



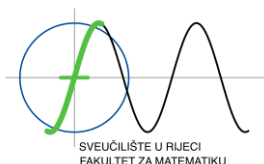
Co-funded by
the European Union



Test probira 4+

Priručnik za nastavnike

Studen, 2025.



uniri



Sadržaj

Predgovor	3
1) Ciljevi i smjernice projekta <i>DiToM</i>	4
Što su <i>DiToM</i> testovi probira i koja je njihova namjena?	4
Što su "ključne matematičke kompetencije"?	4
Nakon provođenja <i>DiToM</i> testiranja – što slijedi?	5
2) Upute za provedbu testa probira 4+	7
3) Objašnjenja i prijedlozi za podršku vezani za pojedinačne zadatke <i>DiToM</i> testa probira 4+	28
Zadatak 1: Pisanje brojeva	28
Zadatak 2: Uspoređivanje brojeva	29
Zadatak 3a: Zbrajanje s 1/10/100 i grupiranje	30
Zadatak 3b: Oduzimanje za 1/10/100 i grupiranje	31
Zadatak 4: Brojevni pravac	32
Zadatak 5: Raspolavljanje brojeva do 10 000	33
Zadatak 6a: Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje	34
Zadatak 6b: Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje višekratnika broja 10	35
Zadatak 7a: Pisano zbrajanje	36
Zadatak 7b: Pisano oduzimanje	37
Zadatak 8: Razumijevanje operacije zbrajanja / oduzimanja	38
Zadatak 9: Osnove operacije množenja	39
Zadatak 10: Osnove operacije dijeljenja	40
Zadatak 11: Mentalno računanje: množenje i dijeljenje višekratnika broja 10	41
Zadatak 12: Razumijevanje operacije množenja (Reprezentacija)	42
Zadatak 13: Razumijevanje operacija: zadaci zadani riječima	43
Zadatak 14: Pisano množenje	44
Zadatak 15: Pisano dijeljenje	45
Zadatak 16: Izvođenje više računskih operacija	46
4) Bilješke o evaluaciji i dokumentaciji rezultata	47
"Kritični pragovi bodova" za <i>DiToM</i> 4+ i kako ih interpretirati	47
Pregledna tablica za bodovanje <i>DiToM</i> testa probira 4+ (maks. 19 bodova)	48
5) Literatura	52

Predgovor

Ovaj priručnik je osmišljen kako bi Vam se pružila podrška u provođenju *DiToM* testa probira 4+, te za učinkovitu evaluaciju rješenja učenika iz Vašeg razreda. Na sljedećim stranicama pronaći ćete:

1. kratak uvod o ciljevima i smjernicama Erasmus+ projekta *DiToM*;
2. detaljne, korak-po-korak upute za provođenje *DiToM* testa probira 4+ u učionici;
3. sažeta objašnjenja svakog zadatka u *DiToM* 4+ testiranju, uključujući bilješke o mogućim načinima podrške za učenike čiji rezultati testiranja ukazuju na praznine u znanju ključnih matematičkih pojmova i vještina;
4. smjernice o tome kako procijeniti i dokumentirati rezultate.

Vodič s uputama za provođenje testiranja (Poglavlje 2) i tablice za bodovanje (Poglavlje 4) mogu se zasebno preuzeti kao pojedinačne PDF datoteke s web stranice <http://www.ditom.org/hr>

Preporučujemo da se *Uputu za provedbu testiranja* ispiše obostrano sa spiralnim uvezom. U tom isprintanom vodiču, stranicu za čitanje uputa naglas možete okrenuti prema sebi, dok stranica okrenuta prema učenicima često sadrži primjer koji Vam pomaže objasniti što se očekuje od učenika.

1) Ciljevi i smjernice projekta *DiToM*

Učenje matematike napreduje u fazama jer se novo znanje nadograđuje se na prethodno usvojeno. Kada nedostaje temeljno znanje i vještine, učenicima je sve teže shvatiti i razumjeti matematički sadržaj koji se nadovezuje na te osnove. Nacionalne i međunarodne studije pokazuju da značajan broj učenika ne ispunjava minimalne standarde iz matematike u razrednoj nastavi, te prema gore spomenutim razlozima, gotovo neizbježno nastavljaju imati poteškoća u učenju matematike od 5. do 8. razreda. Zabrinjavajuće je da mnogi mladi ljudi završavaju obavezno školovanje bez da su postigli osnovnu razinu matematičke pismenosti koja je, prema OECD-u, ključna za "potpuno sudjelovanje u društvenom životu."

