Co-funded by
the European Union

UNIVERSITÉ PARIS-EST CRÉTEIL VAL DE MARNE

Diagnostic Tool in Mathematics

Analyses des exercices du test et pistes de remédiation

Début de CE2

This project has been funded with support from the European Commission. This publication [communication] reflects the views only of the author and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Table des matières

Avant-propos

Ce manuel a pour but de vous aider dans les passations du test *DiToM* en début de CE2 et à utiliser les résultats pour votre classe. Vous trouverez dans les pages suivantes, quatre sections :

1. une brève introduction aux objectifs et aux principes directeurs du projet Erasmus+ *DiToM* ;
2. des explications concises sur chaque tâche du test *DiToM* en début de CE2, y compris des remarques sur les stratégies de soutien possibles pour les élèves dont les résultats du test indiquent des lacunes dans des compétences mathématiques clés ;
3. des outils d'évaluation pour l'enseignant (barème, grilles de saisie des résultats pour l'élève et pour la classe) et des indications sur la manière dont les résultats ont été analysés ;
4. des informations complémentaires sous la forme d'une liste de références bibliographiques en lien avec les différentes compétences évaluées dans le test.

Les grilles de saisie décrites dans la section 3 peuvent également être téléchargées séparément sous forme de fichiers PDF individuels à l'adresse https://www.ditom.org/fr/tests-fr

Objectifs et principes directeurs de DiToM

L'apprentissage des mathématiques progresse par étapes : les nouvelles connaissances se construisent sur des anciennes. Lorsque les concepts fondamentaux font défaut, les élèves ont de plus en plus de difficultés à comprendre et à donner un sens aux mathématiques qui s'appuient sur ces bases. Des études nationales et internationales montrent que beaucoup d'élèves rencontrent des difficultés importantes en mathématiques dès le primaire. Pour les raisons décrites ci-dessus, ils continuent irrémédiablement à rencontrer des difficultés au collège. Il est inquiétant de constater que de nombreux jeunes terminent leur scolarité obligatoire sans maitriser les connaissances de base en mathématiques qui, selon l'OCDE, sont essentielles pour « participer pleinement à la vie sociale ».

Pour remédier à cette situation, les enseignants doivent d'abord être en mesure d'identifier les difficultés d'apprentissage en mathématiques, idéalement le plus tôt et le plus précisément possible. Ce n'est que sur cette base que des mesures de soutien ciblées pourront être prises. C'est précisément là qu'intervient le projet européen *Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)*. Dans le cadre d'un partenariat entre l'Allemagne, la France, la Grèce, la Croatie, l'Italie, la Suède et l'Espagne, cinq outils de dépistage interconnectés ont été développés. Ils permettent aux enseignants, à la fin ou au début d'une année scolaire, d'identifier des élèves qui risquent de prendre du retard en mathématiques s'ils ne bénéficient pas de mesures de soutien ciblées.

Les tests de diagnostic suivent un cycle de deux ans :

- Test début de CP *(fin de GS)*
- Test début de CE2 *(fin de CE1)*
- Test début de CM2 *(fin de CM1)*
- Test début de 5ème *(fin de 6ème)*
- Test début de 3ème *(fin de 4ème)*

Les tests DiToM : qu'est-ce que c'est et à quoi ça sert ?

Les cinq tests sont sous tous au format papier-crayon. Ils sont axés sur les compétences mathématiques clés qui doivent être acquises au début d'un niveau scolaire afin que les nouveaux contenus puissent être appris et compris. Chaque test peut être administré à toute la classe en une seule fois, mais il est possible de le faire en plusieurs fois, notamment pour les plus jeunes élèves. Les outils de notation fournis (voir section 3), permettent une évaluation rapide en relativement peu de temps. Les résultats donnent aux enseignants un premier aperçu sur les connaissances des élèves susceptibles d'avoir besoin d'un soutien supplémentaire dans des domaines particuliers.

Le mot *« susceptible »* est crucial : un tel test diagnostique **ne** remplace **pas** une évaluation individuelle qualitative. Au mieux, il fournit des indices initiaux sur les stratégies ou les démarches de résolution qu'un élève a pu utiliser. Une compréhension plus approfondie nécessite une observation ciblée et des discussions individuelles, à l'aide de tâches finement différenciées. Ce test peut toutefois constituer un point de départ précieux pour déterminer quels élèves profiteraient le plus d'investigations complémentaires.

Les « compétences clés en mathématiques » : qu'est-ce que c'est ?

Comme indiqué précédemment, les mathématiques scolaires se caractérisent par une *« hiérarchie interne d'apprentissage »* (Wittmann, 2015, p. 199). Cela est particulièrement vrai dans les domaines de l'arithmétique (nombres et opérations) et de l'algèbre, qui sont précisément ceux sur lesquels se concentrent les tests *DiToM*. Dans ces domaines, il est possible, à chaque étape de l'apprentissage, d'identifier les compétences *clés* sans lesquelles la poursuite de l'apprentissage ne peut se faire de manière significative et durable.

Prenons un exemple pour éclairer ce qu'est une « compétence clé ». Pour travailler efficacement avec les nombres naturels, les élèves doivent les comprendre en termes de concept de partie-tout, un processus de développement qui devrait être achevé au cours du CP. Le concept de partie-tout signifie, par exemple, que le nombre sept est compris comme un tout composé de parties : cinq et deux, quatre et trois, un et six, etc. Cette compréhension doit ensuite devenir automatique : un élève ne doit plus avoir besoin d'un effort conscient pour reconnaître que cinq est la partie manquante du tout sept lorsque deux est donnée comme autre partie. En d'autres termes, les élèves doivent automatiquement penser aux nombres en termes de décompositions additives et de relations. Cette combinaison alliant *compréhension* et *automatisation* est caractéristique de nombreuses compétences clés : une fois que certaines compétences sont automatisées, la charge mentale peut être libérée pour relever des défis mathématiques de plus haut niveau.

La maîtrise de la compétence clé consistant à « penser les nombres en termes de composition ou décomposition des nombres » peut être observée, par exemple, dans les stratégies de calcul. Un élève qui pense à 7 comme à 5 et 2 pourra plus facilement considérer que 7– 5 = 2, même au CP, sans avoir à compter. Les élèves qui ne possèdent pas cette compétence continuent souvent à s'appuyer sur des stratégies de comptage, laborieuses et sujettes à erreur, même dans les dernières années du primaire et parfois aussi au secondaire. L'addition et la soustraction basées sur le comptage deviennent rapidement ingérables lorsqu'il s'agit de nombres à deux ou trois chiffres. Ces élèves rencontrent également des difficultés à utiliser les relations entre les tables de multiplication, par exemple pour reconnaître que 9 × 6 est 6 de moins que 10 × 6, qui est plus facile à mémoriser. Les lacunes dans une compétence clé (la compréhension des nombres en tant que compositions) entravent donc l'acquisition d'autres compétences (addition, soustraction, multiplication), qui sont à leur tour des prérequis pour des compétences plus avancées (division, raisonnement proportionnel, etc.).

Cet enchaînement se poursuit au-delà de l'école primaire : par exemple, les élèves qui rencontrent des difficultés avec les nombres entiers naturels rencontreront des difficultés encore plus grandes avec les fractions puis avec les décimaux. Plus tard, l'algèbre s'appuiera sur des connaissances qui auraient dû être acquises lors de l'apprentissage des opérations à l'école primaire. Sans ces connaissances, l'algèbre peut apparaître aux élèves comme un code indéchiffrable.

C'est pourquoi les tests *DiToM* se concentrent sur les compétences clés, celles qui devraient être solidement acquises au début des classes de CP, CE2, CM2, 5ème et 3ème, afin que l'apprentissage mathématique puisse se poursuivre avec succès.

Après avoir administré le test *DiToM*, quelle est la prochaine étape ?

À l'aide des outils d'évaluation décrits dans la section 3, les enseignants peuvent exploiter un tableau (feuille de calcul tableur ou grille papier-crayon) qui peut être lu dans deux sens :

- **en ligne :** les résultats de chaque élève indiquent les tâches qui ont été résolues correctement, partiellement correctement, incorrectement ou non traitées, ce qui donne un score global par élève.
- **en colonne :** pour chaque tâche, le tableau indique combien d'élèves l'ont résolue correctement, partiellement correctement, incorrectement ou non traitée.

En ce qui concerne les élèves individuellement :

DiToM ne vise pas à étiqueter les élèves. Les tests diagnostiques **ne** sont **pas** conçus pour identifier les élèves atteints de « dyscalculie ». Les diagnostics cliniques de ce type ne répondent pas à la question fondamentale à laquelle *DiToM* cherche à répondre : *comment les enseignants peuvent-ils aider au mieux les élèves qui rencontrent des difficultés avec les compétences arithmétiques clés ?* Un soutien ciblé nécessite une compréhension précise du niveau d'apprentissage de chaque élève. DiToM aide à identifier ceux qui ont un besoin urgent d'une investigation plus approfondie de leurs connaissances, ni plus, ni moins. La section 2 fournit quelques pistes sur les types de soutien qui peuvent être envisagés relativement à l'échec de telle ou telle tâche.

Les « scores des seuils critiques » évoqués dans la section 3 ont été déterminés à partir d'expérimentations menées auprès de 1 373 élèves dans les sept pays partenaires. À l'aide *d'une analyse statistique en classes latentes* (voir Livingston, 2014), les élèves ont été regroupés comme suit :

- **Groupe A :** élèves présentant des difficultés généralisées pour plusieurs compétences clés
- **Groupe B :** élèves présentant des signes de difficultés dans des domaines spécifiques
- **Groupe C :** élèves ne présentant aucun signe majeur de difficulté.

Il est important de garder à l'esprit que tout diagnostic ne donne qu'un *aperçu instantané*. Certains élèves peuvent simplement avoir passé une mauvaise journée ou avoir été distraits, d'autres peuvent avoir copié des réponses malgré les précautions prises. Les résultats du dépistage doivent donc être interprétés avec prudence. Ils doivent toujours être comparés aux observations faites quotidiennement en classe et servir de base à des observations ciblées et à des tâches de suivi dans les jours et les semaines qui suivent.

S'il apparaît clairement qu'un élève appartient au **groupe A**, il y a lieu de s'attendre à ce que ses difficultés en mathématiques s'aggravent au cours de l'année scolaire, à moins que des interventions efficaces ne soient mises en œuvre en temps utile. La section 2 se limite à suggérer des pistes générales pour ces interventions, sur la base des compétences clés évaluées par chaque tâche. Pour des conseils plus détaillés, les enseignants doivent se reporter à la littérature pédagogique pertinente. Ce sont ces élèves que le test DiToM vise plus spécifiquement à identifier.

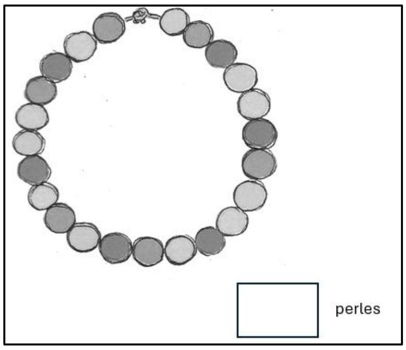
Les élèves **du groupe B** sont également susceptibles d'avoir besoin d'un soutien ciblé dans certains domaines pour progresser dans leurs apprentissages. Il convient de rappeler que toutes les tâches du test évaluent des compétences clés. Le diagnostic est intentionnellement conçu pour ne pas faire de distinction entre les élèves très performants ; dans l'idéal, la plupart des élèves devraient trouver les tâches assez faciles. Par conséquent, toute erreur commise par les élèves **du groupe C** dans les tâches individuelles doit également être prise au sérieux, car elle peut révéler des lacunes pour des compétences clés fondamentales.

En ce qui concerne la classe dans son ensemble :

Si les résultats montrent que plusieurs élèves ont rencontré des difficultés avec la même tâche, cela peut indiquer qu'ils n'ont pas suffisamment rencontré ce type de tâche ou qu'ils ne l'ont pas travaillée de manière ciblée. Dans de tels cas, il est important que ces opportunités d'apprentissage leur soient à nouveau offertes, même si le programme scolaire de l'année est déjà passé à un nouveau contenu et ne le prévoit pas. Une fois encore, il est important de tenir compte de la structure hiérarchique de l'apprentissage des mathématiques : chaque niveau scolaire est dépendant de la solidité de la compréhension des compétences fondamentales construites dans les niveaux scolaires inférieurs.

