Analyses des exercices du test et pistes de remédiation

Début de CP

This project has been funded with support from the European Commission. This publication [communication] reflects the views only of the author and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Table des matières

Avant-propos

Ce manuel a pour but de vous aider dans les passations du test *DiToM* en début de CP *(fin de GS)* et à utiliser les résultats pour votre classe. Vous trouverez dans les pages suivantes, quatre sections :

1. une brève introduction aux objectifs et aux principes directeurs du projet Erasmus+ *DiToM* ;
2. des explications concises sur chaque tâche du test *DiToM* en début de CP *(ou fin de GS),* y compris des remarques sur les stratégies de soutien possibles pour les élèves dont les résultats du test indiquent des lacunes dans des compétences mathématiques clés ;
3. des outils d'évaluation pour l'enseignant (barème, grilles de saisie des résultats pour l'élève et pour la classe) et des indications sur la manière dont les résultats ont été analysés ;
4. des informations complémentaires sous la forme d'une liste de références bibliographiques en lien avec les différentes compétences évaluées dans le test.

Les grilles de saisie décrites dans la section 3 peuvent également être téléchargées séparément sous forme de fichiers PDF individuels à l'adresse https://www.ditom.org/fr/tests-fr

Objectifs et principes directeurs de DiToM

L'apprentissage des mathématiques progresse par étapes : les nouvelles connaissances se construisent sur des anciennes. Lorsque les concepts fondamentaux font défaut, les élèves ont de plus en plus de difficultés à comprendre et à donner un sens aux mathématiques qui s'appuient sur ces bases. Des études nationales et internationales montrent que beaucoup d'élèves rencontrent des difficultés importantes en mathématiques dès le primaire. Pour les raisons décrites ci-dessus, ils continuent irrémédiablement à rencontrer des difficultés au collège. Il est inquiétant de constater que de nombreux jeunes terminent leur scolarité obligatoire sans maitriser les connaissances de base en mathématiques qui, selon l'OCDE, sont essentielles pour « participer pleinement à la vie sociale ».

Pour remédier à cette situation, les enseignants doivent d'abord être en mesure d'identifier les difficultés d'apprentissage en mathématiques, idéalement le plus tôt et le plus précisément possible. Ce n'est que sur cette base que des mesures de soutien ciblées pourront être prises. C'est précisément là qu'intervient le projet européen *Diagnostic Tools in Mathematics (DiToM)*. Dans le cadre d'un partenariat entre l'Allemagne, la France, la Grèce, la Croatie, l'Italie, la Suède et l'Espagne, cinq outils de dépistage interconnectés ont été développés. Ils permettent aux enseignants, à la fin ou au début d'une année scolaire, d'identifier des élèves qui risquent de prendre du retard en mathématiques s'ils ne bénéficient pas de mesures de soutien ciblées.

Les tests de diagnostic suivent un cycle de deux ans :

- Test début de CP *(fin de GS)*
- Test début de CE2 *(fin de CE1)*
- Test début de CM2 *(fin de CM1)*
- Test début de 5ème *(fin de 6ème)*
- Test début de 3ème *(fin de 4ème)*

Les tests DiToM : qu'est-ce que c'est et à quoi ça sert ?

Les cinq tests sont sous tous au format papier-crayon. Ils sont axés sur les compétences mathématiques clés qui doivent être acquises au début d'un niveau scolaire afin que les nouveaux contenus puissent être appris et compris. Chaque test peut être administré à toute la classe en une seule fois, mais il est possible de le faire en plusieurs fois, notamment pour les plus jeunes élèves. Les outils de notation fournis (voir section 3), permettent une évaluation rapide en relativement peu de temps. Les résultats donnent aux enseignants un premier aperçu sur les connaissances des élèves susceptibles d'avoir besoin d'un soutien supplémentaire dans des domaines particuliers.

Le mot *« susceptible »* est crucial : un tel test diagnostique **ne** remplace **pas** une évaluation individuelle qualitative. Au mieux, il fournit des indices initiaux sur les stratégies ou les démarches de résolution qu'un élève a pu utiliser. Une compréhension plus approfondie nécessite une observation ciblée et des discussions individuelles, à l'aide de tâches finement différenciées. Ce test peut toutefois constituer un point de départ précieux pour déterminer quels élèves profiteraient le plus d'investigations complémentaires.

Les « compétences clés en mathématiques » : qu'est-ce que c'est ?

Comme indiqué précédemment, les mathématiques scolaires se caractérisent par une *« hiérarchie interne d'apprentissage »* (Wittmann, 2015, p. 199). Cela est particulièrement vrai dans les domaines de l'arithmétique (nombres et opérations) et de l'algèbre, qui sont précisément ceux sur lesquels se concentrent les tests *DiToM*. Dans ces domaines, il est possible, à chaque étape de l'apprentissage, d'identifier les compétences *clés* sans lesquelles la poursuite de l'apprentissage ne peut se faire de manière significative et durable.