Stoga, kako bi to spriječili, nastavnici moraju prepoznati poteškoće u učenju matematike – što je ranije i preciznije moguće. Samo na temelju toga moguće je poduzeti ciljane mjere podrške. Upravo ovdje važnu ulogu ima EU projekt *Dijagnostički alati u matematici (DiToM)*. U partnerstvu između Njemačke, Francuske, Grčke, Hrvatske, Italije, Švedske i Španjolske, razvijeno je pet međusobno povezanih testova probira. Ovi alati omogućuju nastavnicima da na kraju ili na početku školske godine dobiju jasan uvid u to koji su učenici u potencijalnom riziku da zaostanu u matematici ako im se ne osigura ciljana podrška.

Testiranja slijede dvogodišnji ciklus:

- **Testovi probira 0+** za početak 1. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 2+** za kraj 2. razreda / početak 3. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 4+** za kraj 4. razreda / početak 5. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 6+** za kraj 6. razreda / početak 7. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 8+** za kraj 8. razreda / početak 1. razreda srednje škole

Što su *DiToM* testovi probira i koja je njihova namjena?

Testovi probira su standardizirani testovi koji se rješavaju korištenjem papira i olovke. Usmjereni su na provjeru ključnog matematičkog znanja i vještina koje bi trebale biti usvojene na početku razreda kako bi se novi matematički sadržaj mogao usvajati s razumijevanjem. Svaki od pet razvijenih testova može se provoditi s cijelim razredom unutar jednog nastavnog sata, te koristeći pripremljene tablice za bodovanje (vidi Poglavlje 4) ocijeniti uz relativno malo uloženog vremena. Rezultati testiranja daju strukturirani pregled matematičkih sadržaja za koje će neki učenici vjerojatno trebati dodatnu podršku.

Riječ "*vjerojatno*" je ključna: probir **ne** može zamijeniti individualnu, kvalitativnu procjenu djetetovog statusa u znanju koje posjeduje. U najboljem slučaju, probir pruža početne naznake o strategijama ili pristupima rješavanju koje je dijete moglo primijeniti. Za dublje razumijevanje nužna su ciljana opažanja i individualni razgovori, uz zadatke koji omogućuju finiju diferencijaciju. Međutim, probir može poslužiti kao vrijedna polazna točka za identifikaciju učenika koji bi imali najveću korist od takvih naknadnih i detaljnijih procjena.

Što su "ključne matematičke kompetencije"?

Kao što je već istaknuto, školsku matematiku karakterizira "*unutarnja hijerarhija učenja*" (Wittmann, 2015, str. 199). To je posebno istinito u aritmetici (brojevi i operacije) i algebri, te su upravo to područja na koja se *DiToM* testovi fokusiraju. U tim je područjima moguće u svakoj fazi učenja identificirati *ključne kompetencije*, one bez kojih daljnje učenje ne može biti smisleno i održivo.

Primjerice, da bi učenici bili uspješni u baratanju prirodnim brojevima, moraju ih razumjeti kroz *koncept dio-cjelina*, što je razvojni proces koji bi trebao biti dovršen tijekom prvog razreda osnovne škole. Koncept dio-cjelina podrazumijeva, na primjer, da se broj sedam shvaća kao cjelina sastavljena od dijelova: pet i dva, četiri i tri, jedan i šest, i tako dalje. Ovo razumijevanje trebalo bi postati automatizirano, tako da dijete više ne mora svjesno nastojati odrediti broj pet kao nedostajući dio broja sedam kada je drugi dio (broj dva) već zadan. Drugim riječima, učenici bi trebali spontano razmišljati o brojevima kroz njihove dekompozicije i međusobne odnose. Ova kombinacija *razumijevanja* i automatizacije karakteristična je za mnoge ključne kompetencije: tek kada određene vještine postanu automatizirane, oslobađa se mentalni kapacitet potreban za rješavanje složenijih matematičkih izazova.