Analyses des tâches et pistes de remédiations

Tâche 1 : Dénombrer par comptage un à un



Compétence clé évaluée dans cette tâche
Dénombrer des quantités ordonnées supérieures à 20.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
Apprendre la comptine numérique et savoir l'utiliser pour dénombrer (par comptage un à un) est une des connaissances attendues pour comprendre les nombres entiers naturels. Cela permet en particulier de découvrir et d'étudier les relations entre les nombres comme les relations « un de plus/un de moins » entre deux nombres voisins sur la file numérique, ou encore les triplets de nombres qui peuvent être mobilisés ultérieurement dans les problèmes de « partie-tout » (par exemple 3, 5 et 8 ; 8 étant le tout, 3 et 5 ses parties). Bien sûr, être capable de dénombrer sans erreur des quantités (ici par comptage un à un) est également une compétence nécessaire dans la vie quotidienne.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
Pour compter correctement les vingt-trois perles de la *tâche 1*, un élève doit connaitre les vingt-trois premiers noms de nombre de la comptine numérique en français (ordre stable des mot-nombres de la comptine numérique). Il doit synchroniser cette comptine avec l'énumération des objets de la collection qu'il dénombre (ici les perles d'un collier) : chaque nom de nombre avec un seul objet. C'est l'association un-à-un mot-nombre/objet. Une énumération peut être échouée si une perle est prise en compte deux fois ou si une perle est oubliée. La disposition des perles en cercle nécessite de choisir une perle de départ et de passer en revue toutes les perles en suivant un des deux sens de parcours circulaire. Une des difficultés est de repérer la perle de départ afin de stopper l'énumération avant de la prendre en compte une seconde fois. Le nœud du collier a été délibérément inclus dans l'illustration pour faciliter cette action.

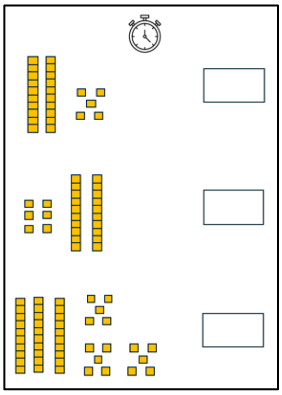
La procédure attendue consiste à obtenir le nom du nombre « vingt-trois » via le comptage un à un décrit précédemment, puis à écrire ce nom à l'aide de chiffres « 23 ». Des erreurs telles que l'écriture « 32 » ou « 42 » (s'il y a une erreur de comptage amenant à « quarante-deux ») pourraient indiquer non pas un problème de comptage mais d'écriture des noms des nombres (voir *tâche 4*).

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Cette tâche a été délibérément choisie comme tâche de départ du test, car les élèves la trouveront probablement facile et feront en réalité rarement des erreurs. Si cependant une erreur est commise, cela ne signifie pas nécessairement que l'élève a encore des problèmes avec les principes de comptage. Un comptage correct nécessite toujours de la concentration ainsi qu'une compréhension des principes.

Toutefois, une erreur dans cette *tâche 1* doit amener à regarder de manière plus approfondie les compétences de l'élève en matière de comptage en dehors de ce test. Il s'agit en particulier d'aller au-delà des principes abordés ici (ordre stable et association un-à-un mot-nombre/objet). L'élève est-il conscient de l'utilisation ordinale de la comptine à des fins cardinales (par exemple « la huitième perle » pointée dans un comptage permet d'indiquer qu'il y a huit perles déjà dénombrées) ? L'élève sait-il que, pour une même collection d'objets, des comptages différents selon le sens de parcours de ses objets (ordre de comptage différents) se terminent forcément par le même nom de nombre ? En particulier, dans l'exemple du collier de perles, se rend-il compte que le résultat est le même s'il compte dans le sens horaire ou antihoraire, tant que chaque élément est compté exactement une fois ? Si des incertitudes subsistent à ce sujet à la fin du CE1 ou plus tard, il est urgent de travailler avec l'élève sur les compétences de base en matière de comptage.

Si les erreurs indiquent non pas des problèmes de comptage mais des problèmes d'écriture des noms des nombres « avec des chiffres », les résultats à la *tâche 4* pourraient fournir des indices supplémentaires. Dans le commentaire de la *tâche 4*, vous trouverez alors des informations sur les aides possibles pour les élèves qui rencontrent des difficultés dans ce domaine.

Tâche 2 : Comprendre l'aspect décimal du nombre



Compétence clé testée dans cette tâche
Perception des représentations des quantités organisées en dizaines et unités afin de produire des écritures de nombres à deux chiffres.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
Une bonne compréhension de la numération écrite chiffrée des nombres entiers permet de faire des liens entre les nombres (par exemple l'écart entre 25 et 35 est d'une dizaine, cela se voit sur les chiffres, donc de dix) ce qui est utile dans le monde dans lequel nous vivons (par exemple, pour estimer, faire des calculs approximatifs, évaluer correctement les quantités dans des situations réelles...), mais aussi pour pouvoir comprendre les calculs posés (cf. *tâches 8 à 13* ; plus tard cette compréhension est étendue aux nombres décimaux).

La compréhension de la numération écrite chiffrée comporte deux aspects : décimal et positionnel. Il s'agit de distinguer les dizaines et les unités et comprendre qu'une dizaine équivaut à dix unités (aspect décimal). Il s'agit aussi de comprendre la valeur de position de chacun des chiffres dans un nombre à deux chiffres (aspect positionnel) : par exemple dans 25, le 2 représente deux dizaines et le 5 représente cinq unités. Ces connaissances sont mobilisées pour pouvoir écrire directement le nombre d'objets d'une collection organisés en dizaines et unités sans avoir à les dénombrer par comptage (*tâche 1*) ou inversement produire une collection connaissant l'écriture chiffrée du nombre de ses objets.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre pour cette tâche ?
Les élèves qui ne comprennent pas encore la différence entre les dizaines et les unités pourraient simplement compter les objets présentés et, pour le premier nombre (25), arriver à 7, c'est-à-dire 2 barres et 5 cubes, soit 7 objets au total. Une autre erreur possible consiste à ne pas prêter attention à l'ordre dans lequel les chiffres doivent être écrits. Par exemple, pour le deuxième nombre (36), les élèves pourraient ne pas tenir compte de la valeur de position et écrire plutôt le nombre dans l'ordre de représentation des objets, c'est-à-dire 6 unités et 3 dizaines : 63. Des erreurs peuvent également se produire en raison d'un mauvais comptage des unités. Par exemple, un élève pourrait arriver à 44 pour le troisième nombre au lieu de 45 parce qu'il a compté quatorze au lieu de quinze unités (s'il a procédé ainsi au lieu de considérer une dizaine avec deux constellations cinq). Une autre erreur possible consiste à écrire 315 pour le troisième nombre : 3 pour les dizaines, 15 pour les unités, sans tenir compte du fait que 10 unités forment une autre dizaine.

Les unités dans les illustrations sont délibérément disposées de manière à ce que les élèves n'aient pas à les dénombrer s'ils reconnaissent les organisations en constellations cinq ou six. Le temps imparti est délibérément très court afin que les élèves qui comptent toutes les unités une par une (cf. *tâche 1* du test) ne puissent probablement pas terminer et/ou commettent des erreurs de comptage. Ce test met donc en évidence les élèves qui ne prennent pas en compte l'organisation en dizaines, y compris quand elles sont issues de recomposition (5 + 5 = 10, 10 unités sont égales à une dizaine) dans le troisième cas (45).

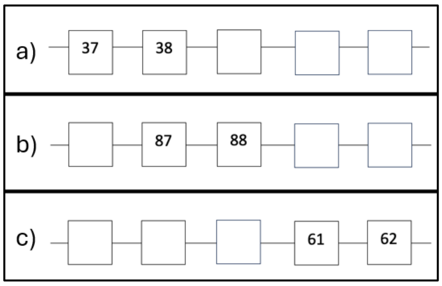
Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Cette tâche utilise des images de barres de dix et des cubes pour les unités. Si ce matériel n'a pas été utilisé en classe, les difficultés rencontrées pourraient simplement être dues à cela. Dans ce cas, il serait préférable d'utiliser une autre tâche utilisant du matériel que les élèves connaissent bien pour évaluer la compétence clé qui nous intéresse ici.

Dans tous les cas, il est important de travailler avec les élèves sur la compréhension des principes de groupement/regroupement et de la valeur de position à l'aide d'un matériel de numération. Des cubes emboitables (qui ne nécessitent donc pas de boites, de fils ou d'autre matériel pour constituer des dizaines) sont adaptés à cet effet. Il convient d'abord de mettre en place des activités dans lesquelles les élèves doivent eux-mêmes former des dizaines à partir de dix objets pour apprendre à s'en servir pour indiquer une quantité par un nombre écrit avec des chiffres, sans nécessiter de connaitre le nom du nombre en français.

Par la suite, les barres de dix et les cubes unitaires constituent un matériel utile pour approfondir et consolider la compréhension de la numération écrite chiffrée, par exemple dans les techniques des opérations posées en colonnes qui peuvent se faire tout d'abord avec le matériel. A cet égard, l'addition demande de recomposer des dizaines alors que la soustraction demande d'en défaire. Si un matériel non sécable est utilisé, cela mène à mobiliser des échanges « dix unités contre une dizaines » pour l'addition ou « une dizaine contre dix unités » pour la soustraction.

Certains élèves ne prêtent pas attention à l'ordre des chiffres et confondent les écritures chiffrées de nombres telles que 34 et 43. Pour les aider, il est par exemple possible de leur demander auquel des deux nombres (34 ou 43) correspond une collection de 3 dizaines et 4 unités, puis une collection de 4 dizaines et 3 unités. On pourrait aussi leur faire remarquer cette différence sur deux nombres dont ils connaissent le nom comme douze et vingt-et-un.

Tâche 3 : « Compter » en avant/en arrière



Compétence clé testée dans cette tâche
Explorer la comptine numérique dans les deux sens autour des dizaines entières.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
La maîtrise de la comptine numérique est essentielle pour compter en avant et en arrière. Compter en avant est particulièrement important dans la vie quotidienne. Les nombres de départ ont été choisis de manière à ce que les élèves doivent énoncer les noms des nombres avant et après des dizaines entières, nombres pour lesquels la comptine numérique comporte des ruptures dans la composition des nombres (voir des éclaircissements à ce sujet dans la *tâche 4*).

Si ce sont les écritures chiffrées qui apparaissent dans la tâche, la procédure prévisible concerne plutôt une énonciation de la comptine numérique des noms des nombres, ce qui demande alors ici de savoir aussi traduire un nom de nombre en écriture chiffrée et inversement (*tâche 4*). Il est cependant possible de ne considérer que les chiffres sans mobiliser les noms associés. L'enseignant devra donc vérifier quelle procédure a réellement été adoptée par l'élève. Ainsi, sans connaitre la procédure, échouer à cette tâche ne permet pas de savoir si les raisons sont à chercher du côté des principes décimal et positionnel (*tâche 2*) ou de la connaissance de la comptine numérique (*tâche 1*).

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre pour cette tâche ?
Des erreurs telles que 39-30-31 (ligne 1) ou 89-80 (ligne 2) suggèrent une compréhension insuffisante du principe décimal. C'est également le cas à la ligne 3 en commençant avec la mauvaise dizaine (par exemple, 78-79-60). Cela peut aussi être la traduction d'une mauvaise connaissance de la comptine numérique ou d'une traduction erronée d'un nom de nombre (oral) en son écriture chiffrée.

Dans la première case de la deuxième ligne, un élève pourrait insérer l'écriture chiffrée d'un nombre qu'il aurait utilisé pour continuer la ligne à droite s'il y avait eu une autre case vide. Dans ce cas, l'élève pourrait écrire 91-87-88-89-90, et le problème résiderait alors dans la compréhension de la tâche. Cela peut être clarifié en discutant avec l'élève. De même, si un élève continue à gauche avec 63-64-65 dans la troisième ligne.