Prenons un exemple pour éclairer ce qu'est une « compétence clé ». Pour travailler efficacement avec les nombres naturels, les élèves doivent les comprendre en termes de concept de partie-tout, un processus de développement qui devrait être achevé au cours du CP. Le concept de partie-tout signifie, par exemple, que le nombre sept est compris comme un tout composé de parties : cinq et deux, quatre et trois, un et six, etc. Cette compréhension doit ensuite devenir automatique : un élève ne doit plus avoir besoin d'un effort conscient pour reconnaître que cinq est la partie manquante du tout sept lorsque deux est donnée comme autre partie. En d'autres termes, les élèves doivent automatiquement penser aux nombres en termes de décompositions additives et de relations. Cette combinaison alliant *compréhension* et *automatisation* est caractéristique de nombreuses compétences clés : une fois que certaines compétences sont automatisées, la charge mentale peut être libérée pour relever des défis mathématiques de plus haut niveau.

La maîtrise de la compétence clé consistant à « penser les nombres en termes de composition ou décomposition des nombres » peut être observée, par exemple, dans les stratégies de calcul. Un élève qui pense à 7 comme à 5 et 2 pourra plus facilement considérer que 7– 5 = 2, même au CP, sans avoir à compter. Les élèves qui ne possèdent pas cette compétence continuent souvent à s'appuyer sur des stratégies de comptage, laborieuses et sujettes à erreur, même dans les dernières années du primaire et parfois aussi au secondaire. L'addition et la soustraction basées sur le comptage deviennent rapidement ingérables lorsqu'il s'agit de nombres à deux ou trois chiffres. Ces élèves rencontrent également des difficultés à utiliser les relations entre les tables de multiplication, par exemple pour reconnaître que 9 × 6 est 6 de moins que 10 × 6, qui est plus facile à mémoriser. Les lacunes dans une compétence clé (la compréhension des nombres en tant que compositions) entravent donc l'acquisition d'autres compétences (addition, soustraction, multiplication), qui sont à leur tour des prérequis pour des compétences plus avancées (division, raisonnement proportionnel, etc.).

Cet enchaînement se poursuit au-delà de l'école primaire : par exemple, les élèves qui rencontrent des difficultés avec les nombres entiers naturels rencontreront des difficultés encore plus grandes avec les fractions puis avec les décimaux. Plus tard, l'algèbre s'appuiera sur des connaissances qui auraient dû être acquises lors de l'apprentissage des opérations à l'école primaire. Sans ces connaissances, l'algèbre peut apparaître aux élèves comme un code indéchiffrable.

C'est pourquoi les tests *DiToM* se concentrent sur les compétences clés, celles qui devraient être solidement acquises au début des classes de CP, CE2, CM2, 5ème et 3ème, afin que l'apprentissage mathématique puisse se poursuivre avec succès.

Après avoir administré le test *DiToM*, quelle est la prochaine étape ?

À l'aide des outils d'évaluation décrits dans la section 3, les enseignants peuvent exploiter un tableau (feuille de calcul tableur ou grille papier-crayon) qui peut être lu dans deux sens :

- **en ligne :** les résultats de chaque élève indiquent les tâches qui ont été résolues correctement, partiellement correctement, incorrectement ou non traitées, ce qui donne un score global par élève.
- **en colonne :** pour chaque tâche, le tableau indique combien d'élèves l'ont résolue correctement, partiellement correctement, incorrectement ou non traitée.

En ce qui concerne les élèves individuellement :

DiToM ne vise pas à étiqueter les élèves. Les tests diagnostiques **ne** sont **pas** conçus pour identifier les élèves atteints de « dyscalculie ». Les diagnostics cliniques de ce type ne répondent pas à la question fondamentale à laquelle *DiToM* cherche à répondre : *comment les enseignants peuvent-ils aider au mieux les élèves qui rencontrent des difficultés avec les compétences arithmétiques clés ?* Un soutien ciblé nécessite une compréhension précise du niveau d'apprentissage de chaque élève. DiToM aide à identifier ceux qui ont un besoin urgent d'une investigation plus approfondie de leurs connaissances, ni plus, ni moins. La section 2 fournit quelques pistes sur les types de soutien qui peuvent être envisagés relativement à l'échec de telle ou telle tâche.

Les « scores des seuils critiques » évoqués dans la section 3 ont été déterminés à partir d'expérimentations menées auprès de 1 150 élèves dans les sept pays partenaires. À l'aide *d'une analyse statistique en classes latentes* (voir Livingston, 2014), les élèves ont été regroupés comme suit :

- **Groupe A :** élèves présentant des difficultés généralisées pour plusieurs compétences clés
- **Groupe B :** élèves présentant des signes de difficultés dans des domaines spécifiques
- **Groupe C :** élèves ne présentant aucun signe majeur de difficulté.

Il est important de garder à l'esprit que tout diagnostic ne donne qu'un *aperçu instantané*. Certains élèves peuvent simplement avoir passé une mauvaise journée ou avoir été distraits, d'autres peuvent avoir copié des réponses malgré les précautions prises. Les résultats du dépistage doivent donc être interprétés avec prudence. Ils doivent toujours être comparés aux observations faites quotidiennement en classe et servir de base à des observations ciblées et à des tâches de suivi dans les jours et les semaines qui suivent.

S'il apparaît clairement qu'un élève appartient au **groupe A**, il y a lieu de s'attendre à ce que ses difficultés en mathématiques s'aggravent au cours de l'année scolaire, à moins que des interventions efficaces ne soient mises en œuvre en temps utile. La section 2 se limite à suggérer des pistes générales pour ces interventions, sur la base des compétences clés évaluées par chaque tâche. Pour des conseils plus détaillés, les enseignants doivent se reporter à la littérature pédagogique pertinente. Ce sont ces élèves que le test DiToM vise plus spécifiquement à identifier.

