε να βρούμε την κατάλληλη πράξη».

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε κάτω το μολύβι σας».

14 Λεκτικό πρόβλημα 3 (ποσοτικό πρόβλημα)

Δεν υπάρχει παράδειγμα διότι θα αποκάλυπτε τη στρατηγική επίλυσης

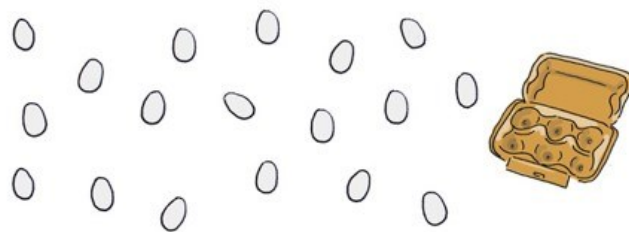
Χωρίς χρονικό όριο.

Διαγνωστική εργασία

«Μας έχουν απομείνει άλλα δύο προβλήματα και μέχρι στιγμής, τα έχετε καταφέρει περίφημα. Ας δούμε το προτελευταίο πρόβλημα. Παρακαλώ γυρίστε τη σελίδα».

→ διαβάστε το πρόβλημα **δύο φορές** στην τάξη, τονίζοντας τις λέξεις με έντονα γράμματα

Σήμερα το πρωί ένας αγρότης μάζεψε **18 αυγά**.
Σε μια θήκη αυγών χωρούν **6 αυγά**.
Πόσες θήκες αυγών μπορεί να γεμίσει ο αγρότης;



Απάντηση: Ο αγρότης μπορεί να γεμίσει _____ θήκες αυγών.

«Τώρα λύστε αυτό το πρόβλημα. Μπορείτε να σχεδιάσετε τη λύση πάνω στην εικόνα ή να γράψετε τις πράξεις σας. Γράψτε το αποτέλεσμα».

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε το μολύβι στο θρανίο σας».

15 Λεκτικό πρόβλημα 4 (διαμοιρασμός)

Δεν υπάρχει παράδειγμα διότι θα αποκάλυπτε τη στρατηγική επίλυσης

Διαγνωστική εργασία

Χωρίς χρονικό όριο.

«Τώρα παρακαλώ γυρίστε στην τελευταία σελίδα. Μας έχει μείνει μόνο ένα πρόβλημα».

→ διαβάστε το πρόβλημα **δύο φορές** στην τάξη, τονίζοντας τις λέξεις με έντονα γράμματα

Η γιαγιά αγόρασε **15 σοκολατένια αυγά** για να τα δώσει στα **3 εγγόνια** της.
Όλοι θα πάρουν τον ίδιο αριθμό αυγών.
Πόσα αυγά θα πάρει το κάθε παιδί;



Απάντηση: Το κάθε παιδί θα πάρει _____ αυγά.

«Παρακαλώ λύστε αυτό το τελευταίο πρόβλημα. Και πάλι, μπορείτε να σχεδιάσετε τη λύση πάνω στην εικόνα ή να γράψετε τις πράξεις σας».

«Μόλις τελειώσετε, παρακαλώ αφήστε το μολύβι σας στο θρανίο, κλείστε το φυλλάδιό σας και περιμένετε να έρθω για να το παραλάβω».

→ Αφού συγκεντρώσετε όλα τα φυλλάδια: ευχαριστήστε τα παιδιά για τη σκληρή δουλειά και τη συνεργασία τους και αποζημιώστε τους με μια βόλτα στην αυλή του σχολείου ή ένα παιχνίδι!

3 Εξηγήσεις και προτάσεις υποστήριξης για κάθε εργασία του Διαγνωστικού τεστ *DiToM 2+*

Εργασία 1: Απαρίθμηση

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Μέτρηση ταξινομημένων ποσοτήτων μεγαλύτερων από 20

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η εκμάθηση της σειράς των αριθμών και η τήρηση των αρχών μέτρησης (βλ. παρακάτω) κατά τον προσδιορισμό ενός αριθμού μέσω της μέτρησης είναι σημαντικά βήματα για την ορθή κατανόηση των φυσικών αριθμών. Η ικανότητα προσδιορισμού του αριθμού των στοιχείων ενός συνόλου με μέτρηση είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την ανακάλυψη και τη διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των αριθμών. Οι σχέσεις «ένα περισσότερο/ένα λιγότερο» μεταξύ δύο γειτονικών αριθμών στον αριθμητικό άξονα και «μέρος-σύνολο» εντός των λεγόμενων τριπλετών αριθμών (π.χ. 3, 5 και 8; 8 το σύνολο, 3 και 5 τα μέρη του) είναι θεμελιώδεις. Φυσικά, η μέτρηση αριθμών με ακρίβεια είναι επίσης μια σημαντική δεξιότητα στην καθημερινή ζωή.



Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Για να μετρήσει σωστά τις 23 χάντρες στην Εργασία 1, ένα παιδί θα πρέπει να έχει κατακτήσει τη σειρά των αριθμών μέχρι το «είκοσι τρία» και να ακολουθεί την αρχή του «ένα προς ένα» όταν μετράει τις χάντρες. Το ενδεχόμενο ένα παιδί να αποτύχει στην αντιστοίχιση «ένα προς ένα», για παράδειγμα να παραλείψει ή να μετρήσει διπλά μεμονωμένες χάντρες, είναι ιδιαίτερα πιθανό αν το παιδί αστοχήσει τον σωστό αριθμό κατά ένα (π.χ. 22 ή 24). Η διάταξη των χαντρών στον κύκλο απαιτεί επίσης μια προγραμματισμένη προσέγγιση, που σημαίνει ότι το παιδί θα πρέπει να επιλέξει μια χάντρα ως αφετηρία και να βεβαιωθεί ότι αυτή και οι επόμενες χάντρες δεν μετρώνται δύο φορές. Ο κόμπος συμπεριλήφθηκε σκόπιμα στην εικόνα για να διευκολύνει αυτό το έργο, αλλά το παιδί θα πρέπει να τον χρησιμοποιήσει ανεξάρτητα για αυτόν τον σκοπό.

Η εργασία απαιτεί την καταγραφή του καθορισμένου αριθμού με ψηφία. Για παράδειγμα, ο αριθμός «είκοσι τρία» θα πρέπει να γραφτεί ως «23». Λάθη όπως η γραφή του «32» (ή του «42» σε συνδυασμό με λάθος μέτρησης) θα μπορούσαν να υποδηλώνουν πρόβλημα με τη γραφή διψήφιων αριθμών και όχι με τη μέτρηση (βλ. Εργασία 4).

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Η εργασία επιλέχθηκε σκόπιμα ως αρχική εργασία, επειδή τα παιδιά στο τέλος του 2ου σχολικού έτους πιθανότατα θα τη βρουν εύκολη και στην πραγματικότητα σπάνια κάνουν λάθη. Εάν γίνει κάποιο λάθος, αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι το παιδί εξακολουθεί να έχει προβλήματα με τις αρχές της μέτρησης. Η σωστή μέτρηση απαιτεί πάντα συγκέντρωση καθώς και κατανόηση των αρχών της μέτρησης.

Ωστόσο, ένα λάθος στην εργασία 1 θα πρέπει να αποτελεί λόγο για να ελέγξετε πιο διεξοδικά τις δεξιότητες μέτρησης του παιδιού εκτός του διαγνωστικού τεστ και ενδεχομένως θα πρέπει να προχωρήσετε πέρα από τις αρχές που καλύπτονται εδώ (σταθερή σειρά και αρχές ένα προς ένα): Γνωρίζει το παιδί τη διαφορά μεταξύ του πλήθους (π.χ. «οκτώ χάντρες» ως αποτέλεσμα μέτρησης) και της διάταξης (π.χ. «η όγδοη χάντρα») στη χρήση των αριθμητικών λέξεων; Γνωρίζει το παιδί ότι όταν ένας αριθμός έχει καθοριστεί με μέτρηση, δεν αλλάζει (και επομένως δεν χρειάζεται να μετρηθεί ξανά) αν αλλάξει η σειρά των στοιχείων; Συνειδητοποιεί ότι δεν έχει σημασία αν μετράει από αριστερά προς τα δεξιά (ή δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα), αρκεί κάθε στοιχείο να μετρηθεί ακριβώς μία φορά; Εάν εξακολουθούν να υπάρχουν αβεβαιότητες σε τέτοιες ερωτήσεις στο τέλος του 2ου σχολικού έτους ή αργότερα, είναι επείγον να εργαστείτε με το παιδί στις βασικές δεξιότητες μέτρησης.

Εάν τα λάθη υποδηλώνουν προβλήματα με τη γραφή διψήφιων αριθμών με ψηφία (βλ. παραπάνω), η απόδοση του ίδιου παιδιού στην Εργασία 4 θα μπορούσε να παρέχει περαιτέρω ενδείξεις. Στο σχόλιο για την Εργασία 4

θα βρείτε πληροφορίες σχετικά με πιθανά μέτρα υποστήριξης για παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολίες σε αυτόν τον τομέα.

Εργασία 2: Αναπαράσταση δεκάδων - μονάδων

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Αντίληψη δομημένων αναπαραστάσεων διψήφιων αριθμών, ομαδοποίηση.

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η καλή κατανόηση του δεκαδικού συστήματος αξίας θέσης αποτελεί τη βάση για την ευέλικτη υπολογιστική ικανότητα με πολυψήφιους αριθμούς (αργότερα και με δεκαδικούς αριθμούς) και για τη συσχέτιση αυτών των αριθμών μεταξύ τους και με τον κόσμο στον οποίο ζούμε (π.χ. για να εκτιμάμε, να κάνουμε πρόχειρους υπολογισμούς, να αξιολογούμε σωστά τις ποσοτικές αναλογίες σε πραγματικές καταστάσεις).

Η κατανόηση του δεκαδικού συστήματος είναι πολυδιάστατη. Για να χειρίζονται με επιτυχία τους διψήφιους αριθμούς, οι μαθητές/τριες θα πρέπει να διακρίνουν τις δεκάδες από τις μονάδες και να κατανοούν ότι μία δεκάδα ισοδυναμεί με δέκα μονάδες (αρχή της ομαδοποίησης). Σε σχέση με αυτό, θα πρέπει να κατανοούν την αξία θέσης των μεμονωμένων ψηφίων σε έναν γραπτό διψήφιο αριθμό. Δεδομένου του αριθμού 25, η ονομαστική αξία 2 αντιπροσωπεύει δύο δεκάδες (θέση) και η ονομαστική αξία 5 αντιπροσωπεύει πέντε μονάδες. Αυτή η γνώση είναι επίσης βασική για να είναι κανείς σε θέση να μεταφράσει μια δομημένη αναπαράσταση ενός διψήφιου αριθμού (και άνω), σε αυτή την άσκηση χρησιμοποιώντας (εικονογραφικές αναπαραστάσεις των) μπλοκ Dienes, σε μια συμβολική αναπαράσταση και αντίστροφα.

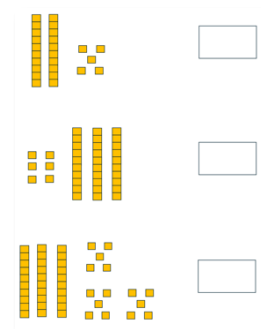
Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Τα παιδιά που δεν κατανοούν ακόμη τη διαφορά μεταξύ δεκάδων και μονάδων μπορεί να μετρήσουν απλώς τα αντικείμενα που τους παρουσιάζονται και για τον πρώτο αριθμό (25) να καταλήξουν στο 7, δηλαδή 2 ράβδους και 5 κύβους, 7 αντικείμενα συνολικά. Ένα άλλο πιθανό λάθος είναι να μην προσέχουν τη σειρά με την οποία θα πρέπει να γραφτούν οι αριθμοί. Για παράδειγμα, για τον δεύτερο αριθμό (36), τα παιδιά μπορεί να μην δώσουν προσοχή στην αξία θέσης και να γράψουν τον αριθμό με τη σειρά αναπαράστασης, δηλαδή 6 μονάδες και 3 δεκάδες: 63. Λάθη μπορεί επίσης να προκύψουν λόγω λανθασμένου υπολογισμού, π.χ. ένα παιδί μπορεί να καταλήξει στο 44 για τον τρίτο αριθμό (45) επειδή υπολόγισε λανθασμένα δεκατέσσερις αντί για δεκαπέντε μονάδες. Ένα άλλο πιθανό λάθος είναι να γράψουν 315 για τον τρίτο αριθμό (3 για τις δεκάδες, 15 για τις μονάδες, χωρίς να λάβουν υπόψη ότι 10 μονάδες κάνουν άλλη μια δεκάδα).

Παρακαλώ σημειώστε ότι τα στοιχεία στις εικόνες είναι σκόπιμα διατεταγμένα με τέτοιο τρόπο ώστε τα παιδιά να μην χρειάζεται να τα μετρήσουν, αν αναγνωρίσουν την υποκείμενη δομή και έχουν αποκτήσει τις σχετικές αριθμητικές γνώσεις (π.χ. $3+3=6$ στον δεύτερο αριθμό). Το χρονικό όριο είναι σκόπιμα τόσο αυστηρό ώστε τα παιδιά που μετρούν όλα τα στοιχεία πιθανότατα να μην προλάβουν να τελειώσουν ή/και να κάνουν λάθη στη μέτρηση. Ωστόσο, είναι προς το συμφέρον των παιδιών αν το τεστ με αυτόν τον τρόπο αποδείξει ότι δεν γνωρίζουν ακόμη ή τουλάχιστον δεν χρησιμοποιούν τέτοιες αριθμητικές δομές για την σχεδόν ταυτόχρονη κατανόηση. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για την κατανόηση ότι $5+5=10$ και ότι 10 μονάδες κάνουν μια δεκάδα, κάτι που είναι απαραίτητο για να αναγνωρίσουν γρήγορα τον τρίτο αριθμό ως 45.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Αυτή η εργασία χρησιμοποιεί εικόνες με ράβδους για τις δεκάδες και κύβους για τις μονάδες. Εάν αυτό το υλικό δεν έχει χρησιμοποιηθεί στην τάξη προηγουμένως, οι δυσκολίες με αυτή την εργασία μπορεί να οφείλονται απλώς σε αυτό. Σε αυτή την περίπτωση, ίσως θα ήταν καλύτερο να χρησιμοποιήσετε μια διαφορετική εργασία με υλικό με το οποίο οι μαθητές/τριές σας είναι εξοικειωμένοι/ες, για να αξιολογήσετε τη βασική δεξιότητα που μας ενδιαφέρει εδώ.