Cependant, il est également possible que l'élève ne réussissent à remplir que les cases de droite, celles après le dernier nombre écrit et qu'il fasse donc ce qui lui semble plus facile. Dans de tels cas, il faut chercher à clarifier la situation en discutant avec l'élève afin d'identifier les raisons de ce comportement. Un autre type d'erreur possible concerne les problèmes de transcription entre les noms des nombres et leur écriture chiffrée (voir *tâche 4*) si une telle procédure passant pas le nom des nombres a été utilisée.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Si des erreurs surviennent dans cette tâche, vérifiez d'abord les compétences de l'élève en matière de connaissance de la comptine numérique des noms des nombres (sans donc mobiliser les écritures chiffrées). Il est particulièrement important de déterminer si l'élève est capable de compter couramment et avec assurance en avant et en arrière à partir de n'importe quel nombre, tout particulièrement au moment du passage aux dizaines entières.

Cependant, les difficultés dans ce domaine ne doivent pas être traitées uniquement par des exercices de comptage purement verbaux. Il est utile de proposer des dénombrements de collections organisées en dizaines et unités réalisées avec du matériel de numération tangible (des barres dizaines et des cubes unités par exemple). Le comptage pourra alors s'effectuer aussi à l'aide de la comptine des dizaines (dix, vingt, trente, etc.) qui mobilise le passage à la dizaine qui est ensuite associé à une représentation matérielle. On obtient ainsi le nom du nombre (oral) : par exemple dans le deuxième cas de la *tâche 2*, dix, vingt, trente, trente-et-un, trente-deux, trente-trois, trente-quatre, trente-cinq, trente-six.

Par ailleurs, les mêmes collections organisées peuvent être dénombrées en comptant cette fois-ci un à un le nombre de dizaines puis le nombre d'unités restantes, ce qui permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre, sans avoir à connaitre son nom (oral) cette fois-ci : par exemple dans le deuxième cas de la *tâche 2*, 3 dizaines et 6 unités qui permet directement l'écriture « 36 ».

Tâche 4 : Écrire des nombres à 2 chiffres

a) trente-quatre
b) quinze
c) cinquante
d) soixante-seize
e) cent-six »

Compétence clé testée dans cette tâche
Donner l'écriture chiffrée du nom d'un nombre prononcé à l'oral.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

Si les élèves ne savent pas traduire correctement un nom de nombre (oral) en une écriture chiffrée, ils auront non seulement des difficultés pour suivre les séances de mathématiques, mais plus généralement dans la vie quotidienne. Ces deux désignations des nombres, par leur nom à l'oral et par leur écriture chiffrée, interviennent aussi dans les calculs. Par exemple, calculer 34+20 peut se faire en utilisant la signification des chiffres (3 dizaines 4 unités plus 2 dizaines donnent 5 dizaines et 4 unités qui s'écrit 54) ou en mobilisant le nom des nombres : trente-quatre, quarante-quatre, cinquante-quatre. Ces possibilités ne peuvent être envisagées que si on sait « dire, lire, écrire » les nombres.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre pour cette tâche ?
La procédure consistant à partir des sons entendus dans les noms des nombres pour trouver leur écriture chiffrée comporte des écueils. En effet, elle ne suit pas les mêmes règles que celles des autres mots de la langue (française en l'occurrence). Ainsi, par exemple l'oral « trente-quatre » ne s'écrit pas « 304 ». Si l'enseignant remarque une telle écriture, il comprend que l'élève essaye de suivre les règles d'écriture de la langue.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Si un élève commet fréquemment des erreurs ou montre des incertitudes dans ce domaine, il convient d'abord de vérifier sa compréhension des écritures chiffrées, indépendamment de la comptine numérique, c'est-à-dire des principes décimal et positionnel (*tâche 2*).

Il convient alors aussi de vérifier si l'élève a compris la structure de la comptine numérique, sans donc faire appel aux écritures chiffrées. En français parlé en France, on peut repérer une « grande comptine » (celle des noms des nombres de un à dix-neuf) et une « petite comptine » (celle des noms des nombres de un à neuf). On utilise alors une fois la grande comptine pour atteindre « vingt », puis quatre fois la petite pour atteindre successivement « trente », « quarante », « cinquante » et « soixante », puis deux fois la grande comptine pour atteindre successivement « quatre-vingts » et « cent ». Faire repérer cette structure aide les élèves.

Pour relier le nom d'un nombre à son écriture chiffrée, il est alors possible de procéder à deux dénombrements différents comme cela a été indiqué dans la *tâche 3* : l'un menant à l'écriture chiffrée, l'autre au nom du nombre. Cela permet de comprendre que l'écriture chiffrée d'un nombre ne provient pas du nom du nombre comme c'est le cas par ailleurs dans la relation oral/écrit de la langue française.

Par la suite, des exercices de dictée de nombres (du nom du nombre à son écriture chiffrée) et réciproquement de l'écriture chiffrée au nom du nombre sont à pratiquer régulièrement en classe

Tâche 5 : Donner la moitié de nombres inférieurs à 100

a)	La moitié de 12 :	
b)	La moitié de 16 :	
c)	La moitié de 60:	
d)	La moitié de 80 :	
e)	La moitié de 50:	

Compétence clé testée dans cette tâche
Prendre la moitié de nombres s’écrivant avec deux chiffres, y compris des dizaines entières paires et impaires.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

Être capable de diviser par deux des nombres entiers, rapidement et avec assurance, permet d’effectuer des calculs plus complexes mettant en jeu des nombres à deux chiffres (et plus tard, en utilisant des stratégies analogues, des nombres à plusieurs chiffres). Il convient de travailler la multiplication et la division par deux (doubles et moitiés) dès le CP, d’abord pour des nombres allant jusqu'à 10 et 20 et ensuite pour des nombres plus grands, et d’automatiser les résultats le plus tôt possible.

Lorsqu'on travaille les tables de multiplications (voir *tâche 12*), il est intéressant que les élèves puissent diviser rapidement et en toute confiance les dizaines par deux. Par exemple, pour déduire 5 x 7 à partir de 10 x 7, un élève doit savoir que 35 est la moitié de 70. La multiplication/division par deux est également extrêmement utile dans certaines multiplications/divisions particulières pour lesquelles elle évite de poser l’opération. Par exemple, 48 ÷ 4 peut être calculé en divisant deux fois par deux, la moitié de la moitié (48 ÷ 2 = 24, 24 ÷ 2 = 12). C’est également le cas pour certaines multiplications comme celle par 4 (le double du double).

Diviser par deux les nombres proposés dans cette *tâche 5* devrait être (presque) automatique à la fin du CE1. D'où la limite de temps qui est imposée dans ce test, tout en évitant le stress. Vous trouverez des recommandations pour la mise en œuvre dans le manuel de passation du test.

A quels types d’erreurs et autres signaux d’alerte peut-on s’attendre pour cette tâche ?
Les erreurs commises lors de la division par deux de nombres à deux chiffres peuvent indiquer une mauvaise compréhension du système décimal, notamment lorsque les élèves essaient de prendre la moitié de chaque chiffre. Ainsi, les élèves qui, par exemple, ne considèrent pas 16 comme 10 + 6, mais comme « un 1 et un 6 », peuvent penser que 13 est la moitié de 16 (6 est divisé par deux correctement, mais ils ne savent pas comment traiter le 1), ou même seulement 3 (le 1 est ignoré). De la même manière, un élève peut répondre que 11 est la moitié de 12. Pour les mêmes raisons, si on lui demande la moitié de 50, un élève peut expliquer que 50 (comme 30, 70, 90) ne peut pas être divisé en deux. Cela suggère qu'il considère 50 comme « cinq / zéros » et non comme cinq dizaines. D'autres peuvent écrire 20 ou 30 comme étant la moitié de 50, considérant que 2+3 est la décomposition de 5 qui se rapproche le plus de celle en deux parties égales. A noter que cette mauvaise compréhension n’est pas visible pour la moitié des nombres s’écrivant avec deux chiffres pairs.

Pour les élèves qui utiliseraient les doubles et moitiés des nombres jusqu'à 20, l'erreur pourrait provenir d’une mauvaise mémorisation. Par exemple, 9 serait perçu comme étant la moitié de 16 (erreur basée sur la somme 9 + 9 = 16 au lieu de 18) ou 7 celle de 12 (égalité incorrecte 7 + 7 = 12). Ceci renvoie alors à la (mé)connaissance des tables d’addition. Des résultats incorrects peuvent aussi être mémorisés, ce qui peut amener à écrire 40 comme la moitié de 60, et 30 comme la moitié de 80.

Par ailleurs, certains élèves évitent d'écrire la réponse s'ils ne la connaissent pas. Toute erreur ou absence de réponse doit être examinée en discutant avec l'élève, notamment pour identifier son origine s'il ne s'agit pas d’une simple erreur d'inattention.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?

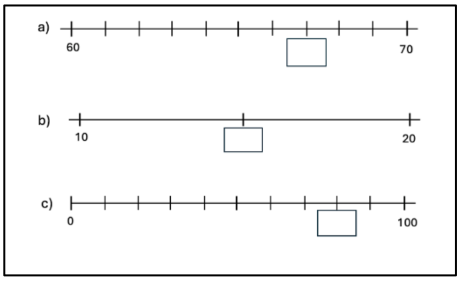
La division par deux (la moitié de …) doit être travaillée à l'aide de matériel bien avant que l'opération plus générale qu'est la division ne soit abordée. La division par deux des nombres jusqu'à 20 est travaillée en relation avec les doubles des nombres jusqu'à 10, puisque ce sont deux opérations inverses. A ce sujet, lorsqu'on double les nombres de 6 à 9, il est possible de s'appuyer sur une décomposition additive avec 5. Pour doubler 8, par exemple, on peut considérer 8 comme 5+3. Comme le double de 5 c'est 10 et le double de 3 c'est 6, le double de 8 c'est 10+6 donc 16. La moitié de 16 est alors 8. Il est possible de matérialiser ces décompositions avec du matériel adapté comme des cubes emboitables, mais aussi avec les doigts puisqu'une main c'est 5 doigts. Le doublement de 8 peut alors être rendu visible avec deux élèves, chacun levant les 5 doigts d'une main et 3 doigts de l'autre.

Apprendre à calculer la moitié des dizaines entières telles que 30, 50, 70 et 90, peut s'envisager en mobilisant les principes de la numération écrite chiffrée. Un matériel de numération peut alors être utilisé. Par exemple, pour diviser 50 par deux, il s'agira de partager une collection de 5 barres dizaines en deux parts égales. Si deux dizaines peuvent être mises de part et d'autre, il reste la dernière dizaine à partager. Il est alors nécessaire de considérer qu'une dizaine c'est 10 unités et ainsi de mobiliser l'égalité 10=5+5. Il est ensuite essentiel que les élèves parviennent à résoudre ce problème en utilisant des représentations mentales et, à long terme, de manière automatisée.

Une autre possibilité est de mobiliser le calcul mental, des décompositions et des résultats mémorisés. Par exemple, l'élève peut savoir que vingt plus vingt est égal à quarante. Comment atteindre cinquante ? Le double de vingt étant quarante, il faut ajouter un nombre dont le double est dix : c'est cinq. La réponse est donc vingt-cinq.

A noter qu'il est toujours possible de faire des essais/erreurs de doubles avant de trouver le résultat, mais cela demande des compétences avancées en calcul mental. Néanmoins, on peut vérifier qu'un nombre est la moitié d'un autre en calculant son double, opération plus simple à effectuer.

Tâche 6 : Représenter un nombre sur une droite graduée



Compétence clé évaluée avec cette tâche :
Représenter un nombre à deux chiffres sur une droite graduée en tenant compte à la fois des repères donnés sur la droite graduée et de l'échelle utilisée.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
Les représentations numériques sur les droites graduées sont des outils importants en mathématiques, du primaire au secondaire. Tous les nombres, et pas seulement les nombres naturels, peuvent être représentés sur des droites graduées. Les représentations sur les droites graduées peuvent aider à comprendre les relations entre les nombres ainsi que les opérations avec les nombres. Cependant, cela nécessite une interprétation correcte de ces représentations.