Les élèves **du groupe B** sont également susceptibles d'avoir besoin d'un soutien ciblé dans certains domaines pour progresser dans leurs apprentissages. Il convient de rappeler que toutes les tâches du test évaluent des compétences clés. Le diagnostic est intentionnellement conçu pour ne pas faire de distinction entre les élèves très performants ; dans l'idéal, la plupart des élèves devraient trouver les tâches assez faciles. Par conséquent, toute erreur commise par les élèves

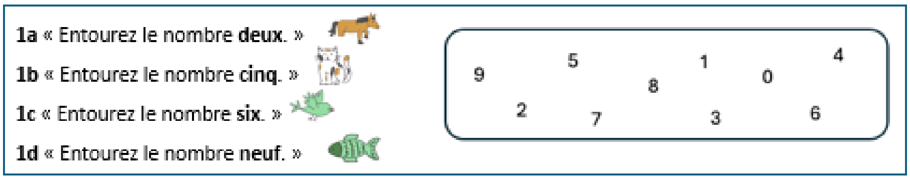
du groupe C dans les tâches individuelles doit également être prise au sérieux, car elle peut révéler des lacunes pour des compétences clés fondamentales.

En ce qui concerne la classe dans son ensemble :

Si les résultats montrent que plusieurs élèves ont rencontré des difficultés avec la même tâche, cela peut indiquer qu'ils n'ont pas suffisamment rencontré ce type de tâche ou qu'ils ne l'ont pas travaillée de manière ciblée. Dans de tels cas, il est important que ces opportunités d'apprentissage leur soient à nouveau offertes, même si le programme scolaire de l’année est déjà passé à un nouveau contenu et ne le prévoit pas. Une fois encore, il est important de tenir compte de la structure hiérarchique de l'apprentissage des mathématiques : chaque niveau scolaire est dépendant de la solidité de la compréhension des compétences fondamentales construites dans les niveaux scolaires inférieurs.

Analyses des tâches et pistes de remédiations

Tâches 1a-d : Passer du nom du nombre à son écriture chiffrée



Compétence clé évaluée dans cette tâche

Associer les noms des nombre de un à neuf aux écritures chiffrées correspondantes.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

Même si la plupart des élèves savent déjà lire les nombres jusqu'à 10 avec assurance lorsqu'ils entrent à l'école, ce n'est pas le cas de tous. Cette compétence est non seulement nécessaire pour employer ces nombres dans des situations usuelles en mathématiques ou non, mais aussi pour aborder durant l'année de CP la numération écrite chiffrée des nombres à deux chiffres, les aspects décimaux (introduction de la dizaine) et positionnel (le chiffre de droite renvoie aux unités simples, celui de gauche aux dizaines).

Quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on attendre avec cette tâche ?

Cette compétence relève d'une mémorisation de l'écriture chiffrée de chaque nom de nombre de un à neuf. En effet, la graphie des écritures des dix premiers chiffres (en incluant le zéro) est conventionnelle et il n'y a pas de lien entre eux qui permettrait de déduire la graphie d'un chiffre à partir d'un autre. C'est aussi le cas pour les noms des nombres de un à neuf. A noter que le chiffre zéro est un cas particulier car le nom de nombre qui correspond (zéro) n'est pas dans la comptine numérique (cf. *tâche 1*). Il est en général moins familier des élèves.

La source de certaines erreurs est la méconnaissance de la comptine numérique (cf. *tâche 1*).

D'autres erreurs proviennent de la confusion entre certains chiffres qui se ressemblent, comme les chiffres 6 et 9, 4 et 7 ou encore 7 et 1.

Les élèves qui n'obtiennent aucun point à la tâche 1 peuvent avoir échoué pour cette raison dans la plupart des autres tâches du test de dépistage.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?

L'énonciation de la comptine numérique de manière synchrone avec une file numérique des écritures chiffées permet de mémoriser l'association entre le nom du nombre et son écriture chiffrée. Dans un premier temps cela peut constituer un outil permettant de retrouver l'écriture chiffrée d'un nom de nombre et réciproquement. Il va s'agir ensuite de se détacher de cet outil. Des situations, comme les dictées de nombres, des lectures de date ou de numéros de page dans un livre, peuvent être proposées à ceux qui se sont trompés dans l'écriture chiffrée.

Tâches 2 et 3 : Donner le nombre d'éléments par subitizing

Compétence clé évaluée dans ces tâches

Identifier le nombre d'objets de collections de 4 et 5 objets par subitizing, c'est-à-dire sans compter les objets individuellement.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

Les élèves qui passent de la maternelle à l'école primaire sont capables de concevoir les quantités jusqu'à 4 sans les dénombrer et généralement la quantité 5 si elle est organisée.

La capacité à reconnaître de petites quantités sans compter est importante lorsqu'on travaille avec certains matériels, en particulier un matériel de numération (la dizaine peut ainsi être facilement perçue sous la forme de deux constellations cinq du dé). Il est surtout important que la demande de l'indication d'une quantité par un nombre (combien il y en a ?) ne soit pas associée systématiquement à un comptage. Le comptage n'est qu'un moyen d'obtenir ce nombre. Le nombre est un concept abstrait qui ne se réduit pas aux tâches de dénombrement, qui plus est effectuées uniquement par comptage.

Quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on attendre avec ces tâches ?