Σε κάθε περίπτωση, είναι σημαντικό να εργαστείτε με τα παιδιά για την κατανόηση των αρχών της ομαδοποίησης και της θέσης της αξίας χρησιμοποιώντας υλικό. Όσον αφορά τον τύπο των υλικών που είναι κατάλληλα για το σκοπό αυτό, θα πρέπει πρώτα να οριστούν δραστηριότητες στις οποίες τα ίδια τα παιδιά πρέπει να σχηματίσουν δεκάδες από δέκα αντικείμενα και να μάθουν να λαμβάνουν υπόψη αυτές τις δεκάδες κατά τον προσδιορισμό και την καταγραφή του συνολικού αριθμού των αντικειμένων.

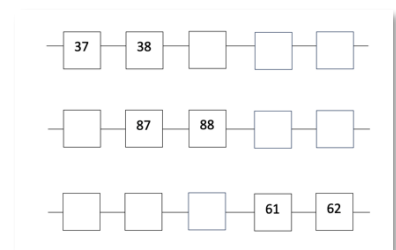
Στη συνέχεια, οι προ-δομημένες ράβδοι δεκάδων και οι κύβοι μονάδων είναι χρήσιμο υλικό για την επέκταση και την εδραίωση της κατανόησης. Τα παιδιά θα πρέπει να εξερευνήσουν τον αριθμό των κύβων σε μια ράβδο (πάντα 10) και να χρησιμοποιήσουν αυτή τη γνώση για δραστηριότητες όπως η αντικατάσταση ομάδων 10 μεμονωμένων κύβων με μία ράβδο («ανταλλαγή») για να χειριστούν μεγάλες ποσότητες κύβων.

Τα παιδιά που δεν δίνουν προσοχή στη σειρά των αριθμών και μπερδεύουν αριθμούς όπως το 34 και το 43 θα πρέπει να δουν και να κατανοήσουν τη διαφορά μεταξύ των πληθικών τους αναπαραστάσεων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί επισημαίνοντας την αξία θέσης (δεκάδες/μονάδες) των δύο ονομαστικών αξιών 3 και 4, ώστε να κατανοήσουν ότι το 34 σημαίνει 3 δεκάδες και 4 μονάδες, ενώ το 43 σημαίνει 4 δεκάδες και 3 μονάδες.

Εργασία 3: Μέτρηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Συνέχιση της σειράς των φυσικών αριθμών και στις δύο κατευθύνσεις, ξεκινώντας από έναν διψήφιο αριθμό, προχωρώντας πέρα και κάτω από τις καθαρές δεκάδες.



Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η κατάρκτηση της σειράς των αριθμητικών λέξεων είναι απαραίτητη για την μέτρηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω. Η μέτρηση προς τα εμπρός είναι ιδιαίτερα σημαντική στην καθημερινή ζωή. Οι αρχικοί αριθμοί για αυτή την εργασία έχουν επιλεγεί έτσι ώστε οι καθαρές δεκάδες να πρέπει να μετρηθούν πέρα ή κάτω. Επομένως, τα λάθη σε αυτή την εργασία μπορεί να υποδηλώνουν έλλειψη κατανόησης του δεκαδικού συστήματος αξίας θέσης (ομαδοποίηση και αποομαδοποίηση). Αντίθετα, όμως, το να μπορεί ένα παιδί να μετράει δεν σημαίνει απαραίτητα ότι έχει καλή κατανόηση της αρχής της ομαδοποίησης. Η Εργασία 3 καλύπτει επομένως μόνο μία πτυχή αυτού που είναι σημαντικό ως προϋπόθεση για την περαιτέρω μάθηση. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη σημασία της κατανόησης της αξίας θέσης, βλ. το σχόλιο στην Εργασία 2.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Λάθη όπως 39-30-31 (σειρά 1) ή 89-80 (σειρά 2) υποδηλώνουν ανεπαρκή κατανόηση της αρχής της ομαδοποίησης. Η έναρξη της σειράς 3 με λάθος δεκάδα (π.χ. 78-79-60) υποδηλώνει προβλήματα με την αποομαδοποίηση.

Στη δεύτερη σειρά, στο πρώτο πεδίο ένα παιδί θα μπορούσε να εισάγει τον αριθμό που θα ήθελε να συνεχίσει τη σειρά στα δεξιά αν υπήρχε ακόμη ένα κενό πεδίο. Σε αυτή την περίπτωση, το παιδί θα μπορούσε να φτάσει στο 91-87-88-89-90, και το πρόβλημα δεν θα ήταν η κατάρκτηση της ομαδοποίησης αλλά η κατανόηση της μορφής της άσκησης. Αυτό μπορεί να διευκρινιστεί μιλώντας με το παιδί.

Ομοίως, αν ένα παιδί στην τρίτη σειρά συνεχίσει προς τα αριστερά με 63-64-65, αυτό μπορεί να οφείλεται απλώς στο ότι δεν κατάλαβε σωστά την άσκηση. Ωστόσο, είναι επίσης πιθανό το παιδί να νιώθει υπερβολική πίεση από την άσκηση της συνέχισης της σειράς με αντίστροφη σειρά και γι' αυτό να κάνει αυτό που φαίνεται πιο εύκολο. Σε τέτοιες περιπτώσεις, θα πρέπει επίσης να ζητηθεί περαιτέρω διευκρίνιση μέσω προσωπικής συζήτησης. Ένας άλλος τύπος πιθανών σφαλμάτων αφορά προβλήματα με την ορθογραφία των διψήφιων αριθμών, για παράδειγμα εάν η σειρά 1 συνεχίζεται με 84 (βλ. Εργασία 4).

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Εάν προκύψουν λάθη σε αυτή την εργασία, ελέγξτε πρώτα προφορικά τις δεξιότητες μέτρησης του παιδιού. Αυτές οι δεξιότητες δεν μπορούν να αξιολογηθούν άμεσα με ένα τεστ με χαρτί και μολύβι. Είναι ιδιαίτερα

σημαντικό να προσδιοριστεί εάν το παιδί μπορεί να μετράει με ευχέρεια και αυτοπεποίθηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω από οποιονδήποτε διψήφιο αριθμό και εάν μπορεί επίσης να υπερβεί και να υπολείπεται των δεκάδων χωρίς προβλήματα.

Ωστόσο, οι δυσκολίες σε αυτόν τον τομέα δεν θα πρέπει να αντιμετωπίζονται με καθαρά προφορικές ασκήσεις μέτρησης. Εάν ένα παιδί έχει επίμονα προβλήματα με τη μέτρηση πάνω και κάτω από τις δεκάδες, πιθανότατα δεν κατανοεί την αρχή της ομαδοποίησης: κάθε 10 μονάδες είναι μια δεκάδα, γι' αυτό το 39 στη σειρά των φυσικών αριθμών ακολουθείται από το 40, το 89 από το 90 και ούτω καθεξής. Οι δραστηριότητες ομαδοποίησης με υλικά βοηθούν στην ανάπτυξη αυτής της κατανόησης (βλ. Εργασία 2).

Ανάλογες δυσκολίες είναι ακόμη πιο συχνές κατά την αποομαδοποίηση και, συνεπώς, κατά την αφαίρεση από τις δεκάδες. Αυτό καθιστά τις κατάλληλες ενέργειες με υλικά ακόμη πιο σημαντικές. Για να αφαιρέσουμε μία μονάδα από το 70, το οποίο αντιπροσωπεύεται από επτά δεκάδες, θα πρέπει να «αποσυνθέσουμε» (ανταλλάξουμε) μία δεκάδα με δέκα μονάδες. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο $70 - 1 = 69$ και για τον οποίο το 69 βρίσκεται στη σειρά των αριθμών πριν από το 70.

Εργασία 4: Γραφή διψήφιων αριθμών

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Γραφή αριθμητικών λέξεων που ακούγονται, χρησιμοποιώντας αριθμητική σημειογραφία

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Εάν τα παιδιά κάνουν επανειλημμένα λάθη ή δεν είναι σίγουρα όταν μεταφράζουν μεταξύ της προφορικής και της γραπτής μορφής των διψήφιων αριθμών, αυτό καθιστά πολύ πιο δύσκολη τη συμμετοχή τους στα μαθήματα μαθηματικών, καθώς και την αντιμετώπιση των διψήφιων και πολυψήφιων αριθμών στην καθημερινή ζωή. Αυτό υπερβαίνει τη γραφή και την ανάγνωση αριθμών σε αριθμητική σημειογραφία: ακόμη και όταν κάνουν νοερούς υπολογισμούς, οι αριθμοί που γράφονται με αριθμούς μεταφράζονται εσωτερικά σε αριθμητικές λέξεις, και οι αριθμοί που υπολογίζονται νοερά θα πρέπει να γράφονται σε αριθμητική σημειογραφία.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Η δημιουργία αριθμητικών λέξεων για διψήφιους αριθμούς αποτελεί πρόκληση για τα παιδιά σε όλες τις ευρωπαϊκές γλώσσες. Ας πάρουμε ως παράδειγμα τη γερμανική γλώσσα: Οι γερμανικές ονομασίες για τους αριθμούς από το 10 έως το 19 ακολουθούν διαφορετικούς κανόνες από εκείνους από το 20 έως το 99. Από το «δεκατρία - dreizehn» και μετά, υπάρχει μια «αναστροφή», καθώς η θέση που γράφεται στα αριστερά (πρώτη στην κατεύθυνση της γραφής) προφέρεται μετά την αξία του ψηφίου των μονάδων που γράφεται στα δεξιά. Ένα σύννηθος λάθος είναι επομένως η «ανταλλαγή ψηφίων», π.χ. όταν το «τριάντα τέσσερα - vierunddreißig» γράφεται ως 43. Αναμείξεις συμβαίνουν επίσης με το 15 – «fünfzehn» (θα μπορούσε να γραφτεί 50) και το 50 – «fünfzig» (θα μπορούσε να γραφτεί 15).

Εάν ένας/μία εκπαιδευτικός σε γερμανόφωνες χώρες παρατηρήσει ότι ένα παιδί γράφει πρώτα τον αριθμό των μονάδων όταν γράφει διψήφιους αριθμούς και μόνο μετά, αλλά αριστερά από αυτόν και επομένως με το σωστό αποτέλεσμα, τον αριθμό των δεκάδων: αυτό θα πρέπει επίσης να θεωρηθεί ως προειδοποιητικό σήμα. Μακροπρόθεσμα, δεν είναι καλή πρακτική να γράφονται οι αριθμοί με αυτόν τον τρόπο.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Εάν ένα παιδί κάνει συνεχώς λάθη ή δείχνει αβεβαιότητα σε αυτόν τον τομέα, θα πρέπει πρώτα να ελεγχθεί η κατανόησή του σχετικά με τις αρχές της θέσης και της ομαδοποίησης. Είναι λογικό να εστιάσουμε στην κατανόηση της σχηματισμού των αριθμητικών λέξεων και, με βάση αυτό, να εξασκηθούν στην ανάγνωση και τη γραφή διψήφιων αριθμών, μόλις τα παιδιά κατανοήσουν τι είναι οι δεκάδες (δέκα μονάδες που ομαδοποιούνται σχηματίζουν μια νέα ενότητα, αρχή ομαδοποίησης) και ότι η θέση ενός ψηφίου παρέχει πληροφορίες σχετικά με το αν είναι δεκάδα ή μονάδα (θεσιακή αρχή).

Ακόμη και τα παιδιά που κατανοούν τις αρχές της ομαδοποίησης και της θέσης μπορεί να έχουν δυσκολίες με τις ιδιαιτερότητες της σχηματισμού των αριθμητικών λέξεων (βλ. παραπάνω). Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για τα

παιδιά με διαφορετική μητρική γλώσσα. Για παράδειγμα, στα γερμανόφωνα σχολεία, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να έχουν κατά νου ότι στις περισσότερες άλλες γλώσσες, οι αριθμητικές λέξεις δεν παραποιοούνται από το 21 και μετά.

Το πρώτο βήμα για την παροχή βοήθειας είναι να συζητήσετε διεξοδικά και επανειλημμένα τους κανόνες και τις εξαιρέσεις του σχηματισμού αριθμητικών λέξεων στην τάξη.

Στη συνέχεια, συνιστάται η τακτική «εκπαίδευση στην ακρόαση». Ο/η εκπαιδευτικός προφέρει μια αριθμητική λέξη και τα παιδιά θα πρέπει να συγκεντρωθούν στο να ακούσουν μόνο τον αριθμό των δεκάδων. Εναλλακτικά, τα παιδιά συγκεντρώνονται στον αριθμό των μονάδων στη θέση των μονάδων του δεδομένου αριθμού. Σε κάθε περίπτωση, τα παιδιά δεν θα πρέπει να γράφουν ολόκληρο τον αριθμό, αλλά να ακούνε προσεκτικά, αναλογιζόμενα την αξία της θέσης. Η γραφή από υπαγόρευση θα πρέπει να ασκείται μόνο αργότερα. Οι υπαγορεύσεις με αριθμομηχανή έχουν επίσης αποδειχθεί επιτυχείς. Όταν τα παιδιά πληκτρολογούν τους αριθμούς που έχουν ακούσει, η αριθμομηχανή τα αναγκάζει να εισάγουν πρώτα τις δεκάδες και, ως εκ τούτου, να αναλύουν τον αριθμό που άκουσαν σε δεκάδες και μονάδες.

Εργασία 5: Υποδιπλασιασμός διψήφιων αριθμών

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Υποδιπλασιασμός διψήφιων αριθμών, συμπεριλαμβανομένων των καθαρών δεκάδων με μονό αριθμό δεκάδων.

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Ο υποδιπλασιασμός (όπως και ο διπλασιασμός) είναι μια βασική αριθμητική πράξη.