Je li ključna kompetencija "razmišljanja o brojevima kao kompozicijama" (ili "dekompoziciji brojeva") dobro utvrđena, može se, primjerice, vidjeti u djetetovim strategijama računanja. Dijete koje broj sedam doživljava kao kompoziciju brojeva pet i dva, jednostavno će znati izračunati razliku $7 - 5$ već u prvom razredu, bez brojanja. Učenici koji nemaju tu vještinu često se i dalje oslanjaju na mukotrpne strategije brojanja koje su sklone pogreškama sve do viših razreda osnovne škole. Zbrajanje i oduzimanje temeljeno na brojanju ubrzo postaje neizvedivo kada se pojave dvoznamenkasti ili troznamenkasti brojevi. Osim toga, učenici bez te vještine imaju poteškoća u povezivanju činjenica prilikom množenja. Na primjer, prepoznavanje da je umnožak $9 \cdot 6$ za šest manji od lako pamtljivog umnoška $10 \cdot 6$. Nedostatak jedne ključne vještine (percepcija broja kao kompozicija) otežava usvajanje drugih (zbrajanje, oduzimanje, množenje), koje preduvjeti za naprednije matematičke vještine (dijeljenje, proporcionalno zaključivanje, itd.).

Ovaj se lanac nastavlja dalje tijekom cijelog osnovnoškolskog obrazovanja: učenici koji imaju poteškoća s prirodnim brojevima suočavaju se s još većim izazovima pri radu s razlomcima i decimalnim brojevima. Algebra kasnije nadograđuje uvide koji su trebali biti stečeni radom s osnovnim aritmetičkim operacijama u razrednoj nastavi. Bez tih uvida, algebra se učenicima može činiti kao nerazumljiv kod.

Zbog toga se *DiToM* testovi probira fokusiraju se na ključno znanje i vještine – one koje treba pouzdano utvrditi na početku 1., 3., 5., 7. razreda osnovne škole i na početku 1. razreda srednje škole, kako bi daljnje matematičko učenje moglo uspješno napredovati.

Nakon provođenja *DiToM* testiranja – što slijedi?

Koristeći alate za evaluaciju, opisane u Poglavlju 4, nastavnici popunjavaju tablicu (u Excel-u ili na papiru) koja se može čitati u dva smjera:

- **Po retcima:** Rezultati svakog učenika pokazuju koje je zadatke riješio točno, djelomično točno, netočno ili ostavio praznima — što daje ukupni rezultat za tog učenika.
- **Po stupcima:** Za svaki zadatak tablica prikazuje koliko je učenika zadatak riješilo točno, djelomično točno, netočno ili ga uopće nije riješilo.

S obzirom na pojedine učenike:

DiToM nije namijenjen etiketiranju učenika. Testovi probira **nisu namijenjeni identifikaciji učenika** s "diskalkulijom". Kliničke dijagnoze takve vrste ne odgovaraju na ključno pitanje na koje *DiToM* želi odgovoriti: *Kako nastavnici mogu podržati učenike koji se muče s ključnim aritmetičkim znanjem i vještinama?* Ciljana podrška zahtijeva razumijevanje trenutne razine znanja svakog učenika. *DiToM* pomaže identificirati one učenike kojima je detaljna procjena hitno potrebna—ništa više, ali ni manje. U Poglavlju 3 dane su smjernice o tome koje vrste podrške mogu biti korisne za svaki pojedini zadatak.

"Kritični pragovi", dani u Poglavlju 4, utvrđeni su na temelju testiranja *DiToM* testova probira. U pilot testiranjima sudjelovalo je sveukupno 8820 učenika u sedam partnerskih zemalja. Primjenom *Analize latentnih klasa* (vidi Livingston, 2014), učenici su grupirani na sljedeći način:

- **Skupina A:** Učenici koji pokazuju opsežne poteškoće u više ključnih kompetencija.
- **Skupina B:** Učenici koji pokazuju naznake poteškoća u određenim područjima.
- **Skupina C:** Učenici kod kojih nema značajnih naznaka poteškoća.