Comme les deux images ne sont affichées que pendant une seconde chacune, il n'est pas possible de compter les points. Certaines erreurs peuvent alors venir du fait qu'une telle tâche déclenche automatiquement une procédure de comptage un à un qui est ici empêchée.

D'autres erreurs viennent du fait que les élèves connaissent le nom du nombre en français (ou une autre langue) mais ne savent pas le traduire en son écriture chiffrée (cf. *tâche 1*).

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas ces tâches ?

Il est nécessaire d'identifier si les erreurs proviennent d'une méconnaissance de la traduction du nom du nombre en son écriture chiffrée. Si c'est le cas, se reporter à la *tâche 1*. Dans tous les autres cas, il faut distinguer la *tâche 2* de la *tâche 3*.

Il est nécessaire que l'élève se rende compte qu'il est capable dans la *tâche 2* de répondre sans compter. Des jeux de rapidité de reconnaissance de **quantités jusqu'à quatre** (disposition variée des objets des collections présentées) peuvent être proposés. On montre d'abord des cartes avec un ou deux objets, puis on augmente progressivement le nombre de cartes en y incluant celles à trois puis quatre éléments. Le temps d'affichage de chaque quantité est ensuite systématiquement réduit. L'objectif est d'atteindre un temps de présentation d'une seconde. Par ailleurs, les jeux de société avec des dés permettent de se rendre compte de l'inutilité de recompter à chaque fois les points des dés, et cette fois-ci grâce à l'identification de configurations de points (les constellations du dé), ce qui est nécessaire pour les quantités cinq et six.

Une approche similaire est adoptée par subitizing dite conceptuelle, c'est-à-dire **l'identification de sous-collections dans des collections comportant plus de quatre objets**. On peut commencer avec des cartes comportant cinq objets (mêlées à des cartes comportant un, deux, trois, quatre objets) et des configurations différentes de deux groupements distincts, tout en raccourcissant progressivement le temps de présentation. Il est important de faire verbaliser aux élèves la manière d'organiser les collections, par exemple « J'en vois trois ici et deux là, cinq au total », et de discuter des différentes façons de les organiser (cf. 1ère partie de ce document concernant la compétence clé consistant à « penser les nombres en termes de composition ou décomposition des nombres », ainsi que la *tâche 4*).

Tâche 4 : Résoudre un problème de partie / tout

Compétence clé évaluée dans cette tâche

Comprendre qu'une quantité totale peut être composée de deux quantités.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

La compréhension des parties et du tout est au cœur du concept des nombres en tant que quantités. Il s'agit de concevoir qu'une quantité (par exemple, 5 crayons) peut être divisée en deux sous-ensembles (par exemple, 2 crayons dans une boite et 3 crayons sur la table). Il s'agit alors de transposer cette approche des collections aux décompositions additives des nombres : 5 = 3 + 2. Ces connaissances sont utiles dans la résolution des problèmes, et bien entendu tout particulièrement dans les problèmes de partie/partie/tout, notamment quand il s'agit de rechercher une partie dans un tout connaissant l'autre partie, comme c'est le cas de la *tâche 4*. Cela permet de donner du sens aux signes opératoires + et -, ce dernier étant associé au calcul de la recherche d'une partie : le passage de 5 = 3+ ? à ? = 5 - 3.

Ces décompositions sont aussi mobilisées dans les procédures de calcul mental. Par exemple, pour le calcul de 8 + 5, il est possible d'atteindre d'abord 10 en faisant 8 + 2, ce qui nécessite de connaitre la décomposition de 10 en 8 + 2, puis d'ajouter 3 ; ce qui nécessite donc de connaitre aussi la décomposition de 5 en 2 + 3. Autre exemple, pour le calcul de 15 - 7, il est possible d'atteindre d'abord 10 en faisant 15 - 5, ce qui nécessite de connaitre la décomposition de 15 en 10 + 5, puis de retirer 2 ; ce qui nécessite de connaitre la décomposition de 7 en 5+ 2.

Quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on attendre avec cette tâche ?

Les difficultés peuvent provenir de la non-compréhension de la tâche, ce qui peut amener par exemple à compter la collection de crayons qui est apparente (réponse : 3), à additionner les deux quantités ou à donner comme réponse le nom du nombre prononcé (réponse : 5), ou encore à ne pas donner de réponse.

D'autres erreurs concernent la difficulté à modéliser le problème (par exemple en 3 + ? = 5) ou à effectuer le calcul. Par exemple, pour calculer ce qu'il faut ajouter à trois pour aller à 5, l'élève peut faire un surcomptage à partir de trois en prononçant « trois, quatre, cinq », levant ainsi trois doigts au lieu de deux.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?

Avant d'aborder les opérations arithmétiques, des problèmes de partage ou de réunion de collections peuvent être proposés aux élèves. La verbalisation des actions (partager, réunir) associée aux noms des nombres en jeu peut alors les amener progressivement vers les décompositions qui pourront ensuite être décontextualisées via des schémas puis des égalités algébriques. Ce sont d'abord des décompositions des nombres de 1 à 5 qui sont visées pour passer ensuite à ceux de 6 à 10, et finalement des décompositions des nombres de 11 à 20 en appui sur 10 (par exemple 15 = 10 + 5).

Tâche 5 : Comparer des quantités

Compétence clé évaluée dans cette tâche

Comparer directement deux quantités.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?