Ο διπλασιασμός και ο υποδιπλασιασμός θα πρέπει επομένως να διδάσκονται από την πρώτη τάξη, αρχικά με αριθμούς έως το 10 και το 20, και να αυτοματοποιηθούν το συντομότερο δυνατό. Η ικανότητα να διαιρεί κανείς γρήγορα και με σιγουριά αριθμούς άνω του 20 αποτελεί τη βάση για τον ευέλικτο χειρισμό διψήφιων (και αργότερα, χρησιμοποιώντας ανάλογες στρατηγικές, πολυψήφιων) αριθμών.

Κατά την εκμάθηση του απλού πολλαπλασιασμού με τη χρήση βασικών εργασιών (βλ. Εργασία 12), είναι σημαντικό τα παιδιά να μπορούν να διαιρούν γρήγορα και με αυτοπεποίθηση τις δεκάδες στο μισό. Για παράδειγμα, για να προκύψει το 5×7 από το 10×7 , ένα παιδί θα πρέπει να γνωρίζει ότι το 35 είναι το μισό του 70. Ο υποδιπλασιασμός είναι επίσης εξαιρετικά χρήσιμος κατά τη διαίρεση. Για παράδειγμα, το $48 \div 4$ μπορεί να λυθεί διαιρώντας δύο φορές στο μισό ($48 \div 2 = 24$, $24 \div 2 = 12$).

Ο υποδιπλασιασμός στο επίπεδο δυσκολίας αυτής της άσκησης είναι μια βασική πράξη που θα πρέπει να γίνεται (σχεδόν) αυτόματα μέχρι το τέλος του 2ου σχολικού έτους. Εξ ου και το χρονικό όριο στη συγκεκριμένη εργασία. Κατά τη διεξαγωγή του τεστ, είναι φυσικά σημαντικό τα παιδιά να μην αισθάνονται άγχος. Συστάσεις για την υλοποίηση μπορείτε να βρείτε στο Εγχειρίδιο εκπαιδευτικού.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Τα λάθη κατά τον υποδιπλασιασμό διψήφιων αριθμών συχνά υποδηλώνουν προβλήματα με το δεκαδικό σύστημα: τα παιδιά που, για παράδειγμα, δεν σκέφτονται το 16 ως $10+6$, αλλά ως «ένα 1 και ένα 6», μπορεί στη συνέχεια να καθορίσουν ως μισό του το 13 (το 6 διαιρείται σωστά δια δύο, αλλά δεν ξέρουν πώς να χειριστούν το 1 και να το γράψουν ξανά), ή ακόμα και μόνο το 3 (το 1 στη θέση των δεκάδων αγνοείται). Με ανάλογο τρόπο σκέψης, ένα παιδί μπορεί να καθορίσει το 11 ως το μισό του 12.

Για τα παιδιά που χρησιμοποιούν (υποτίθεται) απομνημονευμένα διπλασιασμούς στην αριθμητική κλίμακα έως το 20, το λάθος θα μπορούσε να είναι, για παράδειγμα, το 9 ως το μισό του 16 (λανθασμένη απομνημόνευση $9+9=16$) ή το 7 ως το μισό του 12 (λανθασμένη απομνημόνευση $7+7=12$).

Κάποια παιδιά αποφεύγουν να γράψουν την απάντηση αν δεν την ξέρουν. Άλλα παιδιά, αν ρωτηθούν για το 50, μπορεί να εξηγήσουν ότι το 50 (όπως το 30, το 70, το 90) δεν μπορεί να διαιρεθεί στο μισό. Αυτό υποδηλώνει

Το μισό του 12: _____

Το μισό του 16: _____

Το μισό του 60: _____

Το μισό του 80: _____

Το μισό του 50: _____

ότι βλέπουν το 50 ως «πέντε-μηδέν» και όχι ως πέντε δεκάδες. Άλλα μπορεί να γράψουν 20 ή 30 ως απάντηση, θεωρώντας το $2+3$ ως τη μία διαίρεση του 5 που πλησιάζει περισσότερο τα δύο ίσα μέρη. Λάθη στην ανάκληση μπορούν επίσης να προκύψουν όταν διαιρούν το 60 και το 80 στο μισό (40 ως το μισό του 60, αντιστρόφως 30 ως το μισό του 80).

Λάθη οποιουδήποτε είδους θα πρέπει να διερευνώνται μιλώντας με το κάθε παιδί. Αν είναι κάτι περισσότερο από λάθος απροσεξίας θα επαναλαμβάνεται και η πηγή του λάθους μπορεί τότε να εντοπιστεί στη συζήτηση.

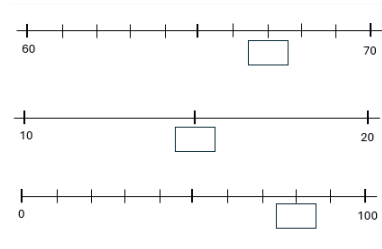
Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία; Ως σημαντική βασική πράξη (βλ. παραπάνω), η υποδιαίρεση θα πρέπει να διδαχθεί προσεκτικά και με τη βοήθεια υλικού πολύ πριν η πιο σύνθετη πράξη «διαίρεση» συζητηθεί. Η υποδιαίρεση των αριθμών μέχρι το 20 θα πρέπει να διδαχθεί μαζί με τον διπλασιασμό των αριθμών μέχρι το 10, με τη διαίρεση στο μισό να αποτελεί την αντίστροφη πράξη του αντίστοιχου διπλασιασμού. Κατά το διπλασιασμό των αριθμών από το 6 έως το 9, η στρατηγική «δύναμη του πέντε» αποδεικνύει την αξία της: για να διπλασιάσουμε το 8, για παράδειγμα, μπορούμε να σκεφτούμε το 8 ως $5+3$. $5+5=10$, $3+3=6$, ο διπλασιασμός του 8 είναι επομένως 16. Το μισό του 16 είναι, αντιστρόφως, 8. Οι αναπαραστάσεις του 8 με τα δάχτυλα (δύο παιδιά που συνεργάζονται), χωρίς μέτρηση, είναι κατάλληλες για τον υπολογισμό της δύναμης του πέντε, καθώς και οι αντίστοιχες αναπαραστάσεις στο πλαίσιο των 20, οι οποίες ερμηνεύονται σύμφωνα με τη δύναμη του πέντε.

Η υποδιαίρεση καθαρών δεκάδων, όπως το 30, το 50, το 70 και το 90, είναι μια σημαντική δραστηριότητα για την απόκτηση βασικής κατανόησης του θεσιακού αξιακού συστήματος. Για παράδειγμα, για να διαιρέσει κανείς το 50 στη μέση, θα πρέπει να διαχωρίσει μια δεκάδα. Τα παιδιά θα πρέπει να κληθούν να αναπαραστήσουν το 50 (ή το 30, το 70 ή το 90) με 5 (ή 3, 7, 9) δεκάδες ή ψεύτικα χαρτονομίσματα των δέκα ευρώ και να βρουν πώς να χωρίσουν τον αριθμό σε δύο ίσα μέρη. Αν μπορούν να χρησιμοποιήσουν το υλικό, ακόμη και τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες θα ανακαλύψουν συχνά μόνα τους ότι σε τέτοιες περιπτώσεις μία από τις δεκάδες θα πρέπει να ανταλλαχθεί με δέκα μονάδες. Ωστόσο, είναι ζωτικής σημασίας αυτό να μπορεί στη συνέχεια να επιλυθεί από τα παιδιά χρησιμοποιώντας νοητικές αναπαραστάσεις και, μακροπρόθεσμα, να γίνει αυτόματο. Η υποδιαίρεση με αυτόν τον τρόπο βοηθά επίσης στην εδραίωση της κατανόησης του δεκαδικού συστήματος.

Εργασία 6: Αριθμοί σε αριθμογραμμές

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Τοποθετήστε τους κατάλληλους διψήφιους αριθμούς στις συγκεκριμένες θέσεις σε έναν αριθμητικό άξονα, λαμβάνοντας υπόψη τις διαφορετικές κλίμακες των αριθμητικών αξόνων που χρησιμοποιούνται.



Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Οι αναπαραστάσεις αριθμών σε αριθμογραμμές είναι σημαντικά εργαλεία στα μαθήματα μαθηματικών από το δημοτικό έως το γυμνάσιο. Αριθμοί σε οποιοδήποτε αριθμητικό εύρος και όχι μόνο φυσικοί αριθμοί μπορούν να αναπαρασταθούν σε αριθμογραμμές με ελάχιστη προσπάθεια. Οι αναπαραστάσεις αυτές μπορούν να βοηθήσουν στην αποσαφήνιση και την κατανόηση των σχέσεων μεταξύ αριθμών και πράξεων με αριθμούς. Ωστόσο, αυτό απαιτεί μια ορθή ερμηνεία τέτοιων αναπαραστάσεων.

Η Εργασία 6 εξετάζει μια σημαντική πτυχή τέτοιων ερμηνειών, δηλαδή την παρατήρηση διαφορετικών κλιμάκων: Η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών σημείων στην πρώτη αριθμογραμμή αντιπροσωπεύει το ένα, στη δεύτερη το πέντε και στην τρίτη το δέκα. Για να προσδιορίσουν σωστά τα σημεία που εμφανίζονται, τα παιδιά θα πρέπει να προσέξουν τα σημάδια που φέρουν τις ενδείξεις καθώς και τον αριθμό των ίσων αποστάσεων μεταξύ των σημείων με τις ενδείξεις.

Εκτός από τις δεξιότητες που σχετίζονται με τα ίδια τα μέσα αναπαράστασης, η εργασία παρέχει πληροφορίες σχετικά με το αν τα παιδιά μπορούν να διαιρέσουν στο μισό (π.χ. το 5 ως το μισό του 10 στον αριθμητικό άξονα 2) και σχετικά με την ικανότητά τους να εργάζονται με διψήφιους αριθμούς. Στην αριθμογραμμή 1, ανάλογα με τη στρατηγική τους, τα παιδιά είτε θα συνεχίσουν να μετρούν από το 60 είτε θα αναγνωρίσουν το μεσαίο σημάδι

μεταξύ 60 και 70 ως 65 και θα συνεχίσουν να μετρούν από εκεί. Στην αριθμογραμμή 3, θα μπορούσαν να μετρήσουν σε βήματα των δέκα, ξεκινώντας από το 0, αλλά και από το 50, αν χρησιμοποιήσουν το κεντρικό σημάδι. Εναλλακτικά, θα μπορούσαν να αναγνωρίσουν ότι κάθε απόσταση έχει μήκος δέκα μονάδες και ότι λείπουν δύο δεκάδες από το εμφανιζόμενο σημάδι έως το 100.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Σφάλματα στον υπολογισμό μπορεί να προκύψουν στην αριθμογραμμή 1 (π.χ. 66 ή 68 αντί για το σωστό 67). Εάν ένα παιδί γράψει το 76, αυτό πιθανόν οφείλεται σε προβλήματα με τη γραφή των αριθμών (βλ. Εργασία 4). Σε συνδυασμό με ένα σφάλμα στον υπολογισμό, τέτοια προβλήματα (σύγχυση των αριθμών) μπορεί να οδηγήσουν στη γραφή του 86 αντί για το 68. Εάν ένα παιδί γράψει το 7, αγνοώντας τις δεκάδες, αυτό το λάθος, όπως και άλλα, δεν πρέπει να απορριφθεί βιαστικά ως απροσεξία. Μόνο μια συζήτηση στην οποία το παιδί καλείται να εξηγήσει τη διαδικασία της σκέψης του μπορεί να διευκρινίσει τον λόγο πίσω από το λάθος.

Το ίδιο ισχύει εάν το 5 δίνεται ως ο μεσαίος αριθμός στην αριθμογραμμή 2 αντί για το 15. Λάθη όπως το 14, το 16 ή το 17 υποδηλώνουν ότι το παιδί μέτρησε από το 10 και φαντάστηκε, ή πραγματικά χάραξε στο φυλλάδιό του, σημάδια σε διαστήματα που επέλεξε το ίδιο (εκτιμώμενα). Εάν ένα παιδί έχει γράψει 11 ή 19, πιθανότατα μέτρησε προς τα εμπρός ή προς τα πίσω κατά ένα από τον αριθμό στην αριστερή ή τη δεξιά άκρη, χωρίς να δώσει προσοχή ούτε στην κλίμακα των πέντε ούτε στην αναλογικότητα που απαιτείται στην αριθμογραμμή.

Ομοίως, ένα παιδί μπορεί να φτάσει στην καταχώριση 98 στην αριθμογραμμή 3. Άλλα πιθανά λάθη είναι το 40, όταν μετράει ανά πέντε και ξεκινά από το 0, ή το 90, όταν μετράει ανά πέντε προς τα πίσω ξεκινώντας από το 100. Όπως εξηγήθηκε, για να κατανοήσουμε με σαφήνεια πώς προκύπτουν αυτά και άλλα λάθη, απαιτείται ατομικός διάλογος με το συγκεκριμένο παιδί.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Πολλά σχολικά βιβλία για τη 2η τάξη παρουσιάζουν αριθμογραμμές με ενδείξεις κυρίως ή ακόμη και αποκλειστικά σε διαστήματα μιας μονάδας. Επιπλέον, ορισμένοι συγγραφείς σχολικών βιβλίων φαίνεται να υποθέτουν ότι οι αριθμογραμμές είναι αυτονόητες. Ωστόσο, είναι σημαντικό να διδάξουμε στα παιδιά πώς να ερμηνεύουν τις αριθμογραμμές όχι μόνο από την άποψη της αρίθμησης, αλλά και, κυρίως, από την άποψη της μέτρησης. Για παράδειγμα, θα πρέπει να κατανοήσουν ότι το σημάδι 8 σε έναν αριθμητικό άξονα μεταξύ 0 και 10 υποδηλώνει ότι η απόσταση από το 0 έως το 8 είναι οκτώ μονάδες. Αυτή η απόσταση μπορεί να χωριστεί σε πέντε και τρεις μονάδες ή να διαιρεθεί στο μισό σε δύο τμήματα των τεσσάρων μονάδων το καθένα, και ούτω καθεξής. Στη συνέχεια, τα παιδιά θα πρέπει να μάθουν να αναγνωρίζουν αποστάσεις των δέκα μονάδων σε αριθμογραμμές έως το 100 και να κατανοήσουν ότι οι αριθμογραμμές μπορούν να κλιμακωθούν διαφορετικά. Ανάλογα με την καθορισμένη απόσταση που έχει επιλεγεί για να αντιπροσωπεύει τις μονάδες (ή τις δεκάδες) σε μια δεδομένη αριθμογραμμή, οι αποστάσεις για δύο, τρεις και ούτω καθεξής έως δέκα μονάδες (ή δύο, τρεις και ούτω καθεξής έως δέκα δεκάδες) είναι πολλαπλάσια αυτής της μονάδας απόστασης.