Važno je zapamtiti da svaki probir identificira samo „*trenutnu sliku stanja*“. Neki učenici možda su jednostavno imali loš dan ili bili ometeni, dok su drugi – unatoč poduzetim mjerama – prepisivali odgovore. Rezultate probira stoga treba tumačiti oprezno. Uvijek ih treba usporediti s opažanjima iz svakodnevne nastave i koristiti kao poticaj za daljnje ciljano promatranje.

Ako se pokaže da neki učenik spada u **skupinu A**, postoji opravdan razlog očekivati da će se njegove matematičke poteškoće pogoršavati tijekom školske godine, osim ako se ne provedu pravovremene i učinkovite intervencije. U Poglavlju 3 dane su opće smjernice za takve intervencije, temeljene na ključnom znanju i vještinama koje svaki zadatak procjenjuje. Za opsežnije upute, nastavnici se mogu osloniti na relevantnu literaturu.

Učenici iz **skupine B** također će vjerojatno trebati ciljanu podršku barem u nekim područjima kako bi uspješno napredovala u učenju. Vrijedi naglasiti da svi zadaci testova probira procjenjuju *ključno znanje i vještine*. Testovi probira su namjerno osmišljeni tako da ne razlikuju učenike s visokim postignućima - idealno bi bilo da većina učenika smatra zadatke prilično jednostavnima. Stoga bi se bilo kakve pogreške učenika **iz skupine C** na pojedinačnim zadacima trebale shvatiti ozbiljno, jer mogu otkriti nedostatke u ključnim vještinama.

S obzirom na razred u cjelini:

Ovo posljednje posebno vrijedi kada rezultati pokažu da je više učenika imalo poteškoća s istim zadatkom. To može ukazivati na nedovoljno uvježbavanje odgovarajućih vještina, bilo u prethodnim razredima ili prije upisa u školu. U takvim slučajevima, važno je da se prilike za učenje i uvježbavanje već sada osiguraju, čak i ako se prema kurikulumu već prešlo na obradu novog gradiva. Pritom, važno je uzeti u obzir hijerarhijsku strukturu matematičkog sadržaja: svaka razina ovisi o razumijevanju temeljnih i prethodno obrađenih sadržaja.

2) Upute za provedbu testa probira 4+

DiToM test probira 4+ dizajniran je za primjenu na cijeli razred na kraju 4. ili odmah na početku 5. razreda osnovne škole. Obuhvaća sljedeća područja:

- 1 Pisanje brojeva (do milijun)
- 2 Uspoređivanje brojeva
- 3a Zbrajanje s 1/10/100 i grupiranje
- 3b Oduzimanje za 1/10/100 i grupiranje
- 4 Brojevni pravac
- 5 Raspolavljanje brojeva do 10 000
- 6a Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje
- 6b Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje višekratnika broja 10
- 7a Pisano zbrajanje
- 7b Pisano oduzimanje
- 8 Razumijevanje operacije zbrajanja / oduzimanja
- 9 Osnove operacije množenja
- 10 Osnove operacije dijeljenja
- 11 Mentalno računanje: množenje i dijeljenje višekratnika broja 10
- 12 Razumijevanje operacije množenja (Reprezentacija)
- 13 Razumijevanje operacija: zadaci zadani riječima
- 14 Pisano množenje
- 15 Pisano dijeljenje
- 16 Izvođenje više računskih operacija

Sljedeće poglavlje pruža detaljne upute (zadatak po zadatak) o tome što treba reći učenicima prije i tijekom testiranja.

Ove upute dostupne su i kao **zasebna PDF datoteka** koji možete besplatno preuzeti s web-a ditom.org. Ako taj dokument isprintate, dobit ćete knjižicu iz koje možete naglas čitati upute za učenike zadatak po zadatak i vraćati se na ključne točke koje treba imati na umu tijekom testiranja.