Pour comparer le nombre d'objets dans deux collections, Piaget a montré que les élèves pouvaient se baser sur des considérations diverses comme la longueur de files d'objets. Les élèves doivent avoir compris que comparer deux collections (suivant leur nombre d'objets) revient à faire des associations objet d'une collection / objet de l'autre collection et à considérer s'il reste ou non des objets associés. Cela permet alors de donner du sens aux termes « plus, moins, autant » :

- deux collections ont autant d'objets l'une que l'autre, si tous les objets sont associés un à un : elles ont le même nombre d'objets ;
- une collection a plus d'objets qu'une autre s'il reste un ou plusieurs objets non associés alors que tous ceux de l'autre collection le sont. Cette autre collection aura moins d'objets que la première.

C'est donc le concept même de nombre qui est ici en jeu, via cette association terme à terme (un à un). Il est à noter qu'elle peut intervenir sans comptage, et donc très tôt dans les apprentissages. Cela montre que le comptage n'est qu'une des façons de travailler le nombre, et qu'il ne doit pas être vu comme la seule.

Quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on attendre avec cette tâche ?

Les élèves rencontrent généralement des difficultés lorsque la plus petite quantité semble être « plus grande » ou « plus importante » en raison de la taille des objets ou de la façon dont ils sont disposés. Ainsi, les élèves qui entourent la rangée avec les trois plus grands dinosaures dans la tâche 5a n'ont pas encore compris que lorsqu'on compare des quantités, la taille d'une quantité doit être interprétée en termes de nombre d'éléments et non pas selon la taille de chacun des éléments. Dans la tâche 5b, les objets sont disposés en deux rangées de longueur égale, mais cela ne signifie pas nécessairement qu'il y a le même nombre d'objets dans les deux rangées. Les élèves qui entourent les deux rangées pensent que les deux collections sont de taille égale en longueur (ce qui est vrai), et donc comparent les deux collections selon cette grandeur.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas cette tâche ?

Si les difficultés décrites ci-dessus sont observées, il convient d'expliquer clairement à l'élève que lorsqu'on compare « plus ou moins d'objets », seul le nombre d'objets importe, et non la taille ou la façon dont les objets sont disposés. Pour cela, seule une validation systématique par association un à un (un objet d'une première collection à un autre de la seconde) peut permettre de préciser la signification de la tâche « comparer ».

Il est nécessaire de commencer par travailler avec des objets manipulables de même taille puis de tailles différentes qui peuvent être réorganisés à plusieurs reprises. La correspondance un à un doit être établie par l'action, et les éléments restants doivent permettre d'indiquer « où il y en le plus, où le moins ». Des collections avec des objets qui ont des liens fonctionnels (un œuf et son coquetier, une assiette et sa fourchette, une casquette et sa tête) permettent de proposer des problèmes concrets qui donnent du sens à l'association des objets. Une fois que les élèves ont compris la comparaison directe par correspondance un à un en rapprochant les objets, il est alors possible de montrer que, dans le cas où les collections ne sont plus manipulables, ils peuvent recourir à une collection intermédiaire pour faire la comparaison, comme une collection de jetons qui sera constituée en déposant un jeton sur une des collections.

Ils peuvent ensuite mobiliser des comparaisons avec des collections d'objets non manipulables. Par exemple, il peut s'agir de les relier par un trait, ou encore de cocher un objet d'une collection puis un de l'autre, ainsi de suite. Ce n'est qu'ensuite que la procédure par comptage peut être enseignée, puisqu'il s'agit en fait d'utiliser une collection intermédiaire, celle des noms des nombres qui sont dans la comptine.

Tâches 6 et 8 : Donner le prédécesseur – le successeur

Compétence clé testée dans ces tâches
Reconnaître l'écriture en chiffre du prédécesseur *(tâche 6)* et du successeur *(tâche 8)* d'un nombre donné oralement.

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
Pour réaliser ces tâches, l'élève doit à la fois maitriser la suite orale des noms des nombres (comptine numérique) jusqu'à neuf puis passer du nom du nombre à son écriture chiffrée.

> **Tâche 6:** Donner le nombre qui vient après :
> **Cinq**
> **Trois**
> **Sept**
> **Tâche 8:** Donner le nombre qui vient avant :
> **Six**
> **Quatre**
> **Huit**

Maitriser la comptine numérique est essentiel pour pouvoir dénombrer, c'est-à-dire donner le nombre d'éléments d'une collection *(tâche 7)* ou réaliser une collection quand son nombre d'éléments est connu *(tâche 9).* Comme nous le verrons lors de l'analyse des *tâches 7* et *9*, la maitrise de la comptine n'est pas la seule compétence en jeu dans le dénombrement.

Dans les *tâches 6* et *8* on se concentre sur la capacité à donner le successeur ou le prédécesseur immédiat d'un nom de nombre donné, ce qui nécessite cette connaissance de la comptine mais demande de l'employer dans ce contexte précis. Cette compétence est en particulier utile pour compter à partir d'un nombre donné, en avant (surcomptage) ou en arrière (décomptage, comptage à rebours).

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec ces tâches ?
La suite orale des noms des nombres est maitrisée lorsqu'elle est stable, segmentée (chaque nom de nombres est séparé) et suffisamment longue (dans les *tâches 6 et 8*, l'élève doit la connaitre jusqu'à neuf). Des erreurs peuvent donc survenir sous la forme d'interversion ou d'oubli de nom.