Εργασία 7: Διαίρεση αριθμών

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Βασικές αριθμητικές πράξεις (διαίρεση αριθμών έως το 10).

6	7	8	8	9	9
1	3	2	5	2	4

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Για την περαιτέρω ανάπτυξη των αριθμητικών δεξιοτήτων, είναι θεμελιώδες τα παιδιά να μάθουν να κατανοούν τους φυσικούς αριθμούς (αρχικά έως το 10) ως συνθέσεις αριθμών («έννοια μέρους-συνόλου») και να αυτοματοποιήσουν όλους τους τρόπους με τους οποίους οι αριθμοί έως το 10 μπορούν να συντεθούν ή να αποσυντεθούν σε δύο αριθμούς. Για παράδειγμα, εάν ένα παιδί συσχετίζει αυτόματα τον αριθμό οκτώ με $2+6$ (υπο-εργασία γ) και $5+3$ (υπο-εργασία δ), θα είναι σε θέση να λύσει προβλήματα όπως $2+6$, $8-6$, $8-5$, $3+5$, $3+_=8$ και ούτω καθεξής, χωρίς να χρειάζεται να μετρήσει. Μπορεί εύκολα να αναλύσει μια άσκηση όπως $37+8$ σε δύο απλούστερα βήματα: $37+3$, $40+5$. Ομοίως, μπορεί να αναλύσει μια άσκηση όπως $32-8$ σε $32-2$, $30-6$. Η διάσπαση αριθμών έως το 10 θα πρέπει να έχει αυτοματοποιηθεί μέχρι το τέλος του πρώτου σχολικού έτους, εξ ου και το

χρονικό όριο στην εργασία. Για να αποφύγετε το άγχος των παιδιών, ανατρέξτε στις συστάσεις του Εγχειριδίου εκπαιδευτικού.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Τα λάθη μπορεί να υποδηλώνουν λανθασμένη απομνημόνευση, για παράδειγμα αν ένα παιδί εισάγει τον αριθμό 4 στην υπο-εργασία 1 ή τον αριθμό 5 στην υπο-εργασία 2. Ειδικά σε τέτοιες περιπτώσεις, όπου ο σωστός αριθμός έχει διαφορά ενός, μπορεί να υπάρχει και λάθος μέτρησης. Το παιδί τότε δεν θα είχε ανακαλέσει έναν λανθασμένο αριθμό από τη μνήμη του, αλλά θα είχε προσπαθήσει να λύσει την αποσύνθεση μετρώντας και (συνήθως) θα είχε μετρήσει λάθος κατά ένα.

Λάθη όπως η εισαγωγή του 7 στην υπο-εργασία α) υποδηλώνουν ότι το παιδί έχει παρερμηνεύσει την εργασία και έχει υπολογίσει το άθροισμα των δύο δεδομένων αριθμών. Εάν δεν έχετε εξασκήσει ποτέ την ανάλυση αριθμών στην τάξη σας με τη μορφή που χρησιμοποιείται εδώ, τέτοια λάθη δεν θα πρέπει να θεωρούνται ως έγκυρο συμπέρασμα σχετικά με τις δεξιότητες ανάλυσης αριθμών του παιδιού. Θα ήταν καλύτερο να ελέγξετε την ανάλυση αριθμών που ζητείται εδώ με άλλη γραπτή ή προφορική μορφή. Ωστόσο, είναι επίσης πιθανό τέτοια λάθη να είναι αποτέλεσμα αυτοματισμών που δεν συνοδεύονται από κατανόηση. Οι ατομικές συζητήσεις μπορούν να ρίξουν φως σε αυτό το θέμα.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Εάν τα παιδιά δεν έχουν κατακτήσει την ικανότητα διαίρεσης αριθμών έως το 10 μέχρι το τέλος του πρώτου σχολικού έτους, είναι πιθανό να αντιμετωπίσουν σημαντικές δυσκολίες στο μέλλον. Σε τέτοιες περιπτώσεις, θα πρέπει πρώτα να διευκρινιστεί, μέσω ατομικής συζήτησης, εάν τα προβλήματα αφορούν τον τομέα της αυτοματοποίησης ή εάν υπάρχει έλλειψη βασικής κατανόησης του γεγονότος ότι οι αριθμοί αποτελούνται από αριθμούς (έννοια του μέρους-όλου).

Οι δραστηριότητες που περιλαμβάνουν δομημένες αναπαραστάσεις αριθμών βοηθούν στην ανάπτυξη της κατανόησης των μερών και του όλου. Ανάλογα με τις αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται, για να μπορούν να αναγνωρίσουν τα μέρη, τα παιδιά θα πρέπει να είναι σε θέση να αναγνωρίζουν αριθμούς έως το τέσσερα με μια ματιά, χωρίς να μετρούν. Ωστόσο, είναι γνωστό ότι ορισμένα παιδιά δεν μπορούν να αναγνωρίσουν ούτε το τρία. Σε αυτές τις περιπτώσεις, θα πρέπει να αναπτυχθούν στρατηγικές για να αντισταθμιστεί αυτό, όπως η παρουσίαση του αριθμού τρία μέσα σε ένα πλαίσιο πέντε. Αυτό επιτρέπει την σχεδόν ταυτόχρονη αναγνώριση του τρία μέσω των δύο κενών πεδίων, τα οποία ακόμη και τα παιδιά με περιορισμένες ικανότητες ταυτόχρονης αναγνώρισης μπορούν συνήθως να αντιληφθούν χωρίς να μετρήσουν. Τα δάχτυλα προσφέρουν επίσης καλές ευκαιρίες για να καταστούν προσβάσιμες οι σχέσεις μέρους-όλου έως το δέκα σε παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες, υπό την προϋπόθεση ότι τα παιδιά μαθαίνουν να τα χρησιμοποιούν για την αναπαράσταση αριθμών χωρίς να μετρούν. Οι αναπαραστάσεις με τα δάχτυλα, καθώς και οι αναπαραστάσεις με κουκκίδες σε πλαίσια των πέντε, των δεκάδων και αργότερα των εικοσάδων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για γρήγορες ασκήσεις: Οι αριθμοί που παρουσιάζονται με δομημένο τρόπο θα πρέπει να κατανοούνται «με μια ματιά». Οι αποσυνθέσεις που καθιστούν δυνατή αυτή την κατανόηση χωρίς μέτρηση θα πρέπει να εκφράζονται λεκτικά από τα παιδιά και να χρησιμοποιούνται επίσης για πράξεις χωρίς μέτρηση. Π.χ., αν ένα παιδί καταγράφει το οκτώ ως πέντε και τρία, θα πρέπει να σκεφτεί τι θα συμβεί αν αφαιρεθεί το πέντε κ.λπ.

Για τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες, είναι καλή ιδέα να επικεντρωθείτε αρχικά σε μερικούς τύπους αποσυνθέσεων (δύναμη του πέντε, αποσύνθεση σε δύο μισά) και να τα ενισχύσετε. Στη συνέχεια, τα παιδιά θα πρέπει να προσπαθήσουν να κατανοήσουν πώς συνδέονται οι μεμονωμένες αποσυνθέσεις ενός αριθμού, σύμφωνα με την αρχή της αντιστάθμισης: π.χ., το οκτώ είναι πέντε και τρία, αλλά και έξι και δύο· το ένα μέρος αυξάνεται κατά ένα, το άλλο μειώνεται κατά ένα για να αντισταθμιστούν. Μόνο με βάση τέτοιες γνώσεις μπορεί να γίνει ελπιδοφόρα η προσπάθεια αυτοματοποίησης των βασικών αποσυνθέσεων αριθμών στην επόμενη φάση. Η χρήση καρτών flash έχει αποδειχθεί αποτελεσματικός τρόπος για να γίνει αυτό.

Εργασία 8: Πρόσθεση

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Προσθήκη του αριθμητικού εύρους έως το 100, συμπεριλαμβανομένων των δεκάδων γεφύρωσης.

$$32 + 7 =$$

$$6 + 74 =$$

$$60 + 30 =$$

$$27 + 40 =$$

$$25 + 8 =$$

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η ικανότητα να προσθέτετε γρήγορα και με ακρίβεια στο μυαλό σας είναι μια θεμελιώδης μαθηματική δεξιότητα με μεγάλη σημασία, ακόμη και στην καθημερινή ζωή. Αυτό ισχύει και στην ψηφιακή εποχή, όπου οι αριθμομηχανές είναι εύκολα προσβάσιμες. Εάν δεν είστε σε θέση να κάνετε νοερούς υπολογισμούς, δεν θα εντοπίσετε λανθασμένες καταχωρήσεις. Στην ιεραρχία των μαθηματικών του σχολείου, η πρόσθεση μέχρι το 100 είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την πρόσθεση σε μεγαλύτερα αριθμητικά εύρη. Είναι επίσης απαραίτητο να αντλούνται τα αποτελέσματα της πολλαπλασιαστικής πράξης από άλλα, ήδη απομνημονευμένα αποτελέσματα (π.χ. 6×7 από 5×7 προσθέτοντας $35 + 7$). Επίσης, η πολλαπλασιαστική πράξη δύο ψηφίων και πολλών ψηφίων απαιτεί την πρόσθεση μερικών αποτελεσμάτων, και ούτω καθεξής.

Είναι σημαντικό τα παιδιά να μάθουν να λύνουν προβλήματα πρόσθεσης χωρίς να μετρούν, και να το κάνουν ήδη από το πρώτο έτος του σχολείου. Η αξιολόγηση δεν μπορεί να καταγράψει ποιες στρατηγικές (μέτρηση ή μη μέτρηση) χρησιμοποιούν τα παιδιά για να λύσουν αριθμητικά προβλήματα. Ωστόσο, στο μέτρο του δυνατού στην τάξη, δώστε προσοχή στο αν τα παιδιά μετρούν ανοιχτά όταν εργάζονται σε αυτή την εργασία ή αν δείχνουν κρυφά σημάδια μέτρησης (κοιτάζοντας προς τα πάνω, κουνώντας το κεφάλι τους...). Για να αποφευχθεί το άγχος, δεν έχει τεθεί χρονικό όριο για αυτή την εργασία στο τεστ. Ωστόσο, τα παιδιά που χρησιμοποιούν στρατηγικές μέτρησης συνήθως χρειάζονται πολύ περισσότερο χρόνο για να φτάσουν στο αποτέλεσμα. Αν παρατηρήσετε κάτι τέτοιο, αυτό σας παρέχει σημαντικές πρόσθετες πληροφορίες σχετικά με το αν τα μεμονωμένα παιδιά θα χρειαστούν περαιτέρω υποστήριξη για να αναπτύξουν τελικά στρατηγικές υπολογισμού χωρίς μέτρηση.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Τα παιδιά που μετρούν (βλ. παραπάνω) τείνουν να κάνουν περισσότερα λάθη κατά την πρόσθεση σε σχέση με τα άλλα. Τυπικά είναι τα «λάθη κατά ένα», όπως $32+7=38$, επειδή το 32 μετράται ως ο πρώτος αριθμός κατά την πρόσθεση. Άλλα λάθη μπορούν να εξηγηθούν από μια λανθασμένη ερμηνεία των δακτύλων που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση. Για παράδειγμα, ένα παιδί που πρώτα σηκώνει πέντε δάχτυλα για το $25+8$ και στη συνέχεια θέλει να προσθέσει οκτώ δάχτυλα το ένα μετά το άλλο, θα μπορούσε πρώτα να γεμίσει το δεύτερο χέρι και στη συνέχεια να συνεχίσει με το πρώτο χέρι, σφίγγοντας το σε γροθιά και τεντώνοντας τρία ακόμη δάχτυλα. Όταν στη συνέχεια σηκώνουν και τα πέντε δάχτυλα του δεύτερου χεριού, βλέπουν οκτώ δάχτυλα και θα μπορούσαν να το ερμηνεύσουν λανθασμένα ως 38.

Μια δεύτερη πηγή σφάλματος αφορά προβλήματα με μονάδες και δεκάδες. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του $6+74$, μια ανταλλαγή ψηφίων (47 αντί για 74) μπορεί να οδηγήσει στο λανθασμένο αποτέλεσμα 53. Στην περίπτωση του $27+40=76$, η ανταλλαγή ψηφίων πιθανότατα συνέβη κατά την καταγραφή του αποτελέσματος (76 αντί για 67). Η πρόσθεση του 6 και του 4 χωρίς να ληφθεί υπόψη η ομαδοποίηση μιας επιπλέον δεκάδας που απαιτείται για το $6+4$ οδηγεί στο αποτέλεσμα $6+74=70$. Στην περίπτωση του $27+40$, η πρόσθεση (ή η μέτρηση) του 4 αντί του 40 οδηγεί στο αποτέλεσμα 31. Ένα άλλο πιθανό λάθος με το $6+74$ είναι το 134, αν τα παιδιά προσθέσουν πρώτα $6+7=13$ και μετά γράψουν ένα 4 μετά το 13. Πολλά λάθη μπορούν να διευκρινιστούν μόνο μέσω ατομικών συζητήσεων και όχι πάντα με απόλυτη βεβαιότητα. Ωστόσο, αξίζει πάντα να προσπαθούμε να τα κατανοήσουμε, καθώς συχνά υπάρχει ένα μοτίβο πίσω από τα λάθη και, μόλις κατανοηθεί το μοτίβο, το παιδί μπορεί να βοηθηθεί πιο αποτελεσματικά.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Οι υποστηρικτικές δραστηριότητες σε αυτόν τον τομέα είναι αποτελεσματικές μόνο αν αντιμετωπίζουν την αιτία των μαθηματικών δυσκολιών του παιδιού. Αν τα παιδιά προσθέτουν μετρώντας, αυτό συνήθως σημαίνει ότι δεν έχουν κατανοήσει επαρκώς τη σκέψη του συνόλου και των μερών στην αριθμητική κλίμακα του 10 και ότι δεν

έχουν αναπτύξει αυτόματες σχέσεις μεταξύ συνόλου και μερών (βλ. Εργασία 7). Εάν τα παιδιά εξακολουθούν να παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτόν τον τομέα μέχρι το τέλος του δεύτερου σχολικού έτους και μετά, απαιτούνται επειγόντως θεμελιώδεις διορθωτικές δραστηριότητες. Τέτοιες περιπτώσεις συχνά απαιτούν ατομική υποστήριξη πέραν αυτής που είναι δυνατή στην τάξη. Το ίδιο ισχύει και εάν οι ελλείψεις στην κατανόηση του δεκαδικού συστήματος είναι επίσης, ή κυρίως, υπεύθυνες για τα προβλήματα με την πρόσθεση.