La *tâche 6* porte sur un aspect important de ces interprétations, à savoir l'observation des différentes échelles : la distance entre deux repères adjacents sur la première droite graduée représente un (l'unité de mesure d'une longueur), cinq sur la deuxième et dix sur la troisième. Pour comprendre les repères indiqués, les élèves doivent prêter attention aux repères marqués sur les bords ainsi qu'au nombre de distances égales entre les repères marqués sur les bords.

Outre celles concernant les compétences liées au moyen de représentation lui-même, la *tâche 6* fournit des informations sur la capacité des élèves à diviser par deux (par exemple, 5 comme moitié de 10 sur la deuxième droite graduée) et sur leur capacité à travailler avec des nombres à deux chiffres. Sur la première droite graduée, selon leur stratégie, les élèves peuvent compter à partir de 60 ou reconnaîtront le repère central entre 60 et 70 comme étant 65 et continuer à compter à partir de là. Sur la troisième droite graduée, ils peuvent compter par pas de dix, en commençant à partir de 0, mais aussi à partir de 50, s'ils utilisent le repère central. Ils peuvent également reconnaître que chaque repère est représenté par un nombre de dizaines (une dizaine, deux dizaines, trois dizaines...) et qu'il manque deux dizaines entre le repère affiché et 100.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre pour cette tâche ?
Des erreurs de comptage peuvent se produire sur la première droite graduée (par exemple, 66 ou 68 au lieu de la réponse correcte 67). Si un élève écrit 76, cela est probablement dû à des difficultés pour écrire les nombres (voir *tâche 4*). Combinées à une erreur de comptage, ces confusions entre les chiffres peuvent conduire à écrire 86 au lieu de 68. Si un élève écrit 7, ignorant les dizaines, cette erreur ne doit pas être considérée à la légère comme une simple négligence. Seule une discussion dans laquelle l'élève est invité à expliquer son raisonnement peut clarifier la raison de son erreur.

Il en va de même si le nombre 5 est inscrit au milieu de la deuxième droite graduée au lieu du nombre 15. Des erreurs telles que 14, 16 ou 17 suggèrent que l'élève a compté à partir de 10 et a imaginé (ou effectivement inscrit) des repères à des intervalles qu'il a lui-même choisis (ou estimés). Si un élève a écrit 11 ou 19, il a probablement compté une unité, en avant ou en arrière, à partir du nombre situé à l'extrémité gauche ou droite, sans prêter attention à l'échelle de cinq en cinq. De même, un élève peut répondre 98 pour la troisième droite graduée. D'autres erreurs possibles sont 40, s'il compte en avant par pas de cinq en commençant à 0, ou 90 s'il compte en arrière par pas de cinq à partir de 100. Comme cela a déjà été signalé, pour comprendre clairement comment les erreurs se produisent, il faut dialoguer individuellement avec l'élève concerné.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ? De nombreux manuels scolaires destinés aux élèves de CE1 présentent des droites graduées comportant principalement, voire exclusivement, des repères situés de un en un. De plus, certains auteurs de manuels semblent partir du principe que les représentations sur les droites graduées sont explicites. Il est toutefois important d'enseigner spécifiquement aux élèves comment interpréter les droites graduées, non seulement en termes de comptage, mais aussi et surtout, en termes de mesures de longueur de segments, l'unité de mesure étant induite par les graduations. Par exemple, ils doivent comprendre que le repère 8 sur une droite graduée de 0 à 10 indique que la distance entre 0 et 8 est de huit unités. Cette distance peut aussi être décomposée en cinq unités plus trois unités ou coupée en deux sections de quatre unités chacune, et ainsi de suite. Par la suite, les élèves doivent apprendre à reconnaître les graduations de dix en dix sur les droites graduées de 0 à 100 et comprendre que les droites graduées peuvent avoir différentes graduations. En fonction de l'unité de mesure d'une longueur qui est choisie sur une droite graduée, les distances pour deux, trois,..., jusqu'à dix unités (ou deux, trois, etc., jusqu'à dix dizaines), sont des multiples de cette unité de mesure.

Tâche 7 : Connaître les décompositions additives de nombres jusqu'à 10

a) 6 = 1 + ☐	d) 8 = 5 + ☐
b) 7 = 3 + ☐	e) 9 = 2 + ☐
c) 8 = 2 + ☐	f) 9 = 4 + ☐

Compétence clé évaluée avec cette tâche :
Notion mathématique basique : connaître les décompositions additives de nombres jusqu'à 10.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

Pour le développement ultérieur des compétences arithmétiques, il est fondamental que les élèves appréhendent les nombres naturels (dans un premier temps jusqu'à 10) comme des compositions de nombres, en mettant l'accent sur le concept de partie-tout et automatisent toutes les façons dont les nombres jusqu'à 10 peuvent être composés ou décomposés en deux nombres. Par exemple, associer automatiquement le nombre 8 à 2+6 (*sous-tâche c*) et 5+3 (*sous-tâche d*), pourrait faciliter la résolution de problèmes tels que 2 + 6 = _ , 8 – 6 = _ , 8 – 5 = _ , 3 + 5 = _, 3 + _ = 8, sans compter. L'élève pourrait facilement décomposer un calcul tel que 37+8 en deux étapes plus simples : 37+3 puis 40+5. De même, il pourrait décomposer un calcul tel que 32-8 en 32-2 puis 30-6. Cette tâche est à effectuer avec une limite de temps imposée car les décompositions additives des nombres jusqu'à 10 devraient être automatisées à la fin du CP. Vous trouverez des recommandations dans le manuel de passation du test pour limiter le stress chez les élèves.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
Les erreurs peuvent provenir d'une mémorisation incorrecte, par exemple, si un élève écrit le nombre 4 dans la *sous-tâche a* ou le nombre 5 dans la *sous-tâche b*. Mais, dans ces cas particuliers où le nombre est erroné à un près, une erreur de comptage peut également être à l'origine de l'erreur.

Des erreurs telles que la réponse 7 dans la *sous-tâche a* suggèrent que l'élève a mal compris la tâche et a calculé la somme des deux nombres donnés. Si vous n'avez jamais pratiqué dans votre classe les décompositions additives des nombres sous la forme proposée ici, ces erreurs ne doivent pas être considérées comme représentatives des compétences de l'élève en matière de décomposition additive des nombres. Il serait alors préférable de vérifier les décompositions additives des nombres demandées ici sous une autre forme écrite ou verbale. Cependant, il est également possible que ces erreurs résultent d'automatismes qui ne s'accompagnent pas de compréhension. Des discussions individuelles peuvent éclaircir ce point.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Les élèves de fin de CP ne maîtrisant pas les décompositions additives des nombres jusqu'à 10 risquent de rencontrer ultérieurement des difficultés importantes. Un entretien individuel doit permettre de déterminer si les difficultés de l'élève relèvent d'un manque d'automatisation ou d'une compréhension insuffisante du concept de partie-tout, ce qui pourrait limiter sa capacité à percevoir les nombres comme des décompositions additives d'autres nombres.

Les activités impliquant des représentations structurées des nombres aident à développer la compréhension du concept de partie-tout. Selon les représentations utilisées, pour pouvoir identifier les parties, les élèves doivent être capables de reconnaître les nombres jusqu'à quatre d'un seul coup d'œil, sans compter. Cependant, on sait que certains élèves comptent alors que ce n'est pas nécessaire. Dans ce cas, des stratégies doivent être mises en place pour compenser cette difficulté, par exemple en présentant la quantité trois par trois cases dans un cadre de cinq. Cela pourrait faciliter la reconnaissance quasi simultanée du nombre trois grâce aux deux cases vides, sans compter. Les doigts offrent également de bonnes occasions de rendre accessibles les relations de partie-tout jusqu'à dix aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage, à condition que ceux-ci apprennent à les utiliser pour représenter les nombres sans compter. Les représentations avec les doigts, ainsi que les représentations avec des points dans des cadres de cinq, dix et plus tard vingt, peuvent être utilisées pour des exercices rapides : les nombres présentés de manière structurée doivent être compris « d'un seul coup d'œil ». Les décompositions qui rendent possible cette compréhension sans compter doivent être verbalisées par les élèves et également utilisées pour des opérations sans compter. Par exemple, si un élève décompose huit comme cinq et trois, il doit réfléchir à ce qui se passe si l'on enlève cinq, etc.

Pour les élèves ayant des difficultés d'apprentissage, il est judicieux de se concentrer d'abord sur des décompositions additives particulières et de les renforcer. Par exemple, pour les nombres supérieurs à dix, il s'agit de s'appuyer sur dix, vingt, etc. et les doubles (considérés sous la forme d'une somme avec deux termes égaux). Un matériel constitué de cubes emboitables en couleur représente un outil intéressant pour aider les élèves à comprendre les décompositions. Les élèves peuvent ensuite aborder les liens entre les décompositions simples d'un nombre en faisant jouer le principe de compensation : lorsqu'une partie augmente de un, l'autre diminue de un pour compenser. Par exemple, huit se décompose en cinq et trois, mais aussi en six et deux. Ce n'est que sur la base de ces connaissances que la phase suivante, qui consiste à essayer d'automatiser les décompositions additives de base, devient prometteuse. L'utilisation de cartes flash s'avère être un moyen efficace pour y parvenir.

Tâche 8 : Additionner en ligne ou mentalement des nombres à 2 chiffres

a) 32 + 7 = ☐

b) 6 + 74 = ☐

c) 60 + 30 = ☐

d) 27 + 40 = ☐

e) 25 + 8 = ☐

Compétence clé testée avec cette tâche :
Additionner en ligne ou mentalement des nombres jusqu'à 100, y compris avec retenue.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
La capacité à additionner rapidement de tête est une compétence mathématique fondamentale d'une importance capitale, y compris dans la vie quotidienne. Cela reste vrai à l'ère du numérique, où les calculatrices sont facilement accessibles. Si vous n'êtes pas capable de faire des calculs mentaux, vous ne pouvez pas détecter des erreurs de saisie avec la calculatrice. Les élèves commencent par additionner des nombres jusqu'à 100 puis poursuivent avec des nombres plus grands. Cette capacité est également nécessaire pour construire de nouveaux résultats pour les tables de multiplication à partir de tables déjà mémorisées (par exemple, 6 x 7 à partir de 5 x 7 en additionnant 35 + 7). De même, la multiplication de nombres à deux chiffres ou plus nécessite l'addition de résultats partiels, etc.

Il est important que les élèves apprennent à résoudre des problèmes additifs sans compter, et ce dès le CP. Le test ne permet pas de repérer les stratégies (comptage ou non) utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes arithmétiques. Cependant, en classe, dans la mesure du possible, observez si les élèves comptent ouvertement lorsqu'ils travaillent sur la *tâche 8* ou s'ils donnent des signes de comptage (regard vers le haut, hochement de tête...). Pour éviter tout stress, aucune limite de temps n'est fixée pour la *tâche 8*. Cependant, les élèves qui utilisent des stratégies de comptage mettent généralement beaucoup plus de temps pour obtenir le résultat. Si vous l'observez, cela vous fournit des informations significatives pour déterminer si certains élèves ont besoin d'un soutien supplémentaire pour développer des stratégies de calcul sans compter.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
Les élèves qui comptent (voir ci-dessus) ont tendance à faire davantage d'erreurs que les autres lors des additions. Les erreurs à une unité près, comme 32 + 7 = 38, où 32 est compté comme le premier nombre lors du sur-comptage, sont typiques. D'autres erreurs peuvent s'expliquer par une mauvaise interprétation des doigts utilisés pour compter. Par exemple, un élève qui lève d'abord cinq doigts pour faire la somme des unités dans 25 + 8 et qui veut ensuite ajouter huit doigts les uns après les autres, pourrait d'abord remplir la deuxième main, puis continuer avec la première main, en la serrant en poing et en tendant trois doigts supplémentaires. Lorsqu'il lève ensuite les cinq doigts de la deuxième main, il voit huit doigts et pourrait interpréter à tort ce résultat comme 38.