En outre, il est attendu en début de CP qu'un élève connaisse la comptine numérique en avant à partir de n'importe quel nombre jusqu'à cent (la récitation de la comptine « en arrière » est en cours d'acquisition au CP) et qu'il puisse donner le successeur d'un nombre sans revenir à la récitation de la suite à partir de « un » ; si un élève n'est capable de donner le successeur d'un nom de nombre qu'en commençant à « un », cela signifie que ses connaissances sont incomplètes.

Les élèves peuvent éprouver des difficultés avec la récitation de la comptine est arrière, ce qui se traduira également par des interversions et des oublis. Même si la certains d'entre eux sont capables de faire un décompte dans certains contextes, comme le lancement de fusée (compter à rebours de dix à zéro), cela ne signifie pas nécessairement que chaque nom de nombre est consciemment perçu et qu'ils sont capables de donner le prédécesseur sans recommencer la suite à partir de dix.

Des erreurs peuvent également apparaitre dans l'écriture chiffrée du nombre : un élève peut être capable de donner le nom du successeur ou du prédécesseur, mais se tromper dans l'écriture (par exemple écrire 6 pour le nombre qui se dit « cinq »).

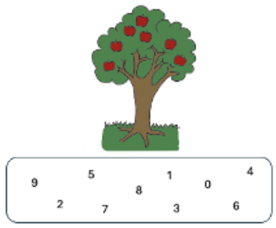
Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas ces tâches ?
Pour travailler la connaissance de la comptine (en avant et en arrière), des jeux du furet de différents types peuvent être pratiqués en demandant à chaque élève de donner le nombre d'après – ou celui d'avant - en commençant à partir de n'importe quel nombre (voir liste des références en fin de document pour avoir des exemples de variantes du jeu du furet).

L'énonciation de la comptine numérique de manière synchrone avec une file numérique des écritures chiffées permet de mémoriser l'association entre le nom du nombre et son écriture chiffrée. Dans un premier temps cela peut constituer un outil permettant de retrouver l'écriture chiffrée d'un nom de nombre et réciproquement. Il va s'agir ensuite de se détacher de cet outil. Des situations, comme les dictées de nombres, des lectures de date ou de numéros de page dans un livre, peuvent être proposées à ceux qui se sont trompés dans l'écriture chiffrée.

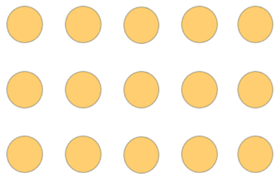
Toutes les situations de dénombrement et de déplacement sur des pistes permettent également de travailler la connaissance de la comptine en développant les aspects cardinal et ordinal du nombre (cf. *tâches 7 et 9).*

Tâches 7 et 9 : dénombrer

Tâche 7



Tâche 9



Compétence clé testée dans ces tâches
Dénombrer, c'est-à-dire donner le nombre d'éléments d'une collection *(tâche 7)* ou réaliser une collection connaissant son nombre d'éléments *(tâche 9).*

Pourquoi cette compétence est-elle essentielle ?
Dès cet âge les élèves rencontrent fréquemment des situations dans lesquelles il faut indiquer le nombre d'éléments d'une collection (donner le nombre d'élèves d'une classe, le nombre de balles ramassées par une équipe, etc.) ; il en est de même des situations dans lesquelles il faut réaliser la collection (prendre dix pommes, faire des équipes de quatre, etc.). Dénombrer une collection est donc une compétence essentielle au quotidien.

Savoir dénombrer contribue à développer l'aspect cardinal des nombres (un nombre indique une quantité) ce qui sera nécessaire, entre autres, pour résoudre des problèmes additifs.

Différentes connaissances interviennent dans le dénombrement de collection. Briand (1999-2000) résume ainsi les étapes pour donner le nombre d'éléments d'une collection :

> « 1- Être capable de distinguer deux éléments différents.
> 2- Choisir un élément d'une collection.
> 3- Enoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).
> 4- Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.
> 5- Concevoir la collection des objets non encore choisis.
> 6- Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.
> 7- Savoir que l'on a choisi le dernier élément.
> 8- Enoncer le dernier mot nombre. »

Les étapes 1, 2, 4, 5, 6 et 7 correspondent à une tâche d'inventaire (parcourir la collection en prenant en compte une fois et une seule chacun des éléments, sans en oublier) qui mobilise une connaissance spécifique, l'énumération. L'étape 3, elle, nécessite la connaissance de la comptine numérique (cf. *tâches 6 et 8*).
Dans une collection non organisée comme proposée ici (les pommes ne sont pas disposées en ligne dans la *tâche 7*), l'élève doit mettre en place une stratégie d'énumération comme barrer les pommes déjà prises en compte ou les numéroter, les relier, etc. Il peut aussi parcourir la collection avec les yeux et se souvenir des pommes prises en compte, mais cela peut être source d'erreur et cette procédure va devenir inefficace pour de plus grandes collections. Cette énumération doit être en outre coordonner avec la récitation de la comptine (un nom de nombre pour chaque pomme). Le dernier nom de nombre prononcé (sept si l'élève ne s'est pas trompé dans le cas de la *tâche 7*) doit être conçu comme indiquant le cardinal de la collection et non pas désigner uniquement la dernière pomme comptée. Cette connaissance n'est pas évaluée dans les tâches proposées ici. Finalement l'élève doit reconnaître l'écriture chiffrée de ce nom de nombre parmi les dix qu'on lui propose (cf. *tâches 6 et 8*).