Ακόμη και αν η αντιμετώπιση τέτοιων θεμελιωδών δυσκολιών σε υψηλότερα επίπεδα του δημοτικού σχολείου είναι δύσκολη και απαιτεί πολλή επιμονή και υπομονή και από τις δύο πλευρές, το παιδί και τον δάσκαλο, είναι ο μόνος τρόπος για να αποφευχθεί το παιδί να αντιμετωπίσει ακόμη μεγαλύτερες δυσκολίες από έτος σε έτος. Η χρήση βοηθημάτων για να βοηθηθεί το παιδί στην πρόσθεση με μέτρηση (π.χ. με τη διανομή ενός πίνακα 100), από την άλλη πλευρά, θα ήταν αντιπαραγωγική.

Εργασία 9: Αφαίρεση

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Αφαίρεση στο εύρος αριθμών έως το 100, συμπεριλαμβανομένων των δεκάδων.

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Όσα αναφέρθηκαν για την Εργασία 8 (Πρόσθεση) ισχύουν σε μεγάλο βαθμό και εδώ.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Όπως και στην Άσκηση 8 (Πρόσθεση), τα λάθη στην Άσκηση 9 είναι συχνά λάθη μέτρησης («λάθος κατά ένα») ή παρερμηνείες των δακτύλων που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση. Μπορεί επίσης να συμβεί ένα παιδί να μην έχει χρησιμοποιήσει μέτρηση για την αφαίρεση, αλλά να έχει κάνει λάθος λόγω λάθους απομνημόνευσης μιας βασικής πράξης (π.χ. $8-6=3$).

Άλλα λάθη αφορούν προβλήματα με το δεκαδικό σύστημα, όπως η αντιμετάθεση ψηφίων, η λανθασμένη σύνδεση δεκάδων και μονάδων και τα λάθη στις ασκήσεις με γεφύρωση δεκάδων.

Τέλος, τα λάθη μπορεί να αποτελούν έναν συνδυασμό και των δύο προαναφερθέντων κατηγοριών.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Όπως προαναφέρθηκε, όσα ισχύουν για την Εργασία 8 (Πρόσθεση) ισχύουν σε μεγάλο βαθμό και εδώ.

Μελέτες δείχνουν ότι οι δυσκολίες με την αφαίρεση είναι συχνότερες από την περίπτωση της πρόσθεσης. Ωστόσο, από τη σκοπιά της μαθηματικής εκπαίδευσης, αυτό δεν οφείλεται στο ότι η αφαίρεση είναι αντικειμενικά πιο δύσκολη από την πρόσθεση. Φυσικά, είναι πιο δύσκολη όταν χρησιμοποιείται η μέτρηση ως στρατηγική, επειδή η αντίστροφη μέτρηση γενικά έχει εξασκηθεί λιγότερο και επομένως τα παιδιά είναι πιο επιρρεπή σε λάθη. Αν και τα παιδιά που δεν αφαιρούν μετρώντας βρίσκουν την αφαίρεση πιο δύσκολη και κάνουν περισσότερα λάθη από ότι στην πρόσθεση, τουλάχιστον μέρος της εξήγησης θα μπορούσε να είναι ότι ίσως η αφαίρεση καλύφθηκε και εξασκήθηκε λιγότερο εντατικά στην τάξη. Εάν η αξιολόγηση της τάξης σας δείχνει σαφείς διαφορές στην απόδοση των παιδιών στην πρόσθεση και την αφαίρεση (και πιθανώς σε βάρος της αφαίρεσης), αυτό θα πρέπει σε κάθε περίπτωση να αποτελεί μια ευκαιρία για να επανεξετάσετε τη στάθμιση των δύο βασικών πράξεων στα μαθήματα.

$$48 - 6 =$$

$$37 - 7 =$$

$$20 - 9 =$$

$$56 - 30 =$$

$$25 - 8 =$$

Εργασία 10: Λεκτικό πρόβλημα 1 (πρόσθεση)

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Επίλυση ενός προβλήματος κειμένου που μπορεί να επιλυθεί με ένα βήμα υπολογισμού με την κατάλληλη πρόσθεση («απλό πρόβλημα»).

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Τα προβλήματα κειμένου του τύπου που παρουσιάζεται εδώ (απλά προβλήματα) είναι η στοιχειώδης μορφή των πραγματικών αριθμητικών προβλημάτων (που παρουσιάζονται σε μορφή κειμένου). Τα απλά προβλήματα παρέχουν μια ένδειξη για το αν ένα παιδί έχει κατανοήσει και μπορεί να θυμηθεί τις βασικές έννοιες μιας αριθμητικής πράξης. Αυτό αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων της πραγματικής ζωής. Η βασική έννοια της πρόσθεσης που αξιολογείται στην Εργασία 10 είναι η πρόσθεση ως ένωση. Αυτή η έννοια συχνά κατανοείται ήδη από την ηλικία του νηπιαγωγείου. Άλλες βασικές έννοιες που είναι επίσης επιθυμητές (π.χ. συγκριτική πρόσθεση) δεν αξιολογούνται στην εξέταση.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Σε αυτή την εργασία, τα παιδιά δεν πρέπει μόνο να γράψουν το αποτέλεσμα, αλλά και τον υπολογισμό με τον οποίο έφτασαν σε αυτό το αποτέλεσμα. Εάν ο υπολογισμός δεν έχει γραφτεί, είναι πιθανό το παιδί να μην έχει προσέξει ή να έχει αγνοήσει αυτή την απαίτηση. Εάν το αποτέλεσμα είναι σωστό, μπορεί να υποτεθεί ότι έχει υπολογιστεί το $12+6$. Ωστόσο, δεν μπορεί να αποκλειστεί το ενδεχόμενο ένα παιδί να κατανοεί το πλαίσιο και να καταλήγει σε μια λύση μετρώντας, αλλά να μην συνειδητοποιεί ότι η λύση μπορεί να γραφτεί συμβολικά ως πρόσθεση. Αυτό λαμβάνεται υπόψη στην αξιολόγηση, στο βαθμό που ο πλήρης βαθμός απονέμεται μόνο εάν τόσο ο υπολογισμός όσο και το αποτέλεσμα έχουν γραφτεί σωστά. Σε τέτοιες περιπτώσεις, ωστόσο, θα πρέπει να διευκρινιστεί σε συζήτηση με το παιδί εάν πραγματικά δεν γνωρίζει πώς να αντιστοιχίσει τον κατάλληλο όρο πρόσθεσης σε μια γραπτή εργασία.

Εάν δεν έχει γραφτεί κανένας υπολογισμός, ακόμη και αν το αποτέλεσμα είναι λάθος, το παιδί θα μπορούσε να έχει υπολογίσει το $12+6$, αλλά με λάθος στον υπολογισμό. Εάν το παιδί έχει υπολογίσει μετρώντας, και για αυτή την εργασία το σωστό αποτέλεσμα μπορεί να έχει διαφορά 1 ($12+6=17$ ή $12+6=19$) λόγω λάθους στο μέτρημα (βλ. Εργασία 8). Το $12+6=8$ θα μπορούσε να προκύψει αν αγνοηθεί το 1 στη θέση των δεκάδων. Αυτό δεν πρέπει να απορριφθεί βιαστικά ως λάθος απροσεξίας. Μέσω συζήτησης και εξετάζοντας άλλες ασκήσεις, μπορεί να διευκρινιστεί αν το παιδί έχει θεμελιώδη προβλήματα στην αντιμετώπιση διψήφων αριθμών.

Εάν το παιδί γράψει $12-6$ ως υπολογισμό, θα πρέπει πρώτα να ελέγξετε πώς το ίδιο παιδί έλυσε την ακόλουθη Εργασία 11 (λεκτικό πρόβλημα για αφαίρεση). Σε μια ατομική συζήτηση, θα πρέπει στη συνέχεια να χρησιμοποιηθούν περαιτέρω απλά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης για να επιβεβαιωθεί το πραγματικό επίπεδο ικανοτήτων.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η εργασία παρουσιάζεται προφορικά και το κείμενο προσφέρεται μόνο επιπρόσθετα. Αυτό έχει ως στόχο να αποτρέψει πιθανά προβλήματα κατανόησης του κειμένου από το να επισκιάσουν την αξιολόγηση των μαθηματικών δεξιοτήτων που μας ενδιαφέρουν εδώ. Ωστόσο, στην περίπτωση παιδιών των οποίων οι δεξιότητες ανάγνωσης είναι γνωστό ότι είναι περιορισμένες, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι μπορεί να επηρεάσει την απόδοσή τους σε αυτή και στις άλλες εργασίες με κείμενο (11, 14, 15) το γεγονός ότι για αυτά τα παιδιά το κείμενο δεν είναι διαθέσιμο αν δεν το ακούν. Δεδομένου ότι τα παιδιά (ειδικά αυτά με δυσκολίες ανάγνωσης) θα πρέπει να ακούνε προσεκτικά κατά τη διάρκεια αυτής της εργασίας, οι δυσκολίες προσοχής (γενική ή μόνο επιλεκτική απόσπαση της προσοχής κατά τη διάρκεια αυτής της εργασίας) μπορούν να διαδραματίσουν ακόμη μεγαλύτερο ρόλο από ότι σε άλλες εργασίες.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Για να αποκτήσουν τα παιδιά μια σταθερή βασική κατανόηση των τεσσάρων βασικών αριθμητικών πράξεων, είναι ζωτικής σημασίας να μπορούν να τις συσχετίσουν με εμπειρίες που έχουν ζήσει και συνεχίζουν να ζουν στην καθημερινή τους ζωή. Υπό αυτή την έννοια, τα σύμβολα των πράξεων πρέπει να σχετίζονται με ενέργειες

Στο δρόμο προς το σχολείο:
Μέσα στο σχολικό λεωφορείο υπάρχουν 12 παιδιά.
Στην επόμενη στάση, ανεβαίνουν 6 ακόμη παιδιά.
Πόσα παιδιά είναι τώρα μέσα στο λεωφορείο;
Ο υπολογισμός μου: _____
Απάντηση: Τώρα είναι _____ παιδιά στο λεωφορείο.



και καταστάσεις της πραγματικής ζωής από την αρχή. Σημαντικές εργασίες και ασκήσεις περιλαμβάνουν τη μετάφραση μεταξύ ενός αριθμητικού όρου όπως $3+6$, ενεργειών με υλικά, πραγματικών καταστάσεων (που παρουσιάζονται επίσης ως κείμενο, όπως σε αυτό το παράδειγμα) και σχεδίων. Είναι απαραίτητο αυτή η μετάφραση να απαιτείται και στις δύο κατευθύνσεις, δηλαδή τα παιδιά να εκτελούν κατάλληλες ενέργειες, να επινοούν προβλήματα με λέξεις και να δημιουργούν οι ίδιοι σχέδια που ταιριάζουν με έναν δεδομένο όρο, και να εξηγούν σε ποιο βαθμό οι ενέργειές τους, τα προβλήματα με λέξεις και τα σχέδιά τους ταιριάζουν με τον όρο. Όταν εργάζονται με προβλήματα με λέξεις, θα πρέπει να συζητείται επανειλημμένα, πέρα από την επίλυση του μεμονωμένου προβλήματος, τι είναι τυπικό σε κάθε περίπτωση, π.χ. προβλήματα που μπορούν να λυθούν με πρόσθεση.

Εργασία 11: Λεκτικό πρόβλημα 2 (αφαίρεση)

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Επίλυση ενός προβλήματος κειμένου που μπορεί να επιλυθεί με ένα βήμα υπολογισμού χρησιμοποιώντας την κατάλληλη αφαίρεση («απλό πρόβλημα»).

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Όσα αναφέρθηκαν για την Εργασία 10 είναι σε μεγάλο βαθμό αντίστοιχα. Η Εργασία 11 αφορά την πιο βασική ιδέα της αφαίρεσης, που είναι το «βγάζω έξω». Τα παιδιά συνήθως αναπτύσσουν αυτή την έννοια το αργότερο κατά το πρώτο έτος της σχολικής τους φοίτησης. Άλλες σημαντικές έννοιες που δεν καλύπτονται εδώ περιλαμβάνουν τη «σύγκριση» και το «ελλείπον μέρος».

Στο δρόμο προς το σπίτι:
Μέσα στο σχολικό λεωφορείο υπάρχουν 28 παιδιά.
Στην πρώτη στάση, κατεβαίνουν 3 παιδιά.
Πόσα παιδιά είναι ακόμη μέσα στο λεωφορείο;
Ο υπολογισμός μου: _____
Απάντηση: Τώρα είναι _____ παιδιά στο λεωφορείο.



Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Όπως και στην Εργασία 10, κατά την αξιολόγηση της εξέτασης, είναι σημαντικό να δοθεί προσοχή τόσο σε πιθανά λάθη υπολογισμού, όσο και σε λάθη στην επιλογή του υπολογισμού. Τα τελευταία είναι εμφανή όταν το παιδί γράφει τον υπολογισμό όπως ζητήθηκε. Εάν ο υπολογισμός που γράφτηκε δεν είναι $28-3$, ισχύει και εδώ, αναλογικά, ότι έχει ήδη αναφερθεί για την Εργασία 10.