Prije i za vrijeme podjele knjižica sa zadacima

- Recite učenicima da biste na kraju 4. razreda / na početku 5. razreda željeli saznati što su do sada savladali od gradiva iz matematike.
- Najavite da će svaki učenik dobiti knjižicu sa zadacima za rješavanje i da ćete ih Vi voditi kroz zadatke i reći im što trebaju u svakom zadatku napraviti. Važno je da obrate pažnju i pažljivo slušaju Vaše upute.
- Objasnite im da je iznimno važno da zadatke rješavaju samostalno. Prvi razlog, ako prepisuju, rješenja drugih učenika mogu biti pogrešna. Drugi razlog, jer želite znati koje je sadržaje svaki učenik već savladao ili u kojem dijelu gradiva još ima poteškoća, kako biste im mogli pomoći.
- Ako smatrate da je potrebno i dostupno, postavite pregrade između učenika tijekom izvođenja testa. Provjerite da su svi stolovi prazni i da svaki učenik ima pribor za pisanje.
- Zamolite učenike da pišu olovkom. U slučaju da su nešto pogrešno napisali, neka precrtaju što je pogrešno i napišu točan odgovor iznad, ispod ili pored pogrešnog odgovora. Možda ćete to htjeti ukratko demonstrirati na ploči.
- Recite učenicima da ćete ih **Vi voditi kroz zadatke jedan po jedan i da ćete objasniti što trebaju učiniti u svakom zadatku. Naglasite im da sami NE idu naprijed kroz zadatke!** Podsjetite ih da ne nastave sami, čak i ako završe zadatak prije drugih. Trebali bi okrenuti stranicu samo kada im to kažete.
- Objasnite im da je jako važno pažljivo slušati Vaše upute!
- Recite im da će neki zadaci biti popraćeni dodatnim primjerom koji ćete pokazati pred cijelim razredom neposredno prije rješavanja.
- **Neki zadaci imaju vremensko ograničenje.** Kako biste izbjegli stres, nemojte to najavljivati unaprijed. Umjesto toga, recite im da očekujete da će neke zadatke riješiti prilično brzo jer ih vjerojatno već znaju napamet. Stoga, kod takvih zadataka nakon kratkog vremena Vi ćete reći učenicima da trebaju prestati rješavati i trebaju odložiti olovku na stol. Naglasite im da nije važno ako ne završe neki zadatak na vrijeme.
- Za **zadatke bez vremenskog ograničenja**, koristite vlastitu prosudbu kada reći STOP. Preporuka je prekinuti rješavanje takvih zadataka kada je većina učenika završila s rješavanjem. Neki učenici mogu trebati znatno više vremena od velike većine. Međutim, ako drugi moraju predugo čekati, može se javiti nemir. Stoga je najbolje u nekom trenutku reći STOP i uvjeriti one koji nisu završili da to nije važno, te pohvaliti učenike za njihov trud.
- Sada **podijelite knjižice sa zadacima** i naglasite da **moraju ostati zatvorene na stolovima** dok im u nekom trenutku ne kažete da ih otvore. Najprije zamolite učenike da na naslovnicu napišu svoje ime, prezime i razred.

1 Pisanje brojeva (do milijun)

Nije potreban primjer.

Zadatak 1

a) _____
b) _____
c) _____

Nema vremenskog
ograničenja.

“Sada, molim vas, okrenite stranicu na prvi zadatak.”

“Vidite tri retka a) do c).”

“Diktirat ću vam tri broja da ih zapišete jedan ispod drugoga.”

“Ovo su tri broja:”

→ Pročitajte **dvaput** svaki broj!

Nakon prvog/drugog broja, recite: “Sada poslušajte sljedeći broj.”

a) “**pet tisuća osamdeset (i) devet** (5 089)”

b) “**četrdeset tri tisuće (i) pet** (43 005)”

c) “**tristo tisuća (i) petsto** (300 500).”

“Sada pogledajmo primjer za sljedeći zadatak.

Nemojte još okrenuti stranicu.”

2 Uspoređivanje brojeva

Primjeri

→ Napišite sljedeća dva primjera na ploču:

500 550

600 550

“Usporedimo prvi par brojeva. Broj 500 je *manji* od broja 550. Zato između njih pišemo znak za *manje*: $500 < 550$.”

→ Napišite simbol “<” između prvog para brojeva.