A quels types d'erreurs et autres signaux d'alerte peut-on s'attendre avec ces tâches ?
Des erreurs peuvent provenir de :

- l'énumération des objets : par exemple un élève peut compter une pomme deux fois ou en oublier une ;
- la connaissance de la comptine : oubli d'un nom de nombre, inversion entre deux noms de nombre ;
- la coordination entre le pointage d'un objet et un nom de nombre, ce qui nécessite de ne pas réciter la comptine trop vite ou trop lentement ;
- la reconnaissance de l'écriture chiffrée du nom du nombre (un élève entoure 8 alors qu'il a trouvé qu'il y avait sept pommes, lorsqu'il prononce le dernier nom de nombre).

Dans ce type de tâches, les erreurs vont souvent se traduire par des réponses qui peuvent être proches de celles demandées. Pour en connaître l'origine, il est essentiel d'observer comment procède l'élève en lui demandant si possible de dire à voix haute la comptine pour repérer les éventuelles erreurs liées à sa connaissance, mais aussi un possible défaut de synchronisation avec les objets.

Quel type de soutien pourrait être apporté aux élèves qui ne réussissent pas ces tâches ?
Pour les difficultés liées à la connaissance de la comptine et au passage du nom du nombre à son écriture chiffrée, voir les *tâches 6 et 8*.

Pour les élèves qui rencontrent des difficultés à faire l'inventaire de la collection, il existe des situations qui permettent de travailler spécifiquement l'énumération (sans dénombrer et donc sans compter). Briand (1999-2000) propose par exemple une situation avec des boîtes d'allumettes : l'élève dispose d'une collection de boites d'allumettes avec un petit trou sur le côté (permettant le passage d'un bâtonnet) et d'une grande collection de batônnets ; il doit placer un seul bâtonnet dans chaque boite sans l'ouvrir, sans oublier de boite ni mettre deux bâtonnets dans une même boite ; la validation se fait en ouvrant les boites quand l'élève dit avoir terminé. Ce type de situation permet d'enseigner des stratégies d'énumération : lorsque les objets peuvent se déplacer, on amène l'élève à voir l'intérêt de regrouper au fur et à mesure les objets déjà pris en compte de ceux qu'ils ne le sont pas. Si les objets ne peuvent pas être déplacés (comme dans le cas des *tâches 7 et 9*), il peut barrer les éléments déjà pris en compte, les numéroter ou encore les relier, etc.

Le fait de considérer le dernier nom de nombre énoncé comme indiquant le cardinal de la collection et donc ne désignant pas seulement le dernier objet pointé dans le comptage, n'est pas évalué ici. Pour savoir ce qu'il en est à ce sujet, il faut faire de plus amples investigations. En premier lieu, on peut demander à l'élève : si tu recomptais en commençant par un autre objet, est-ce que tu trouverais le même nombre à la fin ?

Outils pour l’enseignant et indications sur le calcul des scores

Pour vous aider à évaluer les compétences des élèves, divers outils sont disponibles en téléchargement sur https://www.ditom.org/fr/tests-fr

Si vous préférez évaluer les tests manuellement, nous vous proposons dans les pages qui suivent :

a) **le barème**, qui répertorie pour chaque tâche, les critères d'attribution du nombre de points ;

b) **une grille de saisie des résultats par élèves** pour recenser les scores d'**un seul élève par exercice**, si vous souhaitez conserver un aperçu individuel, en papier-crayon ;

c) **une grille de saisie des résultats pour la classe** pour recenser les scores des élèves pour l’ensemble du test, en papier-crayon.

Une autre possibilité consiste à saisir les réponses des élèves dans une feuille de calcul (à télécharger sur https://www.ditom.org/fr/tests-fr). Ce fichier pré-programmé contient deux onglets situés en bas à gauche :

- dans l’onglet intitulé « ***qualitative*** », il suffit de saisir dans la colonne appropriée, pour chaque élève, la réponse qu’il a donnée à chaque question. Si l’élève n’a pas répondu, il faut saisir le code : 999.
- l’onglet « ***quantitative*** » se remplit automatiquement en fonction de ce qui a été saisi dans la feuille « ***qualitative*** ». Le programme indique alors automatiquement si chaque sous-tâche a été résolue correctement (1) ou incorrectement (0) et calcule le score approprié pour chaque tâche en suivant le barème (1 / 0,5 / 0). À la fin de chaque ligne, vous trouverez le pourcentage de tâches correctement résolues et le score total pour chaque élève.

Les « seuils de score critiques » pour DiToM début de CP — et comment les interpréter

Comme expliqué dans la section 1, DiToM n'a pas pour but d'étiqueter les élèves.

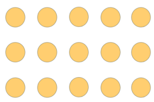
Les seuils de score critiques (*cut-off scores*) ont été déterminés sur la base d'un test pilote avec, pour la version du test de début de CP, 1150 élèves dans les sept pays partenaires du projet à l'aide de la méthode statistique de l'analyse des classes latentes. Cette méthode permet de classer les élèves, en fonction de leur score total au test, dans l'un des trois groupes (A, B, C) de la manière suivante :

Intervalle de scores	**Groupe**
Entre 0 et 5,5 points	A - Signes de difficultés générales dans plusieurs domaines clés
Entre 6 et 7 points	B - Indications de difficultés dans certains domaines clés
Entre 7,5 et 9 points	C - Aucun signe de difficultés majeures dans les domaines clés

Gardez à l'esprit qu'un diagnostic ne fournit qu'un aperçu du niveau des compétences des élèves. Les résultats doivent donc être comparés à vos propres observations et expériences en classe et, le cas échéant, utilisés comme point de départ pour des entretiens de suivi avec chaque élève, afin d'approfondir, d'affiner ou d'élargir votre compréhension et, si nécessaire, d'ajuster vos conclusions, au moins en partie.