Une deuxième source d'erreur concerne les confusions entre les unités et les dizaines. Par exemple, dans le cas de 6+74=53, un échange de chiffres (47 au lieu de 74) peut conduire au résultat incorrect 53. Dans le cas de 27+40=76, l'échange de chiffres s'est probablement produit lors de l'écriture du résultat (76 au lieu de 67). Dans le cas de 6+74=70, l'addition de 6 et 4 pour les unités s'effectue vraisemblablement sans tenir compte de la dizaine résultante à traiter en retenue. Dans le cas de 27+40=31, additionner (ou compter) 4 au lieu de 40 conduit à un résultat erroné. Une autre erreur possible avec 6+74 est 134, si les élèves additionnent d'abord 6+7=13, puis écrivent un 4 après le 13. De nombreuses erreurs ne peuvent être clarifiées que par des discussions individuelles et pas toujours avec certitude. Cependant, cela vaut toujours la peine d'essayer de les comprendre pour aider plus efficacement l'élève.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ? Dans ce domaine, les activités de soutien ne sont efficaces que si la source des difficultés de l'élève est identifiée. Si les élèves additionnent en comptant, cela implique généralement une compréhension insuffisamment consolidée du concept de partie-tout pour les nombres jusqu'à 10 et un manque de relations partie-tout automatisées disponibles (voir *tâche 7*). Si les élèves présentent encore des lacunes dans ce domaine à la fin du CE1 et au-delà, des activités de consolidation sont vraiment nécessaires sans délai. Ces cas nécessitent souvent un soutien individuel qui dépasse ce qui est possible en classe. Il en va de même si les difficultés pour l'addition résultent de lacunes dans la compréhension de la numération écrite chiffrée.

Même si le travail sur ces difficultés fondamentales à des niveaux plus élevés de l'école primaire est difficile et exige beaucoup de persévérance et de patience de la part de l'élève et de l'enseignant, c'est le seul moyen d'éviter que l'élève ne soit confronté à des difficultés encore plus grandes d'année en année. En revanche, proposer des aides à l'élève pour additionner en comptant (par exemple au moyen d'un support individuel consistant en un tableau de nombres jusqu'à 100) serait contre-productif.

Tâche 9 : Soustraire en ligne ou mentalement des nombres à 2 chiffres

Compétence clé testée avec cette tâche
Soustraire en ligne ou mentalement des nombres jusqu'à 100, y compris avec retenue.

a) 48 – 6 = ☐

b) 37 – 7 = ☐

c) 20 – 9 = ☐

d) 56 – 30 = ☐

e) 25 – 8 = ☐

Pourquoi cette compétence est-elle *essentielle* ?
Ce qui a déjà été dit à propos de la *tâche 8* (addition) s'applique également ici dans une large mesure.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
Comme pour la *tâche 8* (addition), les erreurs dans la *tâche 9* sont souvent des erreurs de comptage (erreur à une unité près) ou un mauvais usage des doigts pour compter. Il se peut également qu'un élève n'ait pas utilisé le comptage à rebours, mais ait commis une erreur due à la mémorisation incorrecte d'une opération de base (par exemple, 8-6=3).

D'autres erreurs concernent des problèmes liés au système décimal, tels que l'inversion des chiffres des unités et des dizaines, la relation erronée entre les dizaines et les unités (une dizaine est égale à 10 unités) et le fait de ne pas réussir à casser un groupement (casser une dizaine pour obtenir dix unités) dans les tâches avec des retenues.

Enfin, les erreurs peuvent résulter de la combinaison des deux types de difficultés mentionnés ci-dessus.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Comme mentionné précédemment, tout ce qui a déjà été dit à propos de la *tâche 8* (addition) s'applique également ici dans une large mesure.

Les difficultés pour soustraire sont encore plus fréquentes que pour additionner. Cependant, du point de vue de l'enseignement des mathématiques, cela n'est pas dû au fait que la soustraction soit objectivement plus difficile que l'addition même si la technique opératoire de la soustraction l'est sans doute. Bien sûr, c'est plus difficile lorsque l'on utilise le comptage comme stratégie, car le comptage à rebours est généralement moins pratiqué et donc plus sujet à des erreurs. Si les élèves qui ne soustraient pas en comptant trouvent également la soustraction plus difficile et font plus d'erreurs que pour additionner, cela pourrait s'expliquer, au moins en partie, par le fait que la soustraction a été moins pratiquée en classe. Si le test dans votre classe révèle des différences nettes dans les performances des élèves en addition et en soustraction (et donc vraisemblablement au détriment de la soustraction), cela devrait en tout cas être l'occasion de revoir la pondération de ces deux opérations dans les enseignements.

Tâche 10 : Résoudre un problème additif

> Exercice 10
>
> Sur le chemin de l'école :
>
> Il y a 12 enfants dans le bus.
> A l'arrêt de bus, 6 enfants montent dans le bus.
>
> Combien d'enfants y a-t-il maintenant dans le bus ?
>
> Mon calcul : ______________________
>
> Ma réponse : il y a maintenant [   ] enfants dans le bus.

Compétence clé testée avec cette tâche
Résoudre un problème basique (dont l'énoncé écrit est lu par l'enseignant) qui peut être résolu en une seule étape de calcul par une addition.

Pourquoi cette compétence est-elle une compétence *clé* ?
Les problèmes basiques tels que celui-ci sont des problèmes arithmétiques élémentaires du monde réel (présentés sous forme écrite). Les problèmes basiques permettent de déterminer si un élève a acquis des faits numériques pour effectuer une opération arithmétique. Il s'agit d'une condition préalable essentielle pour être capable de résoudre des problèmes plus complexes du monde réel. La *tâche 10* évalue les problèmes de parties-tout, souvent acquis dès la maternelle. D'autres problèmes basiques tels que les problèmes de comparaison ne sont pas évalués dans le cadre du test. Plus précisément, la *tâche 10* évalue si l'élève modélise la situation par l'écriture 12+6. Ensuite se pose la question de trouver le bon résultat (compétence technique).

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
Dans cette tâche, les élèves doivent non seulement écrire le résultat, mais aussi l'opération qui leur a permis d'arriver à ce résultat. Si le calcul n'est pas écrit, il est possible que l'élève n'ait pas remarqué ou ait ignoré cette demande.

Si aucun calcul n'est écrit mais que le résultat est correct, on peut supposer que 12+6 a néanmoins été calculé. Cependant, on ne peut exclure qu'un élève comprenne le contexte et arrive à une solution en comptant, sans se rendre compte que la solution peut être écrite symboliquement sous la forme d'une addition. Cela est pris en compte dans l'évaluation dans la mesure où un point complet n'est attribué que si à la fois le calcul et le résultat sont correctement écrits. Dans de tels cas, il convient toutefois de clarifier avec l'élève s'il sait ou pas modéliser le problème par une écriture additive (12+6).

Si aucun calcul n'est écrit mais que le résultat est erroné, l'élève a peut-être tout de même calculé 12+6, mais avec une erreur de calcul. Si l'élève a calculé en comptant, le résultat peut être erroné à une unité près (12+6=17 ou 12+6=19) en raison d'une erreur de comptage (voir *tâche 8*). Par ailleurs, 12+6=8 pourrait apparaître si le chiffre 1 dans la colonne des dizaines est ignoré. Cela ne doit pas être considéré à la hâte comme une erreur d'inattention. En discutant et en examinant d'autres tâches, il est possible de déterminer quelles sont les difficultés de l'élève dans le traitement des nombres à deux chiffres.

Si l'élève écrit le calcul 12-6, vous devez d'abord vérifier comment cet élève a résolu la *tâche 11* suivante (problème soustractif). Lors d'un entretien individuel, d'autres problèmes basiques d'addition et de soustraction pourraient être utilisés pour confirmer le niveau réel de compétences.

Il convient de noter que l'exercice est présenté oralement ; l'énoncé écrit n'est proposé qu'à titre complémentaire. Cela vise à éviter que d'éventuels problèmes de compréhension écrite n'occultent l'évaluation des compétences mathématiques qui nous intéressent ici. Étant donné que les élèves (en particulier ceux qui ont des difficultés de lecture) doivent écouter attentivement pendant cette tâche, les difficultés d'attention (distraction générale ou seulement sélective pendant cette tâche) peuvent jouer un rôle encore plus important que pour d'autres tâches.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Pour que les élèves acquièrent une solide compréhension des quatre opérations arithmétiques, il est

essentiel qu'ils puissent les relier à des expériences de la vie quotidienne. En ce sens, les signes des opérations doivent être associés dès le début à des actions et à des situations réelles. Parmi les tâches importantes, on peut citer la traduction d'un énoncé écrit en une expression arithmétique telle que 3+6, avec éventuellement des actions avec du matériel, à partir de situations réelles (également présentées sous forme écrite, comme dans cet exemple) et accompagnées de dessins. Il est essentiel que cette traduction soit exigée dans les deux sens, c'est-à-dire que les élèves doivent également inventer des énoncés écrits de problèmes et créer eux-mêmes des dessins qui correspondent à une expression arithmétique donnée, et expliquer dans quelle mesure leurs problèmes écrits et leurs dessins correspondent à l'expression.

Si l'élève est capable de résoudre le problème en passant par le dessin de collections, cela signifie que la situation est comprise. On pourra alors réintroduire les opérations en passant par la verbalisation à partir du dessin produit et de matériel représentant les collections en jeu.

Pour amener l'élève à mieux comprendre la situation, on peut lui demander de reformuler le problème : le dire avec ses propres mots, raconter une histoire ; on peut aussi mimer la situation devant lui (avec des œufs, avec des boites, avec des jetons, etc.).

Pour aider l'élève à reconnaitre le modèle sous-jacent au problème, différentes pistes sont également possibles :

- lui proposer du matériel pour l'aider à représenter la situation de façon symbolique ;
- lui demander d'associer le problème à un problème déjà rencontré en classe ;
- lui demander d'anticiper un ordre de grandeur du résultat.

Tâche 11 : Résoudre un problème soustractif

> Exercice 11
>
> Sur le chemin de la maison :
>
> Il y a 28 enfants dans le bus.
> Au premier arrêt, 3 enfants descendent du bus.
>
> Combien d'enfants y a-t-il maintenant dans le bus ?
>
> Mon calcul : ____________________
>
> Ma réponse : il y a maintenant ☐ enfants dans le bus.

Compétence clé testée dans cette tâche Résoudre un problème additif (dont l'énoncé écrit est lu par l'enseignant) qui peut être résolu en une seule étape à l'aide de la soustraction appropriée (« problème basique »).

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ? Ce qui a été expliqué pour la *tâche 10* est analogue. La *tâche 11* évalue si les élèves associent la soustraction à une situation correspondant à un retrait. Les élèves développent généralement ce sens de la soustraction avant d'autres sens comme ceux associés à des situations de *« comparaison » ou* de *« recherche d'une des parties connaissant le tout ».*

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ? Comme pour la *tâche 10*, il est important de prêter attention aux éventuelles erreurs de calcul d'une part, et aux erreurs dans le choix de l'opération et de l'écriture du calcul d'autre part. Si un calcul est écrit, il est aisé de déterminer si c'est celui qui est attendu et de repérer d'éventuelles erreurs de calcul. Si le calcul écrit n'est pas 28-3, ce qui a déjà été dit pour la *tâche 10* s'applique également ici, par analogie.

Si l'élève ne note que le résultat, un résultat correct (c'est-à-dire 25), comme dans la *tâche 10*, suggère que l'élève est conscient que le problème peut être modélisé par une soustraction (28-3) ou par un décomptage (de 3 à partir de 28) ; certains élèves étant capables de résoudre le problème sans pour autant pouvoir écrire le calcul associé. Cela doit être confirmé lors d'une discussion avec l'élève. Discuter avec l'élève permet également de savoir comment il a obtenu un résultat incorrect. Par exemple, il a pu obtenir 26 ou 24, résultats proches de celui attendu : dans ce cas, l'élève a pu modéliser correctement le problème mais commettre une erreur de calcul ou de décomptage.