“Sada pogledajmo drugi par brojeva. Broj 600 je *veći* od 550. Zato pišemo znak za *veće* između: $600 > 550$.”

→ Napišite simbol “>” između drugog para brojeva.

Zadatak 2

a) 6 001 5 999

b) 7 955 7 599

c) 99 899 102 101

Nema vremenskog
ograničenja.

“Molim vas da sada okrenete stranicu na sljedeći zadatak.”

“Ovdje vidite tri nova para brojeva. Usporedite brojeve i napišite ispravan simbol između njih.”

“Kada završite, odložite olovku.”

Savjet: Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na primjer za sljedeći zadatak.

“Sada ću vam pokazati primjer za sljedeći zadatak. NEMOJTE još okrenuti stranicu!”

3a Zbrajanje s 1/10/100 i grupiranje

Primjeri

→ Napišite sljedeće primjere na ploču:

→ Napišite: **Za 1 više od 236:** _____

“Za jedan više od 236 je ... (neka učenici najprije odgovore) ... 237.”

→ Napišite 237 na praznu crtu pored 236.

→ Zatim, napišite: **Za 10 više od 350:** _____

“Za deset više od 350 je ... (neka učenici najprije odgovore) ... 360.”

→ Napišite 360 na praznu crtu pored 350.

→ Napišite: **Za 100 više od 570:** _____

“Za sto više od 570 je ... (neka učenici najprije odgovore) ... 670.”

→ Napišite 670 na praznu crtu pored 570.

Zadatak 3a

a) Za 1 više od 9 899: _____

b) Za 10 više od 4 590: _____

c) Za 100 više od 3 900: _____

Nema vremenskog
ograničenja.

“Sada, molim vas, okrenite stranicu na zadatak.”

“Ovdje vidite tri broja. Vaš zadatak je odrediti što je **za 1 više, zatim za 10 više, te za 100 više od** zadanog. Razmislite pažljivo i napišite točne brojeve na prazne crte.”

“Kada završite, odložite olovku.” *Savjet:* Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na primjer za sljedeći zadatak.

“Sada ću vam pokazati primjer za sljedeći zadatak. NEMOJTE još okrenuti stranicu!”

3b Oduzimanje za 1/10/100 i grupiranje

Primjeri

“Sljedeći zadatak sličan je onom koji ste upravo riješili. Međutim, ovdje se radi o rješenjima koja su manja od zadanih brojeva.”

“Evo nekoliko primjera:”

→ Napišite na ploču: **Za 1 manje od 236:** _____

“Za jedan manje od 236 je ... (neka učenici prvo odgovore) ... 235.”

→ Napišite 235 na praznu crtu pored 236.

Napišite na ploču: **Za 10 manje od 350:** _____

“Za deset manje od 350 je ... (neka učenici prvo odgovore) ... 340.”

→ Napišite 340 na praznu crtu pored 350.

→ Napišite na ploču: **Za 100 manje od 570:** _____

“Za sto manje od 570 je ... (neka učenici prvo odgovore) ... 470.”

→ Napišite 470 na praznu crtu pored 570.

Zadatak 3b

a) Za 1 manje od 7 000: _____

b) Za 10 manje od 3 500: _____

c) Za 100 manje od 4 000: _____

Nema vremenskog
ograničenja.

“Sada, molim vas, okrenite stranicu na sljedeći zadatak.”

“Ovdje vidite tri broja. Vaš zadatak je odrediti što je **za 1 manje**, **zatim za 10 manje**, **te za 100 manje** od zadanog. Napišite točne brojeve na prazne crte.”