Barème

Le barème est le même pour les versions A et B du test.

1	Passer du nom du nombre à son écriture chiffrée 	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les quatre nombres sont justes **(2, 5, 6, 9)** Trois nombres sont justes Toute autre solution
2	Donner le nombre par subitizing 	1 pt 0 pt	La réponse est **4** Toute autre solution
3	Donner le nombre par subitizing 	1 pt 0 pt	La réponse est **5** Toute autre solution
4	Résoudre un problème de partie/tout 	1 pt 0 pt	La réponse est **2** Toute autre solution
5	Comparer des quantités 	1 pt 0 pt	Les **deux réponses** sont justes Toute autre solution
6	Donner le successeur d'un nombre 	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les trois nombres sont justes **(6, 4, 8)** Deux nombres sont justes Toute autre solution
7	Dénombrer 	1 pt 0 pt	La réponse est **7** Toute autre solution
8	Donner le prédécesseur d'un nombre 	1 pt 0,5 pt 0 pt	Les trois nombres sont justes **(5, 3, 7)** Deux nombres sont justes Toute autre solution
9	Dénombrer 	1 pt 0 pt	**8** ronds sont barrés (ou clairement identifiés) Toute autre solution

Grille de saisie des résultats par élève (en papier crayon)

DiToM Diagnostic Tool in Mathematics

Nom: ______________________________

Date: ______________________________

Test début de CP

Tâche	Réponse juste	Juste ou faux	Points
1.a	2		
1.b	5		
1.c	6		
1.d	9		
2	4		
3	5		
4	2		
5.a	ligne du haut		
5.b	ligne du haut		
6.a	6		
6.b	4		
6.c	8		
7	7		
8.a	5		
8.b	3		
8.c	7		
9	8		
		Total sur 9	

Commentaires: ______________________________

____

Barème

Tâches 1a-d	Les 4 corrects = 1 point; 3 corrects sur 4 = 0.5 points; 2,1,0 corrects ou pas de réponse = 0 point
Tâches 2, 3, 4, 7et 9	correct = 1 point; incorrect ou pas de réponse= 0 point
Tâche 5	Les 2 corrects = 1 point; 1 ou 0 correct ou pas de réponse = 0 point
Tâches 6a-c and 8a-c	Les 3 corrects = 1 point; 2 corrects = 0.5 points; 1 ou 0 correct ou pas de réponse = 0 point

Grille de saisie des résultats pour la classe (en papier crayon)

Prénom	Age	Aides spécifiques	1 Dictée de nombres	2 Subitizing (1)	3 Subitizing (2)	4 Problème de partie/tout	5 Comparaison	6 Successeur	7 Dénombrement (1)	8 Prédécesseur	9 Dénombrement (2)	Score total

Informations complémentaires

Ouvrages généraux sur l'enseignement du nombre en maternelle

Brissiaud R. (1989, 2003). *Comment les enfants apprennent à calculer ?* Éditions Retz.

Brissiaud R. (2007). *Premiers pas vers les maths. Les chemins de la réussite à l'école maternelle.* Éditions Retz.

Grand N Spécial Maternelle (2002). Approche du Nombre (tome 1). IREM de Grenoble. https://publimath.fr/igr01398/

Margolinas C. & Wozniak F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle. Approche Didactique*. De boeck.

Pfaff N. (2018). *Enseigner le nombre à l'école maternelle. PS-MS-GS*. Editions Retz.

Articles sur l'apprentissage / enseignement de certains aspects du nombre

Briand J., Lacave M-J., Harvouêt M., Bedere D. et Goua de Baix V. (1999-2000). Enseigner l'énumération en moyenne section. *Grand N,* 66, 7-22. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/66n2_1555676483474-pdf

Brissiaud, R. (1988). Compter à l'école maternelle ? Oui, mais. *Grand N*, 43, 5-20. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/43n1_1563179169489-pdf

Brissiaud, R. (1988). Calculer et compter de la petite section à la grande section. *Grand N,* 49, 27-48. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/calculer-et-compter-de-la-petite-section-a-la-grande-section_1562940027214-pdf

Charnay R. & Valentin D. (1991). Calcul ou comptage ? Calcul et comptage ! *Grand N.* n° 50, 11-20. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/50n2_1562935128422-pdf

Margolinas C., De Redon M-C (2008). Connaissances naturalisées dans le champ du numérique à l'articulation école maternelle/école primaire. In A. Roucher & I. Bloch. Perspectives en didactique des mathématiques, La pensée sauvage. https://hal.science/hal-00779302v1/document

Mounier E. (2016) *Numération et calcul CP. Comprendre le nombre pour mieux résoudre des problèmes*. Manuel pédagogique pour l'enseignant et ressources pour l'élève. Paris : Editions Retz. https://hal.science/view/index/docid/5377748