Des réponses telles que 31, 30 ou 29 indiquent que l'élève a additionné plutôt que soustrait, mais une discussion avec lui permettra de mieux comprendre sa démarche.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ? Les propositions formulées pour la *tâche 10* peuvent être reprises.

S'il est important de maitriser le sens de la soustraction comme opération modélisant une situation de retrait (*tâche 11*), il est tout aussi nécessaire de travailler les autres sens de la soustraction (recherche d'une partie connaissant le tout ; recherche d'une transformation connaissant l'état initial et final ; comparaison). Ainsi, les élèves apprendront dès le CP qu'en soustrayant, ils peuvent également déterminer la différence entre deux nombres ou calculer ce qui manque à un tout lorsqu'ils en connaissent une partie.

Si le diagnostic ne révèle aucune difficulté lors de la résolution de la *tâche 11*, c'est bien sûr une bonne chose. Il est cependant important de s'assurer que l'élève est capable de reconnaitre une soustraction dans d'autres types de problèmes, qui ne sont pas présents dans le test, comme ceux évoqués précédemment (recherche d'une partie connaissant le tout ; recherche d'une transformation connaissant l'état initial et final ; comparaison). Il s'agira surtout de vérifier que l'élève ne choisit pas la soustraction parce qu'il reconnait dans le texte le mot « moins » ou des verbes comme « enlever », « retirer », etc. mais que le choix de l'opération est déterminé par une compréhension du problème.

Tâche 12 : Connaître les tables de multiplication

a)	7 × 2 =
b)	4 × 5 =
c)	8 × 10 =
d)	9 × 2 =
e)	10 × 7 =
f)	5 × 6 =

Compétence clé testée dans cette tâche

Connaissance des faits numériques multiplicatifs (résultats des tables de multiplication avec les facteurs 2, 5 et 10).

Pourquoi cette compétence est-elle une compétence essentielle ?

Les tables de multiplication font partie des faits numériques de base. Connaitre les tables de multiplication signifie à la fois déterminer le produit de deux nombres inférieurs à 10 (par exemple 4 × 6 = 24), décomposer un nombre sous la forme d'un produit (24 = 6 × 4) ou encore déterminer un des facteurs connaissant le produit et l'autre facteur (6 × … = 24). Les élèves doivent maîtriser toutes les tables de multiplication avec des facteurs allant jusqu'à 10 avant de s'attaquer à des calculs plus complexes, tels que la multiplication de nombres à deux chiffres, la division et les opérations avec des fractions.

Le niveau scolaire auquel l'ensemble des résultats des tables de multiplication doivent être maîtrisés dépend du programme de mathématiques du pays. Dans le test, nous évaluons délibérément uniquement les résultats des multiplications avec les facteurs 2, 5 et 10. Ceux-ci peuvent être considérés comme les faits numériques multiplicatifs fondamentaux. Les travaux actuels en didactique des mathématiques recommandent de se concentrer sur ces faits numériques dans une phase initiale d'entraînement pour qu'ils puissent être automatisés. Les élèves peuvent ensuite utiliser ces résultats pour construire ceux des autres tables de multiplication, cela facilitera ensuite leur automatisation.

La connaissance des résultats de base des tables de multiplication, qui est l'objectif évalué par la *tâche 12*, peut donc être considérée comme nécessaire et préalable à la maîtrise de l'ensemble des faits numériques multiplicatifs (c'est à dire incluant les résultats des autres tables mais aussi la détermination d'un des facteurs à partir du produit et d'un facteur - multiplication à trou). Il faut noter qu'il est important de limiter le temps pour réaliser cette tâche afin de savoir si l'élève a une connaissance automatisée de ces résultats.

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?

Le résultat d'une table peut être considéré comme automatisé s'il est produit de manière fiable et rapide sans réflexion supplémentaire, soit par récupération directe dans la mémoire à long terme, soit par déduction rapide et quasi automatique (par exemple, si un élève ne pense pas spontanément à 18 pour 9 × 2, mais pense d'abord à 2 × 9 afin d'arriver au résultat correct en échangeant les facteurs dans un délai minimal). On peut noter qu'un test papier-crayon ne peut pas fournir d'informations fiables sur l'automatisation des résultats. Dans la littérature, le délai maximal pour attester que l'on maitrise un fait numérique de base est généralement fixé à 3 secondes. Cependant, il faut tenir compte du fait que, dans le test DiToM, les élèves doivent d'abord lire les calculs, puis écrire les réponses. D'où le temps imparti de 30 secondes pour les 6 calculs.

Donner les résultats justes pour les 6 calculs pendant ce temps imparti ne devrait généralement pas poser de difficulté aux élèves qui les ont automatisés. Cependant, un élève peut ne pas réussir à répondre à tous les calculs en 30 secondes parce qu'il travaille globalement plus lentement, qu'il est distrait, qu'il rencontre des difficultés à écrire, etc. Par ailleurs, il est possible qu'un élève n'ait effectivement pas automatisé les six résultats, mais qu'il puisse néanmoins les donner en 30 secondes. Par exemple, il peut retrouver certains résultats en les rappelant de sa mémoire et d'autres en comptant ou en calculant rapidement à partir d'un autre résultat connu de la table. Cette stratégie n'est pas efficace à long terme. La *tâche 12* vise donc à déterminer si les élèves maitrisent certains résultats des tables de multiplication, ni plus, ni moins, et le résultat de l'évaluation n'a de sens que si le délai imparti pour la réalisation est respecté. Vous trouverez dans le manuel de passation du test des conseils pour y parvenir sans stresser les élèves et sans frustrer ceux qui ne terminent pas toutes les tâches dans le temps imparti.

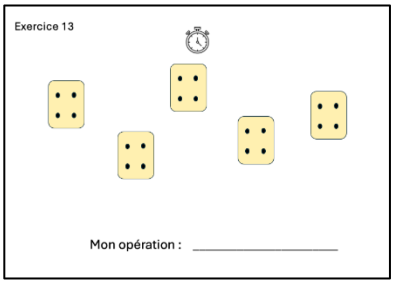
Outre les non-réponses dues au manque de temps, il existe deux principaux types d'erreurs :

- les erreurs de rappel, qui se produisent lorsque l'élève se souvient spontanément d'un résultat incorrect (« se souvient mal »). Ces erreurs concernent souvent les résultats d'autres opérations de multiplication, telles que 5 × 6 = 54, 2 × 9 = 40 et 10 × 7 = 27 ;
- les erreurs telles que 6 × 5 = 35, qui peuvent probablement s'expliquer par le fait que l'élève compte de cinq en cinq et fait soit un pas de trop comme dans 6 x 5 = 35, soit un pas de moins (6 x 5 = 25).

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ? Les approches didactiques actuelles recommandent de ne pas travailler les tables de multiplication sous forme de séries isolées (par exemple, les dix opérations de 1 × 4 à 10 × 4 formant la table du 4, les dix opérations de 1 × 6 à 10 × 6 formant une autre table, et ainsi de suite), et de ne pas se concentrer sur la mémorisation pure.

Il convient plutôt d'essayer d'abord de maîtriser les opérations de base avec les facteurs 2, 5 et 10, puis de développer des stratégies à l'aide desquelles les élèves peuvent retrouver tous les résultats à partir des opérations de base (par exemple, 9 × 7 à partir de 10 × 7, ou 6 × 8 à partir de 5 × 8, etc.). L'automatisation ciblée de tous les résultats est ensuite facilitée par le fait que les élèves peuvent retrouver certains résultats en utilisant des résultats de base déjà mémorisés ainsi que des stratégies basées sur les relations entre les différents calculs. Cela repose sur une bonne compréhension conceptuelle de la multiplication (voir *tâche 13*). Un travail préalable sur la commutativité de la multiplication (9 × 7 = 7 × 9) et sur la signification du symbole × en lien avec le mot « fois » est également à mener.

Tâche 13 : Utiliser le signe ×



Compétence clé testée dans cette tâche
Utiliser le signe × dans une situation multiplicative.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
La *tâche 13* porte sur la compréhension d'un aspect fondamental de la multiplication, lorsqu'elle est vue comme addition réitérée. Dans cette tâche, on cherche le nombre de points correspondant à la réunion des points de 5 dés, ayant 4 points chacun. D'autres types de problèmes de multiplication doivent également être travaillés, comme ceux correspondant à des configurations rectangulaires (j'ai planté 4 rangées de 7 salades ; combien de salades ais-je planté ?) ou à de produits cartésiens (il y a 5 filles et 6 garçons ; combien de couples différents de danseurs peut-on faire ?).

Construire les différents sens de la multiplication est indispensable pour développer les compétences mathématiques telles que la compréhension de la division comme opération inverse, la reconnaissance et l'utilisation des relations multiplicatives entre les nombres et pour développer la pensée proportionnelle et l'algèbre élémentaire. La construction de ces différents sens est également indispensable pour reconnaître les relations multiplicatives dans des situations et des problèmes de la vie réelle, et pour utiliser la multiplication (même à l'aide d'une calculatrice) afin de les résoudre. La *tâche 13* ne couvre qu'une seule de ces dimensions, et ce, uniquement dans la mesure où un test sur papier/crayon le permet : il s'agit d'associer un dessin avec des collections de même quantité à l'écriture d'un calcul permettant de trouver le nombre d'éléments de l'ensemble des collections.

Quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on rencontrer dans cette tâche ?
Une erreur possible consiste à écrire 4 × 4 × 4 × 4 × 4 ; dans ce cas, l'élève n'a pas construit un sens adapté de la multiplication (ou il n'utilise pas à bon escient le symbole ×). Si un élève écrit 4 + 4 + 4 + 4 + 4 comme réponse, il a écrit une addition correcte, mais n'a pas suivi la consigne qui demandait d'écrire une multiplication. Cela peut indiquer qu'il n'associe pas réellement ce type de représentation à une multiplication. Cela ne signifie pas nécessairement qu'il n'a pas compris la multiplication en tant qu'opération indépendante, mais cela doit certainement être considéré comme un signal d'alerte. La même façon de penser, combinée à des erreurs de comptage, peut également donner lieu à des expressions telles que 4 + 4 + 4 + 4 ou 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4.

Selon les pays, il existe différentes conventions concernant la manière dont la multiplication est introduite. Dans les pays germanophones, par exemple, la multiplication est introduite comme une notation abrégée pour l'addition de termes égaux, basée sur le principe « combien de fois un certain nombre/une certaine quantité ». Selon cette convention, seul 4 × 5 convient pour représenter cinq dés, affichant chacun quatre points, tandis que 5 × 4 conviendrait à un dessin de quatre dés, affichant chacun cinq points. En Italie, à titre de contre-exemple, 5 × 4 est introduit comme abréviation de 5 + 5 + 5 + 5. Cependant, quelle que soit la manière dont la multiplication est présentée en classe, des études montrent qu'il faut s'attendre à ce que certains élèves pensent différemment de ce qu'ils ont entendu et vu en classe. En France, un élève qui reconnait 5 fois 4 points et qui produit comme écriture 5 × 4 ou 4 x 5 a bien répondu au problème.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Comme déjà mentionné dans la *tâche 10*, il est important que les élèves puissent relier les opérations arithmétiques de base à des expériences quotidiennes afin de développer une solide compréhension

conceptuelle. Ainsi, ils devraient d'abord associer les tâches de multiplication à des actions et des situations dans lesquelles le même nombre/la même quantité doit être pris(e) à plusieurs reprises ou considéré(e) dans son ensemble. Il est important de souligner à la fois les similitudes et les différences par rapport à l'addition. Des tâches telles que la création de représentations (sous forme de dessins ou à l'aide de matériel) et l'invention de problèmes écrits correspondant à un calcul donné, ou inversement, demander aux élèves d'écrire le calcul approprié pour une représentation ou un problème écrit, sont utiles à cet égard.

Il est important d'expliquer à l'aide de différentes situations que 5 × 4 et 4 × 5 produisent des résultats égaux ; les problèmes de configuration rectangulaire sont adaptés pour cela. Développer une compréhension de la commutativité des facteurs est une étape importante. Cependant, le même constat s'applique à tous les élèves : les représentations visuelles ou les illustrations utilisant du matériel ne doivent jamais être considérées comme acquises. Elles ne contribuent au développement de concepts de base que si elles sont utilisées pour clarifier les modes de pensée mathématiques dans des situations de communication.