“Kada završite, odložite olovku.” *Savjet:* Možete im također i ovdje reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

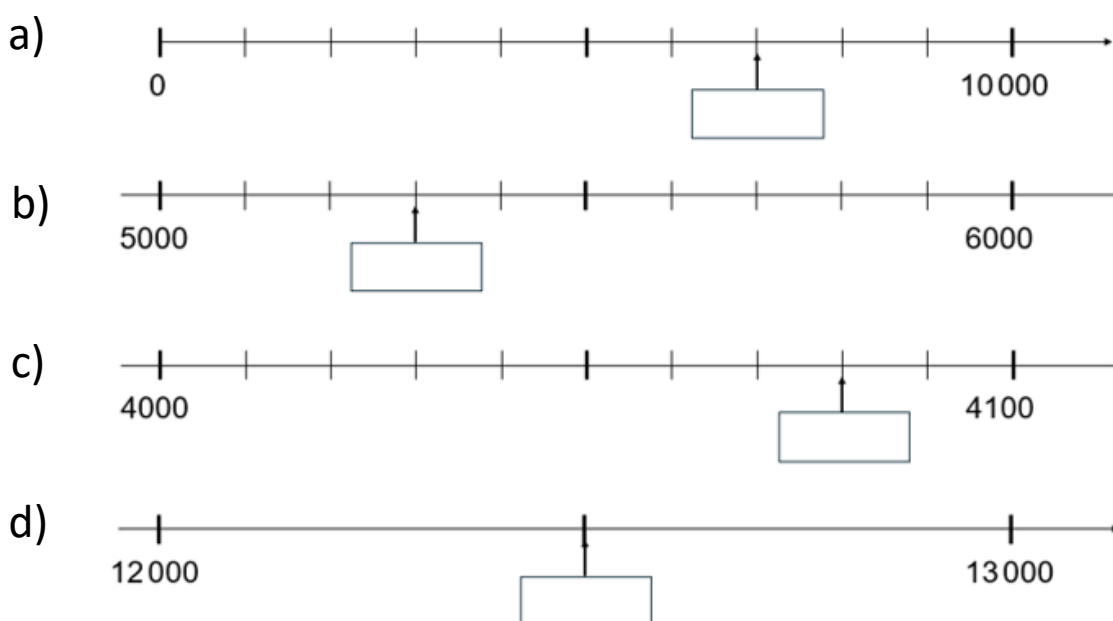
“Sada prelazimo na sljedeći zadatak, ali bez prethodnog primjera, pa vas molim da okrenete stranicu.”

4 Brojevni pravac

Nije potreban primjer.

Zadatak 4

Nema vremenskog
ograničenja.



“Ovdje vidite četiri **različita** brojevna pravca.”

„Na svakom brojevnom pravcu **obratite pažnju na brojeve koji su već napisani i koliko je oznaka između tih brojeva!**”

“Napišite brojeve koji nedostaju u prikazane pravokutnike. Strelica pokazuje broj na pravcu koji tražite. Gledajte pažljivo! **Brojevni pravci su svi različiti.**”

“Kada završite, molim vas odložite olovku.” *Savjet:* Možete im također i ovdje reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na primjer za sljedeći zadatak.

5 Raspolavljanje brojeva do 10 000

Primjer

“Sljedeći zadatak je s raspolavljanjem brojeva. Evo jednog primjera.”

→ Napišite na ploču: **Pola od 400:** _____

“Pola od 400 je (neka učenici prvo odgovore) ... 200.”

Zadatak 5

a) Pola od 1 000: _____

b) Pola od 500: _____

c) Pola od 700: _____

d) Pola od 3 000: _____

Vremensko
ograničenje: 40 sek

“Molim vas, sada okrenite stranicu na novi zadatak.”

“Ovdje vidite četiri broja. Zapišite polovine tih brojeva.”

“Počnite sad!”

→ Brojite do 40 u sebi.

“Sada odložite olovku. Nije važno ako još niste završili. Molim vas, nemojte više pisati na ovoj stranici, već slušajte mene.

Objasnit ću vam sljedeći zadatak. NEMOJTE još okrenuti stranicu.”

6a Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje

Nije potreban primjer.

Zadatak 6a

a) $248 + 52 =$ _____

b) $637 + 99 =$ _____

c) $723 - 24 =$ _____

d) $453 - 99 =$ _____

Vremensko
ograničenje: 60 sek

“Vaš sljedeći zadatak je zbrajanje i oduzimanje brojeva.

Na sljedećoj stranici vidjet ćete dva zadatka sa zbrajanjem i dva zadatka s oduzimanjem.”