Εάν το παιδί σημειώσει μόνο το αποτέλεσμα, ένα σωστό αποτέλεσμα (δηλ. 25), όπως στην Εργασία 10, υποδηλώνει ότι το παιδί γνωρίζει ότι η ερώτηση που περιγράφεται στο κείμενο μπορεί να «μαθηματικοποιηθεί» γράφοντας $28-3$. Ωστόσο, αυτό θα πρέπει επίσης να επιβεβαιωθεί σε συζήτηση με το παιδί. Η συζήτηση με το παιδί θα διευκρινίσει επίσης το υποκείμενο πρόβλημα εάν κατά την αξιολόγηση ένα λανθασμένο αποτέλεσμα, λόγω της εγγύτητάς του με το σωστό, υποδηλώνει ότι το παιδί έχει υπολογίσει $28-3$, αλλά έχει κάνει λάθος στον υπολογισμό ή στην μέτρηση και ως εκ τούτου έχει γράψει ίσως 26 ως λύση. Εδώ θα πρέπει επίσης να σημειωθεί η πιθανότητα να μην έχουν ληφθεί υπόψη οι θεσιακές αξίες, και μόνο μια συζήτηση μπορεί να διευκρινίσει εάν τα σφάλματα που προκύπτουν (για παράδειγμα 5) υποδηλώνουν πιο θεμελιώδη προβλήματα με το δεκαδικό σύστημα ή μπορούν να ταξινομηθούν ως σφάλματα απροσεξίας και συγκέντρωσης.

Λύσεις όπως 31 ή (στην περίπτωση ενός επιπλέον σφάλματος υπολογισμού) 30 υποδηλώνουν ότι το παιδί έχει προσθέσει αντί να αφαιρέσει.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Δείτε τι έχει ήδη σχολιαστεί στην Εργασία 10. Σημειώστε ότι, παρόλο που η βασική ιδέα της αφαίρεσης ως αφαίρεσης, η οποία εξετάζεται στην Εργασία 11, είναι θεμελιώδης, είναι σημαντικό να εργαστείτε εντατικά και επίμονα με τα παιδιά σε άλλες βασικές ιδέες μόλις αυτή η έννοια έχει κατακτηθεί. Ιδανικά, τα παιδιά θα μάθουν στην πρώτη τάξη του σχολείου ότι με την αφαίρεση μπορούν επίσης να προσδιορίσουν τη διαφορά μεταξύ δύο αριθμών ή να υπολογίσουν πόσο λείπει από το δεδομένο σύνολο όταν γνωρίζουν ένα μέρος του. Εάν ο έλεγχος δεν υποδείξει προβλήματα με την έννοια της αφαίρεσης, αυτό είναι, φυσικά, ευχάριστο. Ωστόσο, θα πρέπει να τεθούν και να επιδιωχθούν πιο μακροπρόθεσμοι στόχοι στα μαθήματα. Είναι επίσης σημαντικό να ελέγχεται

επανελημμένα εάν τα παιδιά έχουν βιώσιμες, διαφορετικές και ποικίλες έννοιες της αφαίρεσης, όπως και με τις τέσσερις βασικές αριθμητικές πράξεις.

Εργασία 12: Βασικές ασκήσεις πολλαπλασιασμού

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Γρήγορη και ακριβής επίλυση των βασικών ασκήσεων (με παράγοντες 2, 5 και 10) του πίνακα πολλαπλασιασμού.

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Ο πίνακας πολλαπλασιασμού αποτελεί μέρος των βασικών αριθμητικών πράξεων. Τα παιδιά θα πρέπει να κατακτήσουν όλους τους πολλαπλασιασμούς με παράγοντες έως το 10 πριν ασχοληθούν με πιο σύνθετες εργασίες, όπως ο πολλαπλασιασμός διψήφων αριθμών, η διαίρεση και η αριθμητική με κλάσματα.

α)	$7 \cdot 2 =$
β)	$4 \cdot 5 =$
γ)	$8 \cdot 10 =$
δ)	$9 \cdot 2 =$
ε)	$10 \cdot 7 =$
στ)	$5 \cdot 6 =$

Ο βαθμός στον οποίο όλες οι πράξεις του πίνακα πολλαπλασιασμού θα πρέπει να έχουν κατακτηθεί εξαρτάται από το μάθημα των μαθηματικών. Στο Διαγνωστικό τεστ 2+, αξιολογούμε μόνο εργασίες με τους παράγοντες 2, 5 και 10 και αυτές μπορούν να θεωρηθούν ως βασικές εργασίες του πίνακα πολλαπλασιασμού. Οι τρέχουσες διδακτικές προτάσεις συνιστούν την εστίαση σε αυτές τις βασικές ασκήσεις. Τα παιδιά μπορούν και θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν αυτές τις ασκήσεις για να προχωρήσουν στις άλλες εργασίες του πίνακα πολλαπλασιασμού. Η κατάκτηση των βασικών πράξεων του πίνακα πολλαπλασιασμού, το θέμα δηλαδή της Εργασίας 12, μπορεί να θεωρηθεί ως βασική ικανότητα που απαιτείται για την ανάπτυξη της πιο προηγμένης βασικής ικανότητας της «κατάκτησης ολόκληρου του πίνακα πολλαπλασιασμού». Σημειώστε ότι το χρονικό όριο που έχει οριστεί για την Εργασία 12 είναι σημαντικό προκειμένου να ληφθούν τουλάχιστον ενδείξεις για το εάν το παιδί έχει πραγματικά κατακτήσει τις βασικές εργασίες (βλ. παρακάτω για περαιτέρω εξηγήσεις).

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Μια βασική αριθμητική πράξη μπορεί να θεωρηθεί αυτοματοποιημένη εάν η εργασία λύνεται αξιόπιστα και γρήγορα χωρίς περαιτέρω σκέψη, είτε με άμεση ανάκτηση από τη μακροπρόθεσμη μνήμη είτε με γρήγορη, σχεδόν αυτόματη εξαγωγή συμπερασμάτων (π.χ. εάν ένα παιδί δεν σκέφτεται αυθόρμητα το 18 για 9×2 , αλλά πρώτα σκέφτεται το 2×9 για να καταλήξει στο σωστό αποτέλεσμα αντικαθιστώντας τους παράγοντες με ελάχιστη χρονική καθυστέρηση). Λάβετε υπόψη ότι μια διάγνωση με χαρτί και μολύβι δεν μπορεί να παρέχει αξιόπιστες πληροφορίες σχετικά με το εάν οι εργασίες είναι αυτοματοποιημένες με αυτή την έννοια. Στη βιβλιογραφία, το χρονικό όριο για την «κατάκτηση βασικών πράξεων» ορίζεται συνήθως σε μέγιστο 3 δευτερόλεπτα. Ωστόσο, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι τα παιδιά θα πρέπει πρώτα να διαβάσουν τις εργασίες και στη συνέχεια να γράψουν τις απαντήσεις. Εξ ου και το χρονικό όριο των 30 δευτερολέπτων για 6 εργασίες. Η σωστή επίλυση και των 6 εργασιών σε αυτό το χρονικό διάστημα δεν θα πρέπει συνήθως να αποτελεί πρόβλημα για τα παιδιά που τις έχουν αυτοματοποιήσει. Ωστόσο, ένα παιδί μπορεί να μην καταφέρει να λύσει όλες τις εργασίες εγκαίρως επειδή εργάζεται πιο αργά συνολικά, αποσπάται η προσοχή του, δυσκολεύεται στη γραφή ή παρεμφερείς λόγους. Από την άλλη πλευρά, είναι πιθανό ένα παιδί να μην έχει πράγματι αυτοματοποιήσει και τις έξι εργασίες, αλλά να μπορεί να τις λύσει σε 30 δευτερόλεπτα. Για παράδειγμα, θα μπορούσε να λύσει κάποιες ανακαλώντας τις από μνήμης και άλλες μετρώντας γρήγορα στη σειρά. Αυτή η στρατηγική δεν είναι αποτελεσματική μακροπρόθεσμα. Η Εργασία 12 είναι επομένως μια προσπάθεια να διαπιστωθεί εάν τα παιδιά έχουν κατακτήσει κάποιες από τις βασικές εργασίες των πινάκων πολλαπλασιασμού. Ακόμα και ως προσπάθεια, λειτουργεί μόνο εάν τηρείται το χρονικό όριο κατά την εκτέλεσή της. Στο εγχειρίδιο θα βρείτε συμβουλές για το πώς μπορεί αυτό να γίνει ώστε τα παιδιά να μην αγχώνονται και όσα δεν καταφέρνουν να ολοκληρώσουν όλες τις εργασίες στον δεδομένο χρόνο να μην απογοητεύονται.

Εκτός από τις παραλείψεις λόγω έλλειψης χρόνου, υπάρχουν δύο κύριοι τύποι λαθών: α) Τα σφάλματα ανάκλησης συμβαίνουν όταν το παιδί θυμάται αυθόρμητα ένα λανθασμένο αποτέλεσμα («θυμάται λάθος»). Αυτά τα σφάλματα συχνά περιλαμβάνουν αποτελέσματα άλλων ασκήσεων πολλαπλασιασμού, όπως $5 \times 6 = 54$, $2 \times 9 =$

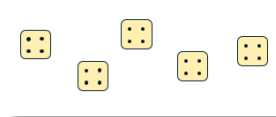
40 και $10 \times 7 = 27$. β.) Σφάλματα όπως $5 \times 6 = 25$ μπορούν πιθανώς να εξηγηθούν από το γεγονός ότι το παιδί μετράει ανά πέντε και κάνει είτε ένα βήμα λιγότερο είτε ένα βήμα περισσότερο, όπως στο $5 \times 6 = 35$.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;
Όπως εξηγήθηκε, οι τρέχουσες διδακτικές προσεγγίσεις συνιστούν οι πίνακες πολλαπλασιασμού να μην επεξεργάζονται σε μεμονωμένες σειρές πινάκων (π.χ., οι δέκα εργασίες από 1×4 έως 10×4 σχηματίζουν έναν πίνακα, οι εργασίες από 1×6 έως 10×6 σχηματίζουν έναν άλλο, κ.ο.κ.), ούτε η έμφαση θα πρέπει να δίνεται στην καθαρή απομνημόνευση. Αντίθετα, θα πρέπει να γίνει προσπάθεια να εξασφαλιστούν πρώτα οι βασικές εργασίες με τους παράγοντες 2, 5 και 10, και στη συνέχεια να αναπτυχθούν στοχευμένες στρατηγικές παραγωγής με τη βοήθεια των οποίων τα παιδιά θα μπορούν να εξαγάγουν όλες τις επιπλέον εργασίες από τις βασικές εργασίες (όπως 9×7 από 10×7 ή 6×8 από 5×8 , κ.λπ.). Η στοχευμένη αυτοματοποίηση όλων των μη βασικών εργασιών διευκολύνεται στη συνέχεια από το γεγονός ότι τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις ήδη απομνημονευμένες βασικές εργασίες μαζί με τη σχεσιακή κατανόηση των στρατηγικών παραγωγής ως άγκυρες μνήμης. Βάση για αυτό είναι μια ορθή εννοιολογική κατανόηση του πολλαπλασιασμού (βλ. Εργασία 13)

Εργασία 13: Ερμηνεία αναπαράστασης ως πολλαπλασιασμός

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Ερμηνεία μιας αναπαράστασης αρκετών ίσων ποσοτήτων ως αναπαράστασης ενός πολλαπλασιασμού.



Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η Εργασία 13 αφορά τη βασική ικανότητα των «θεμελιωδών εννοιών του πολλαπλασιασμού». Τέτοιες θεμελιώδεις έννοιες αποτελούν προϋποθέσεις για την ανάπτυξη εσωτερικών μαθηματικών δεξιοτήτων, όπως η κατανόηση της διαίρεσης ως αντίστροφης πράξης, η αναγνώριση και η χρήση πολλαπλασιαστικών σχέσεων μεταξύ αριθμών και η ανάπτυξη αναλογικής σκέψης και στοιχειώδους άλγεβρας. Είναι επίσης προϋποθέσεις για την αναγνώριση πολλαπλασιαστικών σχέσεων σε πραγματικές καταστάσεις και προβλήματα, και για τη χρήση του πολλαπλασιασμού (ακόμα και με τη βοήθεια αριθμομηχανής) για την επίλυσή τους. Οι θεμελιώδεις ιδέες σχετικά με τις βασικές αριθμητικές πράξεις περιλαμβάνουν πολλές διαστάσεις. Η Εργασία 13 καλύπτει μόνο μία από αυτές τις διαστάσεις, και ακόμη και έτσι, μόνο στο βαθμό που το επιτρέπει ένα διαγνωστικό τεστ με χαρτί και μολύβι. Αυτή η διάσταση είναι η ικανότητα αντιστοίχισης ενός σχεδίου σε έναν κατάλληλο αριθμητικό όρο.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Ένα πιθανό λάθος είναι να γράψει $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$. Αν ένα παιδί γράψει $4+4+4+4+4$ ως απάντηση, έχει γράψει μια κατάλληλη πρόσθεση αλλά δεν έχει ακολουθήσει την απαίτηση να γράψει έναν κατάλληλο πολλαπλασιασμό. Αυτό μπορεί να υποδηλώνει ότι στην πραγματικότητα δεν συνδέει εικόνες αυτού του είδους με τον πολλαπλασιασμό. Αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι δεν έχει κατανοήσει τον πολλαπλασιασμό ως ανεξάρτητη πράξη, αλλά σίγουρα θα πρέπει να θεωρηθεί προειδοποιητικό σημάδι. Ο ίδιος τρόπος σκέψης, σε συνδυασμό με σφάλματα μέτρησης, μπορεί επίσης να οδηγήσει σε όρους όπως $4+4+4+4$ ή $4+4+4+4+4+4+4$.