Tâche 14 : Résoudre un problème multiplicatif (division partition)

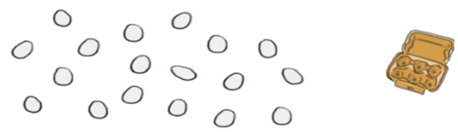
Exercice 14

Ce matin, le fermier a ramassé 18 oeufs.

Il les met dans des boîtes.

Chaque boîte contient 6 œufs.

Combien de boîtes va-t-il remplir ?



Ma réponse : le fermier peut remplir ☐ boîtes.

Compétence clé testée dans cette tâche
Résoudre un problème (lu à haute voix) dans lequel on cherche le nombre de parts identiques que l'on peut faire dans une quantité donnée connaissant la valeur de la part.

Pourquoi cette compétence est-elle *essentielle* ?
La *tâche 14* peut être résolue mathématiquement par une division (18 ÷ 6 = 3). Ici, 6 correspond à la valeur d'une part quand on veut partager la quantité 18 en parts égales ; le résultat (3) correspond au nombre de ces parts. Dans la littérature, on parle de division « quotition » ou « groupement », par opposition à la division « partition » ou « partage » (voir *tâche 15*), le deuxième aspect important de la division que les élèves doivent développer et consolider à l'école primaire. Une bonne compréhension des deux sens de la division constitue une condition préalable pour aborder d'autres notions qui y font appel (fractions, division des nombres rationnels, etc.) ainsi que pour la résolution de problèmes plus complexes.

Le test ne cherche pas à vérifier si les élèves résolvent le problème en utilisant la division. Le fait qu'ils le fassent ou non dépend du travail fait en classe autour de la division et des problèmes qui leur ont été proposés. La *tâche 14* évalue uniquement si les élèves sont capables de comprendre la situation décrite dans le texte et de résoudre le problème, qu'ils utilisent le dessin, y ajoutent des éléments, fassent des essais et ne pensent pas du tout à utiliser l'opération « division ».

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
La solution 12 (ou 13 ou 11 en cas d'erreurs de calcul) peut probablement s'expliquer par le fait que l'élève a calculé (ou compté) 18-6. Il peut également additionner 18 et 6 ; si l'addition est correcte, il obtient 24 mais s'il y a des erreurs de calcul ou de comptage, il peut obtenir 25 ou 23.

Si l'élève s'est aidé de l'illustration pour la résolution, les traces laissées sur l'illustration (présence de groupements, nombre d'œufs dans les paquets, etc.) fournissent aussi des indices sur ce qui a éventuellement conduit à l'erreur.

L'élève peut également répondre 4 boîtes s'il prend en compte la boîte vide figurant sur l'illustration.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Comme déjà mentionné dans les *tâches 10, 11 et 13* concernant les autres résolutions de problèmes, la construction du sens des opérations nécessite que l'élève relie l'opération à ses expériences quotidiennes. Dans le cas de la division, il est important de s'appuyer sur des problèmes de division quotition (*tâche 14*) et de division partition (*tâche 15*). Les problèmes quotidiens de division quotition peuvent être posés dans des contextes d'emballage (tel que celui de la *tâche 14*), de regroupement (combien d'équipes de 6 élèves peut-on former s'il y a 18 élèves dans la classe ?), de mesure (combien de bidons de 2 litres peut-on remplir avec 10 litres de jus ?) ou encore avec de l'argent (combien de boules de glace à 2 euros chacune puis-je acheter si j'ai 8 euros à dépenser en glaces ?).

Le symbole de division doit être introduit dans le cadre de la résolution de tels problèmes (à l'aide de matériel) comme un symbole pour écrire le calcul modélisant le problème. Une fois encore, les traductions dans l'autre sens sont également importantes, c'est-à-dire inventer des problèmes écrits à partir d’une expression donnée telle que 12 ÷ 4. Les élèves doivent également traduire ces expressions en actions matérielles appropriées, faire des dessins adéquats ; ils doivent également apprendre à interpréter en termes de multiplication des dessins tels que 3 boîtes de 6 œufs chacune. Dès le début, des problèmes impliquant des restes doivent également être proposés, tout en réfléchissant à la question de savoir si le reste joue un rôle dans la recherche de la réponse demandée comme solution au problème (le quotient de la division euclidienne demandant alors à être interprété dans le cadre du problème).

Dans tous les cas, il est essentiel que les élèves apprennent d’une part à comprendre la division comme une opération arithmétique indépendante et non uniquement comme l’inverse de la multiplication et d’autre part à modéliser par des divisions les deux types de problèmes, de quotition et de partition. Les termes techniques tels que « quotient » et « part » ne les aident pas, mais il est utile qu'ils puissent décrire les similitudes et les différences entre ces deux types de problèmes dans leur propre langage.

Tâche 15 : Résoudre un problème multiplicatif (division quotition)

Exercice 15

Rayan a acheté 15 œufs en chocolat.

Il veut les offrir à ses 3 camarades.

Chaque camarade doit avoir le même nombre d'œufs.

Il ne doit pas en rester.

Combien d'œufs en chocolat chaque camarade aura-t-il ?

Ma réponse : chaque camarade aura ☐ œufs.

Compétence clé évaluée dans cette tâche
Résoudre un problème mathématique (lu à haute voix) dans lequel on cherche la valeur d'une part connaissant la quantité à partager en parts identiques et le nombre de parts.

Pourquoi cette compétence est-elle *essentielle* ?
Comme la *tâche 14*, la *tâche 15* peut être résolue mathématiquement sous forme de division (dans ce cas 15 ÷ 3 = 5). Ici, 3 correspond au nombre de parts égales par lequel le nombre total 15 est divisé. Le résultat (5) indique la taille d'une part. Dans la littérature, on parle de division « partition » ou de division « partage », par opposition à la division « quotition » (voir *tâche 14*), le deuxième sens de la division que les élèves doivent développer et consolider à l'école primaire. Comme déjà mentionné dans la *tâche 14*, une bonne compréhension des deux sens de la division constitue une condition préalable pour aborder d'autres notions qui y font appel (fractions, division des nombres rationnels, etc.) ainsi que pour la résolution de problèmes plus complexes. De même, il a déjà été mentionné dans la *tâche 14* que le test ne cherchait pas à vérifier si les élèves résolvent le problème en utilisant la division. Le fait qu'ils le fassent ou non dépend du travail réalisé en classe autour de la division et des problèmes qui leur ont été proposés. La *tâche 15* évalue uniquement si les élèves sont capables de comprendre la situation décrite dans le texte et de résoudre le problème, qu'ils utilisent le dessin, y ajoutent des éléments, fassent des essais et ne pensent pas du tout à utiliser l'opération « division ».

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec cette tâche ?
Les problèmes de partition sont plus difficiles à résoudre par le dessin que les problèmes de quotition. Dans ces derniers (comme celui de la *tâche 14*), l'objectif est atteint en entourant des parts (sous-ensembles) en tenant compte de la valeur d'une part (qui est connue) et en comptant le nombre de parts obtenues. Dans les problèmes de partition, c'est précisément la taille de la part qui doit être déterminée par le dessin. Dans l'exemple donné, cela est possible, par exemple, en reliant un œuf après l'autre à l'un des trois élèves, en veillant à « partager équitablement ». Les traits reliant un œuf à un élève deviennent rapidement confus ; les erreurs sont généralement dues à des erreurs de comptage, à des liens incorrects sur le dessin (trop ou pas assez), etc.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?
Les commentaires formulés à propos de la *tâche 14* concernant les problèmes de division quotition s'appliquent également ici. Il convient de noter que les avis divergent dans la littérature actuelle sur l'enseignement des mathématiques quant à savoir s'il est plus efficace d'introduire la division quotition et la division partition plus ou moins simultanément ou de se concentrer d'abord sur un des deux sens. Cependant, la majorité des enseignants de mathématiques se concentrent sur l'un des deux sens lors de l'introduction de la division en classe. La division quotition présente l'avantage de faciliter la résolution des problèmes à l'aide de matériel et d'illustrations (voir ci-dessus).

Dans tous les cas, une fois que les élèves ont été confrontés à des problèmes impliquant les deux variantes (quotition et partition) comme deux types de division (c'est-à-dire la division d'un nombre donné en parts égales), il est important qu'ils prennent conscience des similitudes et des différences entre ces deux sens. Pour maintenir cette prise de conscience, il faut proposer ces deux types de problèmes de façon régulière sur une longue période ; c'est important pour que les élèves acquièrent une solide compréhension de la division et continuent à la développer au-delà du domaine des nombres naturels.

Outils pour l’enseignant et indications sur le calcul des scores

Pour vous aider à évaluer les compétences des élèves, divers outils sont disponibles en téléchargement sur https://www.ditom.org/fr/tests-fr

Si vous préférez évaluer les tests manuellement, nous vous proposons dans les pages qui suivent :

a) **le barème**, qui répertorie pour chaque tâche, les critères d'attribution du nombre de points ;

b) **une grille de saisie des résultats par élèves** pour recenser les scores d'**un seul élève par exercice**, si vous souhaitez conserver un aperçu individuel, en papier-crayon ;

c) **une grille de saisie des résultats pour la classe** pour recenser les scores des élèves pour l’ensemble du test, en papier-crayon.

Une autre possibilité consiste à saisir les réponses des élèves dans une feuille de calcul (à télécharger sur https://www.ditom.org/fr/tests-fr). Ce fichier pré-programmé contient deux onglets situés en bas à gauche :

- dans l’onglet intitulé « ***qualitative*** », il suffit de saisir dans la colonne appropriée, pour chaque élève, la réponse qu’il a donnée à chaque question. Si l’élève n’a pas répondu, il faut saisir le code : 999.
- l’onglet « ***quantitative*** » se remplit automatiquement en fonction de ce qui a été saisi dans la feuille « ***qualitative*** ». Le programme indique alors automatiquement si chaque sous-tâche a été résolue correctement (1) ou incorrectement (0) et calcule le score approprié pour chaque tâche en suivant le barème (1 / 0,5 / 0). À la fin de chaque ligne, vous trouverez le pourcentage de tâches correctement résolues et le score total pour chaque élève.

Les « seuils de score critiques » pour DiToM fin de CE2 — et comment les interpréter

Comme expliqué dans la section 1, DiToM n'a pas pour but d'étiqueter les élèves.

Les seuils de score critiques (*cut-off scores*) ont été déterminés sur la base d'un test pilote avec, pour la version du test de début de CE2, 1 373 élèves dans les sept pays partenaires du projet à l'aide de la méthode statistique de l'analyse des classes latentes. Cette méthode permet de classer les élèves, en fonction de leur score total au test, dans l'un des trois groupes (A, B, C) de la manière suivante :

Intervalle de scores	**Groupe**
Entre 0 et 9 points	A - Signes de difficultés générales dans plusieurs domaines clés
Entre 9,5 et 12,5 points	B - Indications de difficultés dans certains domaines clés
Entre 13 et 15 points	C - Aucun signe de difficultés majeures dans les domaines clés

Gardez à l'esprit qu'un diagnostic ne fournit qu'un aperçu du niveau des compétences des élèves. Les résultats doivent donc être comparés à vos propres observations et expériences en classe et, le cas échéant, utilisés comme point de départ pour des entretiens de suivi avec chaque élève, afin d'approfondir, d'affiner ou d'élargir votre compréhension et, si nécessaire, d'ajuster vos conclusions, au moins en partie.