Σε διαφορετικές χώρες υπάρχουν διαφορετικές συμβάσεις σχετικά με τον τρόπο εισαγωγής του πολλαπλασιασμού στα σχολικά βιβλία. Στις γερμανόφωνες χώρες, για παράδειγμα, ο πολλαπλασιασμός εισάγεται ως συντομευμένη συμβολική αναπαράσταση για την πρόσθεση ίσων προσθετέων με βάση την αρχή «πόσες φορές ένας ορισμένος αριθμός/ποσότητα». Σύμφωνα με αυτή τη σύμβαση, μόνο το 5×4 είναι κατάλληλο για την αναπαράσταση πέντε ζαριών, που το καθένα δείχνει τέσσερις τελείες, ενώ το 4×5 θα ταίριαζε σε ένα σχέδιο τεσσάρων ζαριών, που το καθένα δείχνει πέντε τελείες. Στην Ιταλία, ως αντιπαράδειγμα, το 5×4 εισάγεται ως συντομογραφία του $5+5+5+5$. Ωστόσο, ανεξάρτητα από το πώς εισάγετε τον πολλαπλασιασμό στην τάξη, μελέτες δείχνουν ότι πρέπει να περιμένετε ότι ορισμένα παιδιά θα σκέφτονται διαφορετικά από αυτά που έχουν ακούσει και δει στα μαθήματά τους. Επομένως, ένας Γερμανός μαθητής θα μπορούσε επίσης να σκεφτεί τα πέντε ζάρια με τέσσερις τελείες που φαίνονται στο σχήμα ως «τέσσερα επί πέντε» και επομένως να γράψει τον όρο 4×5 , σκεπτόμενος τον ως «ένα τέσσερα που μπορεί να φανεί πέντε φορές». Τέτοιες μεμονωμένες ερμηνείες που

αποκλίνουν από τις συμβατικές πρακτικές μπορούν να προκαλέσουν προβλήματα στην τάξη, επειδή υπάρχει κίνδυνος να προκύψουν παρεξηγήσεις. Ωστόσο, δεν θα ήταν σωστό να τις θεωρήσουμε λανθασμένες. Τα παιδιά που γράφουν 4×5 επιδεικνύουν επίσης κατανόηση του πολλαπλασιασμού.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;
Όπως έχει ήδη σχολιαστεί στην Εργασία 10, είναι σημαντικό τα παιδιά να είναι σε θέση να συσχετίζουν βασικές αριθμητικές πράξεις με καθημερινές εμπειρίες για την ανάπτυξη μιας στέρεης εννοιολογικής κατανόησης. Με αυτόν τον τρόπο, θα πρέπει αρχικά να συνδέουν εργασίες πολλαπλασιασμού με ενέργειες και καταστάσεις στις οποίες ο ίδιος αριθμός/ποσότητα πρέπει να λαμβάνεται επανειλημμένα. Είναι σημαντικό να επισημαίνονται τόσο οι ομοιότητες όσο και οι διαφορές σε σύγκριση με την πρόσθεση. Εργασίες όπως η δημιουργία αναπαραστάσεων και η επινόηση λεκτικών προβλημάτων που ταιριάζουν με έναν δεδομένο όρο, ή αντίστροφα, το να ζητείται από τα παιδιά να γράψουν τον κατάλληλο όρο για μια αναπαράσταση ή ένα λεκτικό πρόβλημα, είναι χρήσιμες από αυτή την άποψη. Σε αυτό το πρώιμο στάδιο, οι μεταθετικοί όροι όπως 5×4 και 4×5 δεν πρέπει να αντιμετωπίζονται ως ισοδύναμοι. Η ανάπτυξη μιας κατανόησης της εναλλαξιμότητας των παραγόντων είναι ένα σημαντικό επόμενο βήμα. Πρώτα, ωστόσο, τα παιδιά θα πρέπει να μάθουν να διακρίνουν νοερά τον αριθμό που απαντά στην ερώτηση «Πόσες φορές;» και τον αριθμό που υποδεικνύει «Πόσο κάθε φορά;». Με αυτόν τον τρόπο, για να διευκολυνθεί η επικοινωνία στην τάξη, είναι χρήσιμο να ακολουθείται η σύμβαση που ορίζεται από τα εθνικά σχολικά βιβλία. Τα παιδιά που παρόλα αυτά ερμηνεύουν τα πράγματα διαφορετικά θα πρέπει να κληθούν να εξηγήσουν την ερμηνεία τους. Ωστόσο, το ίδιο ισχύει για όλα τα παιδιά: Οι οπτικές αναπαραστάσεις ή οι εικονογραφήσεις με τη χρήση υλικών δεν θα πρέπει να θεωρούνται δεδομένες. Συμβάλλουν στην ανάπτυξη ορθών βασικών εννοιών μόνο εάν χρησιμοποιούνται για να διευκρινίσουν μαθηματικούς τρόπους σκέψης στη συζήτηση.

Εργασία 14: Λεκτικό πρόβλημα 3 (ποσοτικό πρόβλημα)

Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Επίλυση λεκτικού προβλήματος (ανάγνωση δυνατά) στο οποίο μια συνολική ποσότητα θα πρέπει να διαιρεθεί σε υποσύνολα καθορισμένων ίσων μεγεθών.

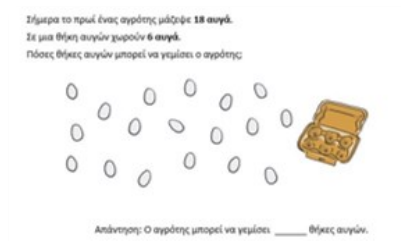
Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Η Εργασία 14 μπορεί να λυθεί μαθηματικά ως πρόβλημα διαίρεσης: $18:6=3$. Εδώ, το 6 αντιστοιχεί στο μέγεθος ενός από τα ίσα μέρη στα οποία διαιρείται ο συνολικός αριθμός 18, και το αποτέλεσμα 3 αντιστοιχεί στον αριθμό αυτών των μερών. Στη βιβλιογραφία, αυτό αναφέρεται ως «κλασματική διαίρεση», σε αντίθεση με τη «μεριστική διαίρεση» (βλ. Εργασία 15), η δεύτερη σημαντική βασική έννοια της διαίρεσης που τα παιδιά θα πρέπει να αναπτύξουν και να εμπεδώσουν στο δημοτικό σχολείο. Η καλή κατανόηση και των δύο τύπων διαίρεσης είναι απαραίτητη προϋπόθεση τόσο για τα επόμενα βήματα στην ιεραρχία των σχολικών μαθηματικών (π.χ. κατανόηση κλασμάτων, διαίρεση ρητών αριθμών) όσο και για την επίλυση πιο σύνθετων λεκτικών προβλημάτων.

Το διαγνωστικό τεστ 2+ σκόπιμα δεν ελέγχει εάν τα παιδιά λύνουν την εργασία χρησιμοποιώντας διαίρεση. Το αν το κάνουν αυτό εξαρτάται από το αν και σε ποιο βαθμό η διαίρεση έχει ήδη καλυφθεί στην τάξη, ειδικά σε σχέση με τα λεκτικά προβλήματα. Η Εργασία 14 αξιολογεί μόνο εάν τα παιδιά μπορούν να κατανοήσουν την κατάσταση που περιγράφεται στο κείμενο και να λύσουν το πρόβλημα που περιέχει. Μπορεί να χρησιμοποιήσουν την εικόνα, να σχεδιάσουν μέσα σε αυτή, να κάνουν δοκιμές και να μην σκέφτονται καθόλου τη διαίρεση.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Η λύση 12 (ή 13 ή 11 στην περίπτωση λαθών μέτρησης) πιθανώς μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι το παιδί υπολόγισε (ή μέτρησε) $18-6$. Μπορεί επίσης να προσθέσει 18 και 6. Αν η πρόσθεση είναι σωστή, καταλήγει στο 24. Αν υπάρχουν λάθη μέτρησης, θα μπορούσε επίσης να είναι 25 ή 23. Αν ένα παιδί χρησιμοποίησε την εικόνα ως βοήθημα λύσης, μια λανθασμένη λύση συνήθως παρέχει επίσης ενδείξεις για το τι οδήγησε στο σφάλμα.



Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία; Όπως έχει ήδη σχολιαστεί στις Εργασίες 10, 11 και 13 σχετικά με τις άλλες τρεις βασικές αριθμητικές πράξεις, η ανάπτυξη ορθών βασικών εννοιών απαιτεί από το παιδί να συνδέσει την πράξη με καθημερινές εμπειρίες. Στην περίπτωση της διαίρεσης, είναι σημαντικό να αξιοποιηθούν οι εμπειρίες στους τομείς των προβλημάτων ποσοτικής διαίρεσης (Εργασία 14) καθώς και στα προβλήματα μεριστικής διαίρεσης (Εργασία 15). Τα καθημερινά προβλήματα ποσοτικής διαίρεσης περιλαμβάνουν: εργασίες συσκευασίας όπως αυτή που διατυπώνεται εδώ, εργασίες ομαδοποίησης (πόσες ομάδες των 6 παιδιών μπορούν να σχηματιστούν αν υπάρχουν 18 παιδιά στην τάξη;), εργασίες μέτρησης (πόσες κανάτες 2 λίτρων μπορούν να γεμίσουν με 10 λίτρα χυμού;), εργασίες με χρήματα όπως "Πόσες μπάλες παγωτού που κοστίζουν 2 ευρώ η καθεμία μπορώ να πάρω αν έχω 8 ευρώ για να ξοδέψω για παγωτό;"

Το σύμβολο της διαίρεσης θα πρέπει να εισαχθεί σε σχέση με την επίλυση τέτοιων προβλημάτων (με τη βοήθεια υλικών), δηλαδή ως ένα πρακτικό σύμβολο για την επίλυση προβλημάτων αυτού του είδους. Για άλλη μια φορά, η εργασία προς την αντίθετη κατεύθυνση είναι επίσης σημαντική, δηλαδή, η επινόηση λεκτικών προβλημάτων για δεδομένους όρους όπως το $12:4$. Τα παιδιά θα πρέπει επίσης να μεταφράζουν αυτούς τους όρους σε κατάλληλες υλικές πράξεις, να κάνουν κατάλληλα σχέδια και αντίστροφα να μαθαίνουν να ερμηνεύουν σχέδια όπως 3 κουτιά με 6 αυγά το καθένα ως (αποτέλεσμα) διαίρεσης. Από την αρχή, θα πρέπει επίσης να λαμβάνονται υπόψη προβλήματα που αφορούν υπόλοιπα, μαζί με τον προβληματισμό σχετικά με το εάν και σε ποιο βαθμό το υπόλοιπο παίζει ρόλο στην εύρεση του σωστού αριθμού που ζητείται ως λύση τέτοιων προβλημάτων.

Σε κάθε περίπτωση, είναι σημαντικό τα παιδιά να μάθουν να κατανοούν τη διαίρεση ως ανεξάρτητη αριθμητική πράξη και όχι απλώς ως «αντίστροφο πολλαπλασιασμό». Όσον αφορά τη διαφορά μεταξύ ποσοτικής και μεριστικής διαίρεσης, είναι απαραίτητο τα παιδιά να μάθουν να «μαθηματικοποιούν» πραγματικές καταστάσεις και των δύο τύπων ως διαίρεση και να συνδέουν έναν δεδομένο όρο διαίρεσης με (έννοιες) πραγματικών προβλημάτων και στις δύο παραλλαγές. Τεχνικοί όροι όπως «ποσοτικός» και «μεριστικός» δεν τα βοηθούν από αυτή την άποψη, αλλά βοηθάει αν μπορούν να περιγράψουν τις ομοιότητες και τις διαφορές μεταξύ των δύο παραλλαγών στη δική τους γλώσσα.

Εργασία 15: Λεκτικό πρόβλημα 4 (διαμοιρασμός)

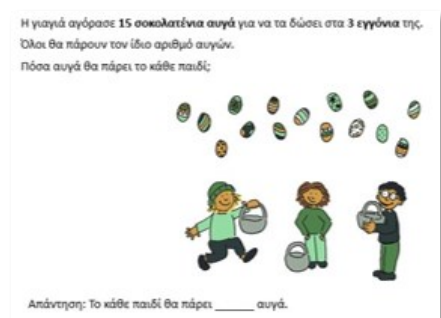
Βασική δεξιότητα που εξετάζεται με αυτή την εργασία:

Επίλυση λεκτικού προβλήματος (ανάγνωση δυνατά) στο οποίο μια συνολική ποσότητα πρέπει να διαιρεθεί σε έναν καθορισμένο αριθμό υποσυνόλων ίσων μεγεθών.

Γιατί αυτή η δεξιότητα είναι βασική;

Όπως και η Εργασία 14, η Εργασία 15 μπορεί να λυθεί μαθηματικά ως διαίρεση, σε αυτήν την περίπτωση $15:3=5$. Εδώ, το 3 αντιστοιχεί στον αριθμό των ίσων μερών στα οποία διαιρείται ο συνολικός αριθμός 15. Το αποτέλεσμα 5 υποδεικνύει το μέγεθος ενός μέρους. Στη βιβλιογραφία, αυτό αναφέρεται ως «επιμεριστική διαίρεση», σε αντίθεση με την «ποσοτική» (βλ. Εργασία 14), τη δεύτερη σημαντική βασική έννοια της διαίρεσης που τα παιδιά θα πρέπει να αναπτύξουν και να εδραιώσουν στο δημοτικό σχολείο. Όπως έχει ήδη σχολιαστεί στην Εργασία 14, η στέρεη κατανόηση και των δύο τύπων διαίρεσης είναι απαραίτητη προϋπόθεση τόσο για τα επόμενα βήματα στην ιεραρχία των σχολικών μαθηματικών (π.χ., κατανόηση κλασμάτων, διαίρεση ρητών αριθμών...) όσο και για την επίλυση πιο σύνθετων λεκτικών προβλημάτων.

Ομοίως, έχει ήδη σχολιαστεί στην Εργασία 14 ότι το Διαγνωστικό τεστ 2+ σκοπίμως δεν ελέγχει εάν τα παιδιά λύνουν την εργασία χρησιμοποιώντας διαίρεση. Το αν θα το κάνουν αυτό εξαρτάται από το αν και σε ποιο βαθμό η διαίρεση έχει ήδη καλυφθεί στην τάξη, ειδικά σε σχέση με λεκτικά προβλήματα. Η Εργασία 15 αξιολογεί μόνο αν τα παιδιά μπορούν να κατανοήσουν την κατάσταση που περιγράφεται στο κείμενο και να λύσουν το



πρόβλημα που περιέχει, ακόμα κι αν χρησιμοποιήσουν το σχέδιο, σχεδιάσουν μέσα σε αυτό, δοκιμάσουν πράγματα και δεν σκέφτονται καθόλου τη διαίρεση.

Τι είδους λάθη και άλλα προειδοποιητικά σημάδια μπορούν να αναμένονται σε αυτή την εργασία;

Τα επιμεριστικά προβλήματα είναι πιο δύσκολο να λυθούν γραφικά από τα προβλήματα με κλάσματα. Στα τελευταία (όπως το πρόβλημα της Εργασίας 14), ο στόχος επιτυγχάνεται κυκλώνοντας υποσύνολα του καθορισμένου μεγέθους και μετρώντας τα υποσύνολα που προκύπτουν. Στα μερικά προβλήματα, ωστόσο, το μέγεθος ενός υποσυνόλου είναι ακριβώς αυτό που πρέπει να προσδιοριστεί γραφικά. Στο παράδειγμα της εργασίας, αυτό είναι δυνατό συνδέοντας το ένα αυγό μετά το άλλο διαδοχικά με καθένα από τα τρία παιδιά, δίνοντας προσοχή στο "μοιραστείτε ισότιμα". Οι γραμμές αυτές σύντομα προκαλούν σύγχυση. Τα λάθη συνήθως οφείλονται σε σφάλματα μέτρησης που προκύπτουν, λανθασμένα σχήματα κ.λπ.

Τι είδους υποστήριξη θα μπορούσε να δοθεί στα παιδιά που παρουσιάζουν ελλείψεις σε αυτή την εργασία;

Τα σχόλια που έγιναν στην Εργασία 14 σχετικά με τα ποσοτικά προβλήματα ισχύουν και εδώ. Σημειώστε ότι υπάρχουν διαφορετικές θέσεις στη σύγχρονη βιβλιογραφία για τη μαθηματική εκπαίδευση ως προς το αν είναι πιο αποτελεσματικό να εισαχθεί η ποσοτική και η επιμεριστική διαίρεση ταυτόχρονα ή να επικεντρωθεί κανείς μόνο σε μία από τις δύο παραλλαγές αρχικά. Ωστόσο, η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών μαθηματικών συνιστά να επικεντρωθεί κανείς σε μία από τις δύο παραλλαγές κατά την εισαγωγή της διαίρεσης στην τάξη. Η ποσοτική διαίρεση προσφέρει το πλεονέκτημα ότι η επίλυση προβλημάτων είναι πιο προσιτή με υλικό και εικόνες (βλ. παραπάνω). Σε κάθε περίπτωση, όταν τα παιδιά έχουν έρθει αντιμέτωπα με προβλήματα που αφορούν και τις δύο παραλλαγές (ποσοτική και επιμεριστική) ως δύο τύπους διαίρεσης (δηλαδή, σχηματισμού ίσων μερών από έναν δεδομένο αριθμό), είναι σημαντικό τα παιδιά να συνειδητοποιήσουν τις ομοιότητες και τις διαφορές μεταξύ αυτών των δύο τύπων. Η διατήρηση αυτής της επίγνωσης ζωντανής απαιτεί επαναλαμβανόμενες, στοχευμένες διδακτικές δραστηριότητες για μεγάλο χρονικό διάστημα, αλλά είναι σημαντικό ώστε τα παιδιά να μπορέσουν να αναπτύξουν μια στέρεη κατανόηση της διαίρεσης και να συνεχίσουν να την αναπτύσσουν πέρα από το πεδίο των φυσικών αριθμών.

4 Σχετικά με την Αξιολόγηση και την Τεκμηρίωση των Αποτελεσμάτων

Για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων των διαγνωστικών τεστ, διάφορα εργαλεία είναι διαθέσιμα για λήψη στον ιστότοπο <https://www.ditom.org/>:

Εάν προτιμάτε να αξιολογείτε τα τεστ χειροκίνητα, παρέχουμε τα ακόλουθα βοηθήματα:

- α. Ένα **φύλλο επισκόπησης για τη βαθμολόγηση**, το οποίο παραθέτει για κάθε εργασία τα κριτήρια απονομής ενός βαθμού, μισού βαθμού ή καθόλου βαθμούς (βλ. σελίδα 42).
- β. Ένα **φύλλο αξιολόγησης τάξης** για την καταγραφή και τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων ολόκληρης της τάξης (βλ. σελίδα 43).
- γ. Ένα **ατομικό φύλλο αξιολόγησης** για την καταγραφή και τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων ενός μόνο παιδιού, εάν επιθυμείτε να διατηρείτε μια ατομική επισκόπηση (βλ. σελίδα 44).

Μια πολύ λιγότερο χρονοβόρα επιλογή είναι να αξιολογήσετε τα αποτελέσματα στο Excel στον υπολογιστή σας. Για τον σκοπό αυτό, μπορείτε να κατεβάσετε:

- δ. Ένα **προ-δομημένο αρχείο Excel** με δύο φύλλα εργασίας μεταξύ των οποίων μπορείτε να εναλλάσσετε μέσω των καρτελών κάτω αριστερά.

Στο φύλλο με τίτλο «Ποιοτική», απλώς εισαγάγετε, στην κατάλληλη στήλη για κάθε παιδί, τους αριθμούς που έγραψε το παιδί στο φυλλάδιο τεστ του ως απαντήσεις σε κάθε υπο-εργασία. Εάν ένα παιδί άφησε ένα στοιχείο κενό, εισαγάγετε 999.

Όταν ολοκληρώσετε την εισαγωγή των δεδομένων, μεταβείτε στο φύλλο «Ποσοτική». Το πρόγραμμα θα υποδείξει αυτόματα εάν κάθε υπο-εργασία απαντήθηκε σωστά (1) ή λανθασμένα (0) και θα υπολογίσει την κατάλληλη βαθμολογία για κάθε συνολική εργασία (1 / 0,5 / 0). Στο τέλος κάθε σειράς, θα βρείτε το ποσοστό των σωστά λυμένων εργασιών και τη συνολική βαθμολογία για το κάθε παιδί. Στο τέλος κάθε στήλης, θα βρείτε το ποσοστό των παιδιών στην τάξη που έλυσαν σωστά τη συγκεκριμένη εργασία.

Τα «Κρίσιμα Όρια Βαθμολογίας» για το DiToM 2+ — και πώς να τα ερμηνεύσετε

Όπως έχει επισημανθεί, το DiToM δεν δημιουργήθηκε για τον χαρακτηρισμό των παιδιών. Σας παραπέμπουμε στη συζήτηση σχετικά με τους στόχους και τις κατευθυντήριες αρχές του DiToM.

Εκεί θα βρείτε επίσης μια πιο λεπτομερή εξήγηση των «κρίσιμων ορίων βαθμολογίας», τα οποία καθορίστηκαν με βάση την πιλοτική δοκιμή του DiToM (για την έκδοση 2+, με 2.020 μαθητές στις επτά χώρες-εταίρους του έργου) χρησιμοποιώντας τη στατιστική μέθοδο της Ανάλυσης Λανθάνουσας Τάξης. Αυτή η μέθοδος καθιστά δυνατή την κατάταξη των παιδιών, με βάση τη συνολική τους βαθμολογία στο DiToM 2+, σε μία από τις ακόλουθες τρεις ομάδες:

Βαθμολογία	Ομάδα
0 έως 9	A - Ενδείξεις γενικών δυσκολιών σε διάφορους βασικούς τομείς
9,5 έως 12,5	B - Ενδείξεις δυσκολιών σε ορισμένους βασικούς τομείς
13 έως 15	Γ - Δεν υπάρχουν ενδείξεις για σημαντικές δυσκολίες σε βασικούς τομείς

Μια τελευταία σημείωση που αναφέρεται στην Ενότητα 1: Λάβετε υπόψη ότι ένα διαγνωστικό παρέχει μόνο μια στιγμιαία εικόνα. Τα αποτελέσματα θα πρέπει επομένως να συγκριθούν με τις δικές σας παρατηρήσεις και εμπειρίες στην τάξη και, όπου ενδείκνυται, να χρησιμοποιηθούν ως σημείο εκκίνησης για συνεντεύξεις παρακολούθησης με μεμονωμένα παιδιά — για να εμβαθύνετε, να βελτιώσετε ή να επεκτείνετε την κατανόησή σας και, εάν είναι απαραίτητο, να προσαρμόσετε τα συμπεράσματά σας τουλάχιστον εν μέρει.

Αξιολόγηση και Βαθμολογία Διαγνωστικού τεστ DiToM 2+ (μέγιστο 15 βαθμοί)

1	Απαρίθμηση	1 β. 0 β.	Σωστή ποσότητα (23) κάθε άλλη λύση
2	Αναπαράσταση δεκάδων-μονάδων	1 β. 0,5 β. 0 β.	3 αριθμοί σωστοί (25, 36, 45) 2 αριθμοί σωστοί κάθε άλλη λύση
3	Μέτρηση προς τα εμπρός και προς τα πίσω	1 β. 0,5 β. 0 β.	3 σειρές σωστές (39,40, 41) (86 .. 89, 90) (58, 59, 60 ...) Δυο σειρές απόλυτα σωστές κάθε άλλη λύση
4	Γραφή διψήφιων αριθμών	1 β. 0,5 β. 0 β.	5 αριθμοί σωστοί (34, 15, 43, 50, 67) 4 αριθμοί σωστοί κάθε άλλη λύση
5	Υποδιπλασιασμός διψήφιων αριθμών	1 β. 0,5 β. 0 β.	5 αριθμοί σωστοί (6, 8, 30, 40, 25) 4 αριθμοί σωστοί κάθε άλλη λύση
6	Αριθμοί σε αριθμογραμμές	1 β. 0,5 β. 0 β.	3 αριθμοί σωστοί (67, 15, 80) 2 αριθμοί σωστοί κάθε άλλη λύση
7	Διαίρεση αριθμών έως το 10	1 β. 0,5 β. 0 β.	6 αριθμοί σωστοί (5, 4, 6, 3, 7, 5) 5 αριθμοί σωστοί κάθε άλλη λύση
8	Πρόσθεση	1 β. 0,5 β. 0 β.	5 αποτελέσματα σωστά (39, 80, 90, 67, 33) 4 αποτελέσματα σωστά κάθε άλλη λύση
9	Αφαίρεση	1 β. 0,5 β. 0 β.	5 αποτελέσματα σωστά (42, 30, 11, 26, 17) 4 αποτελέσματα σωστά κάθε άλλη λύση
10	Λεκτικό πρόβλημα 1 (πρόσθεση)	1 β. 0,5 β. 0 β.	σωστή πράξη και αποτέλεσμα ($12 + 6 = 18$) η πράξη Η' το αποτέλεσμα σωστό κάθε άλλη λύση
11	Λεκτικό πρόβλημα 2 (αφαίρεση)	1 β. 0,5 β. 0 β.	σωστή πράξη και αποτέλεσμα ($28 - 3 = 25$) η πράξη Η' το αποτέλεσμα σωστό κάθε άλλη λύση
12	Βασικές ασκήσεις πολλαπλασιασμού	1 β. 0,5 β. 0 β.	6 αποτελέσματα σωστά (14, 20, 80, 18, 70, 30) 4 ή 5 αποτελέσματα σωστά κάθε άλλη λύση
13	Ερμηνεία αναπαράστασης ως πολλαπλασιασμός	1 β. 0 β.	σωστή πράξη ($5 * 4$ ή $4 * 5$), αποτέλεσμα λάθος κάθε άλλη λύση
14	Λεκτικό πρόβλημα 3 (ποσοτικό πρόβλημα)	1 β. 0,5 β. 0 β.	σωστή απάντηση (3 θήκες αυγών), σχέδιο λάθος εξάδες κυκλωμένες, αλλά η απάντηση 3 δεν υπάρχει κάθε άλλη λύση
15	Λεκτικό πρόβλημα 4 (διαμοιρασμός)	1 β. 0,5 β. 0 β.	σωστή απάντηση (5 αυγά), σχέδιο λάθος σωστό σχέδιο, αλλά η απάντηση 5 δεν υπάρχει κάθε άλλη λύση

Όνομα: _____

Ημερομηνία: _____

Φόρμα αξιολόγησης μαθητή/τριας 2+ DiToM

Εργασία	Σωστή απάντηση	Έλεγχος (σωστόν/ λάθος)	Βαθμοί
1	23		
2.α	25		
2.β	36		
2.γ	45		
3.α	394041		
3.β	888990		
3.γ	585960		
4.α	34		
4.β	15		
4.γ	43		
4.δ	50		
4.ε	67		
5.α	6		
5.β	8		
5.γ	30		
5.δ	40		
5.ε	25		
6.α	67		
6.β	15		
6.γ	80		
7.α	5		
7.β	4		
7.γ	6		
7.δ	3		
7.ε	7		

Εργασία	Σωστή απάντηση	Έλεγχος (σωστόν/ λάθος)	Βαθμοί
8.α	39		
8.β	80		
8.γ	90		
8.δ	67		
8.ε	33		
9.α	42		
9.β	30		
9.γ	11		
9.δ	26		
9.ε	17		
10 μέρος 1	12+8+18		
10 μέρος 2	18		
11 μέρος 1	28-3=25		
11 μέρος 2	25		
12.α	14		
12.β	20		
12.γ	60		
12.δ	18		
12.ε	70		
12.στ	30		
13	5x4 ή 4x5		
14	3		
15	5		

Συνολική βαθμολογία (μέγιστο 15)

Σχόλια: _____

Αξιολόγηση:

Εργασία 1 και 13

σωστό = 1 βαθμός, λάθος ή κατά = 0 βαθμοί

Εργασία 2, 3 και 6

3 σωστά = 1 βαθμός 2 σωστά = 2,5 βαθμός αλλιώς = 0 βαθμοί

Εργασία 4, 6, 7, 8, 9

5 σωστά = 1 βαθμός 4 σωστά = 2,5 βαθμός αλλιώς = 0 βαθμοί

Εργασία 10 και 11

2 σωστά = 1 βαθμός 1 σωστό = 2,5 βαθμός αλλιώς = 0 βαθμοί

Εργασία 12

8 σωστά = 1 βαθμός 4 ή 5 σωστά = 2,5 βαθμός αλλιώς = 0 βαθμοί

Εργασία 14 και 15

σωστό = 1 βαθμός, σωστό/σφάλμα, κατά απάντηση = 0,5 βαθμοί, λάθος = 0 βαθμοί

5 Αναφορές

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT)*. 2nd edition. Educational Testing Service.

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder.
In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), *Handbuch Inklusive Diagnostik* (S. 199–213). Beltz.