Barème

1	Dénombrer	1 pt 0 pt	Quantité correcte (23) Toute autre solution
2	Comprendre l'aspect ordinal du nombre	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les trois nombres justes (25, 26, 45) Deux nombres justes Toute autre solution
3	Compter en avant et en arrière	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les trois cases justes sur les trois lignes (39,40, 41) (86 .. 89, 90) (58, 59, 60 ...) Deux lignes entièrement justes Toute autre solution
4	Écrire des nombres à deux chiffres	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les cinq nombres sont justes (34, 15, 76, 106) Quatre nombres sont justes Toute autre solution
5	Donner la moitié de nombres inférieurs à 100	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les cinq nombres sont justes (6, 8, 30, 40, 25) Quatre nombres sont justes Toute autre solution
6	Représenter un nombre sur une droite graduée	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les trois nombres sont justes (67, 80, 15) Deux nombres sont justes Toute autre solution
7	Connaître les décompositions additives des nombres jusqu'à 10	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les six nombres sont justes (5, 4, 6, 3, 7, 5) Cinq nombres sont justes Toute autre solution
8	Additionner en ligne ou mentalement des nombres à 2 chiffres	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les cinq nombres sont justes (39, 80, 90, 67, 33) Quatre nombres sont justes Toute autre solution
9	Soustraire en ligne ou mentalement des nombres à 2 chiffres	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les cinq nombres sont justes (42, 30, 11, 26, 17) Quatre nombres sont justes Toute autre solution
10	Résoudre un problème additif (addition)	1 pt 0,5 pt 0 pt	Calcul ET résultat justes (12 + 6 = 18) Soit le calcul soit le résultat est juste Toute autre solution
11	Résoudre un problème additif (soustraction)	1 pt 0,5 pt 0 pt	Calcul ET résultat justes (28 – 3 = 25) Soit le calcul soit le résultat est juste Toute autre solution
12	Connaître les tables de multiplication	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les six résultats sont justes (14, 20, 80, 18, 70, 30) Cinq ou quatre résultats sont justes Toute autre solution

13	Identifier une situation multiplicative	1 pt 0 pt	Le calcul est juste (5 × 4 or 4 × 5) – même si le résultat est faux Toute autre solution
14	Résoudre un problème multiplicatif (Division partition)	1 pt 0,5 pt 0 pt	Réponse juste (3 œufs) même si le dessin n'est pas adapté Des paquets de 6 œufs sont dessinés, mais la réponse 3 n'est pas donnée Toute autre solution
15	Résoudre un problème multiplicatif (Division quotition)	1 pt 0,5 pt 0 pt	Réponse juste (5 œufs) même si le dessin n'est pas adapté Le dessin est adapté, mais la réponse 5 n'est pas donnée Toute autre solution

Grille de saisie des résultats par élève (en papier crayon)

DiToM
Diagnostic Tool in Mathematics

Prénom: ______________________

Date: ______________________

Test début de CE2

Tâches	Réponse juste	Juste ou Faux	Points
1	23		
2.a	25		
2.b	26		
2.c	45		
3.a	39_40_41		
3.b	86_89_90		
3.c	58_59_60		
4.a	34		
4.b	15		
4.c	50		
4.d	76		
4.e	106		
5.a	6		
5.b	8		
5.c	30		
5.d	40		
5.e	25		
6.a	67		
6.b	15		
6.c	80		
7.a	5		
7.b	4		
7.c	6		
7.d	3		
7.e	7		
7.f	5		

Tâches	Réponse juste	Juste ou Faux	Points
8.a	39		
8.b	80		
8.c	90		
8.d	67		
8.e	33		
9.a	42		
9.b	30		
9.c	11		
9.d	26		
9.e	17		
10 (calcul)	12+6=18		
10 (réponse)	18		
11 (calcul)	28-3=25		
11 (réponse)	25		
12.a	14		
12.b	20		
12.c	80		
12.d	18		
12.e	70		
12.f	30		
13	5 x 4 ou 4 x 5		
14	3		
15	5		

Total sur 15

Commentaire ______________________

Barème:

Tâches 1 et 13	correct = 1 point; faux ou pas de réponse = 0 point
Tâches 2, 3 et 6	les 3 corrects = 1 point; 2 corrects = 0.5 points; 1 ou correct ou pas de réponse = 0 point
Tâches 4, 5, 8, 9	les 5 corrects = 1 point; 4 corrects = 0.5 points; 3,2,1,0 corrects ou pas de réponse = 0 point
Tâche 7	les 6 corrects = 1 point; 5 corrects = 0.5 points; 4,3,2,1,0 corrects ou pas de réponse = 0 point
Tâches 10 et 11	les 2 corrects = 1 point; 1 correct: 0.5 point; 0 correct ou pas de réponse: 0 points
Tâche 12	les 6 corrects = 1 point; 5 ou 4 corrects = 0.5 points; 3,2,1,0 corrects ou pas de réponse = 0 points
Tâches 14 et 15	correct =1 point; pas de réponse mais dessin correct = 0.5 points; autre réponse = 0 point

Grille de saisie des résultats pour la classe (en papier crayon)

Prénom	Age	Aides spécifiques	1 Dénombrement	2 Aspect décimal	3 Comptage en avant – en arrière	4 Ecriture de nombres à 2 chiffres	5 Moitiés	6 Droite graduée	7 Décompositions additives	8 Additions	9 Soustractions	10 Problème additif (addition)	11 Problème additif (soustraction)	12 Tables de multi-plication	13 Signe ×	14 Problème multi-plicatif (partition)	15 Problème multi-plicatif (quotition)	Score total

Informations complémentaires

Pour chaque tâche, voici des références à des ouvrages et à des sources Internet en français qui pourraient vous aider à faire face aux difficultés d'apprentissage des mathématiques.

Tâche 1 : Dénombrer par comptage

Mounier E. (2016) *Numération et calcul CP. Comprendre le nombre pour mieux résoudre des problèmes*. Manuel pédagogique pour l'enseignant et ressources pour l'élève. Paris : Editions Retz. https://hal.science/view/index/docid/5377748

Tâche 2 : Comprendre l'aspect décimal du nombre

Chambris C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N n°89*, 39-69. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/89n3_1554192554699-pdf

Mounier E., Grapin N. & Pfaff N. (2020). Lire et écrire les nombres. Quelle place dans l'apprentissage au cycle 2 ? *Grand N,* n° 106, 31-47. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/106n2_1604488418614-pdf

Tempier F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N n°98*, 67-90. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/98n4_1552555468468-pdf

Site de Frédérick Tempier. La numération décimale http://numerationdecimale.free.fr/

Tâche 3 : « Compter » en avant/en arrière

Mounier E. (2016.) *Numération et calcul CP. Comprendre le nombre pour mieux résoudre des problèmes*. Manuel pédagogique pour l'enseignant et ressources pour l'élève. Paris : Editions Retz. https://www.editions-retz.com/ecole-elementaire/cp/mathematiques/numeration-et-calcul-cp-cd-rom-9782725634227.html

Tâche 4 : Écrire des nombres à 2 chiffres

Mounier E., Grapin N. & Pfaff N. (2020). Lire et écrire les nombres. Quelle place dans l'apprentissage au cycle 2 ? *Grand N,* n° 106, 31-47. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/106n2_1604488418614-pdf

Tâche 5 : Donner la moitié de nombres inférieurs à 100

Boule F. (1997). Étapes du calcul mental. *Grand N n°62,* 15-34. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/62n3_1562313474918-pdf

Tâche 6 : Représenter un nombre sur une droite graduée

https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/recherche-action/le-nombre-au-cycle-3/activite-placer-9--1426418.kjsp?RH=1647526006146

Tâche 7 : Connaître les décompositions additives de nombres jusqu'à 10

Mounier E. (2016). *Numération et calcul CP. Comprendre le nombre pour mieux résoudre des problèmes*. Manuel pédagogique pour l'enseignant et ressources pour l'élève. Paris : Editions

Retz. https://www.editions-retz.com/ecole-elementaire/cp/mathematiques/numeration-et-calcul-cp-cd-rom-9782725634227.html

Tâches 8 et 9 : Additionner – soustraire en ligne ou mentalement des nombres à 2 chiffres

Butlen D. (2007). Le calcul mental. Entre sens et technique. Presses Universitaires de Franche Compté. Besançon.

Butlen D. & Pezard M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté : le calcul mental entre sens et technique. Grand N, n° 79, 7-32. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/79n2_1554796874332-pdf

Charnay R. & Valentin D. (1991). Calcul ou comptage ? Calcul et comptage ! *Grand N.* n° 50, 11-20. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/50n2_1562935128422-pdf

Grapin N., Chenevotot-Quentin F., Ledan L., Beylot D., Mounier E. & Blanchouin A. (2022). Étude exploratoire de procédures d'élèves de 7-8 ans en calcul mental additif. *MathÉcole* n°238, 29-40. https://revue-mathematiques.ch/application/files/3816/6572/8798/RMe-238-Grapin.pdf

Tâches 10 et 11 : Résoudre un problème additif ou soustractif

Beylot D., Blanchouin, A., Chenevotot, F., Grapin, N., Ledan, L. Mounier, E. (2024). Accompagner les professeurs des écoles à la prise en compte de la diversité des activités des élèves en résolution de problèmes : potentialités et limites d'usages de Verschaffel et De Corte (2008). *Actes du 49e colloque Copirelem.* Marseille 2023. 847-867. https://www.copirelem.fr/colloques/actes/

Charnay R. & Valentin D. (1991). Calcul ou comptage ? Calcul et comptage ! *Grand N.* n° 50, 11-20. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/50n2_1562935128422-pdf

Clivaz S., Sakamoto M. & Tan S. (2021). Comment une addition peut-elle devenir une soustraction ? Le rôle du schéma en barres dans une leçon de mathématiques japonaise. *MathÉcole n°236*, 27-35. https://revue-mathematiques.ch/consultation/numero-229

Grapin N. & Mounier E. (2024). Evaluer la résolution de problèmes additifs au CP : une étude exploratoire autour de la taille des nombres. *Grand N,* 113, 29-48. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/113n2_1727446438271-pdf

Mounier E., Beylot D., Blanchouin A., Chenevotot F., Grapin N., Ledan L. (2024). Repérer les démarches en résolution de problèmes d'élèves de grade 2 par l'analyse de leurs procédures : méthodologie et étude de cas. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives. 121-159. https://journals.openedition.org/adsc/5473*

Vergnaud G. (1990). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : les structures additives. *Petit x*, n°22 https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/22x4_1570439024060-pdf

Vergnaud G. (1982). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives, *Grand N n°38*, 21-40. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/38n2_1563257743078-pdf

Tâche 12 : Connaître les tables de multiplication

Anastasiou D., Lemonidis C., Pantsiou E. (2009). Les tables de multiplication pour des élèves en difficultés en mathématiques : Connaissances et comportement. First French-Cypriot Conference of Mathematics Education. https://www.researchgate.net/publication/215486564_Les_tables_de_multiplication_pour_des_eleves_en_difficultes_en_mathematiques_Connaissances_et_comportement

Tâche 13 : Utiliser le signe ×

Houdement C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, n° 71, 7-23. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/71n2_1555579413441-pdf

Pfaff N. & Fénichel M. (2005). Donner du sens aux mathématiques, tome 2. Bordas.

Polotskaia E., Gervais C., Gélinas M-S, Savard A. (2023). *Représenter pour mieux raisonner. Résolution de problèmes écrits de multiplication et de divisions*. Editions JFD. Montréal. Canada (Québec).
https://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=mhq1EAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA9&dq=tables+de+multiplication&ots=ws2ik7lS1k&sig=j1R3bY4xMs4gZdB6VRi2sfLxk04#v=onepage&q&f=false

Vergnaud G. (1994). Proportionnalité simple. Proportionnalité multiple. *Grand N,* n°56, 55-66. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/56n5_1562850226137-pdf

Tâches 14 et 15 : Résoudre un problème multiplicatif (division partition et division quotition)

Grand N Spécial *Résolution de problèmes* (2006). Points de départ IREM de Grenoble.

Mounier E. & Bonnet A. (2013) En marche vers la potence. *PLOT*, 41, 6-11.

Pfaff N. & Fénichel M. (2005). Donner du sens aux mathématiques, tome 2. Bordas.

Polotskaia E., Gervais C., Gélinas M-S, Savard A. (2023). *Représenter pour mieux raisonner. Résolution de problèmes écrits de multiplication et de divisions*. Editions JFD. Montréal. Canada (Québec).
https://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=mhq1EAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA9&dq=tables+de+multiplication&ots=ws2ik7lS1k&sig=j1R3bY4xMs4gZdB6VRi2sfLxk04#v=onepage&q&f=false