“Dobro pogledajte brojeve prije nego što započnete računati. **To su posebni brojevi, pokušajte pronaći jednostavan način za računanje!**”

“Računajte ‘u glavi’ i samo zapišite rezultate.”

“Sada okrenite stranicu na taj zadatak.”

„Kao što je rečeno, pogledajte brojeve prije nego što počnete računati i budite oprezni. Prvo su dva zadatka sa zbrajanjem, zatim dva zadatka s oduzimanjem.”

“Počnite sada.”

→ *Brojite do 60 u sebi.*

“Molim vas, sada odložite olovku. Opet, nije važno ako još niste završili!

Objasnit ću vam primjer za sljedeći zadatak.”

6b Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje višekratnika broja 10

Nije potreban primjer.

Zadatak 6b

a) $3\,600 + 900 =$ _____	
b) $56\,000 + 8\,000 =$ _____	
c) $3\,200 - 700 =$ _____	
d) $54\,000 - 5\,000 =$ _____	

Vremensko
ograničenje: 60 sek

“Na sljedećoj stranici naći ćete još nekoliko zadataka sa zbrajanjem i oduzimanjem brojeva.”

“Sada okrenite stranicu na sljedeći zadatak.”

“Ponovno, dobro pogledajte brojeve i obratite pažnju na znak plus i minus.”

“Počnite sada.”

→ *Brojite do 60 u sebi.*

“Molim vas, sada odložite olovku. Opet, nije važno ako još niste završili!”

“Molim vas, okrenite stranicu na sljedeći zadatak.”

7a Pisano zbrajanje

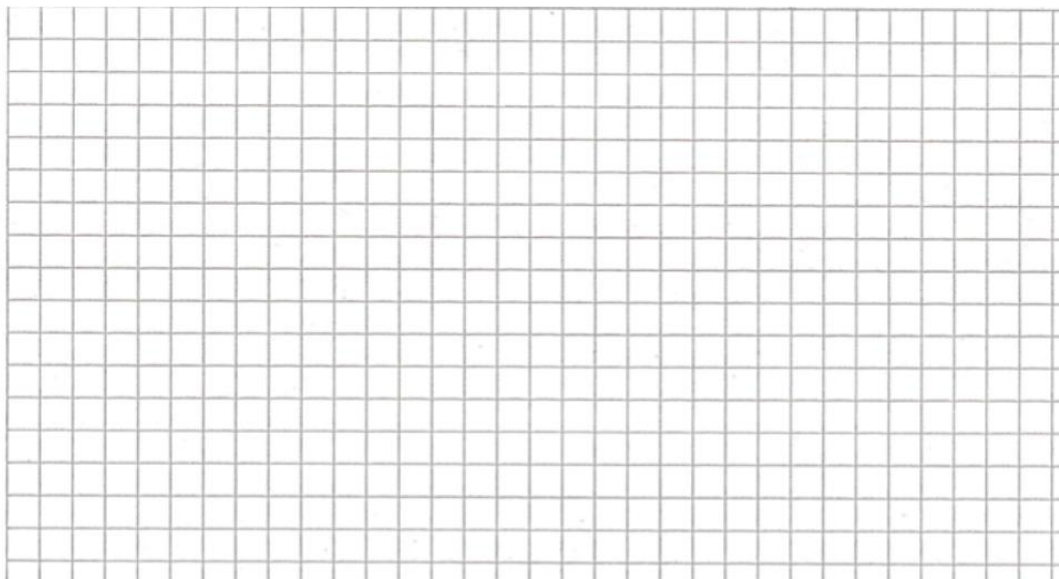
Nije potreban primjer.

Zadatak 7a

Nema vremenskog
ograničenja.

a) $548 + 36$

b) $760 + 564$



“Ovdje ćete pronaći još dva zadatka sa **zbrajanjem** brojeva.”

“U ovom slučaju, zadaci se trebaju riješiti koristeći duži, **pisani postupak zbrajanja**.”

“Započnite svaki zadatak tako da zapišete dva broja jedan ispod drugoga, a zatim izračunajte njihov zbroj.”

“Kada završite, molim vas odložite olovku.” *Savjet:* Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak s pisanim oduzimanjem brojeva.

7b Pisano oduzimanje

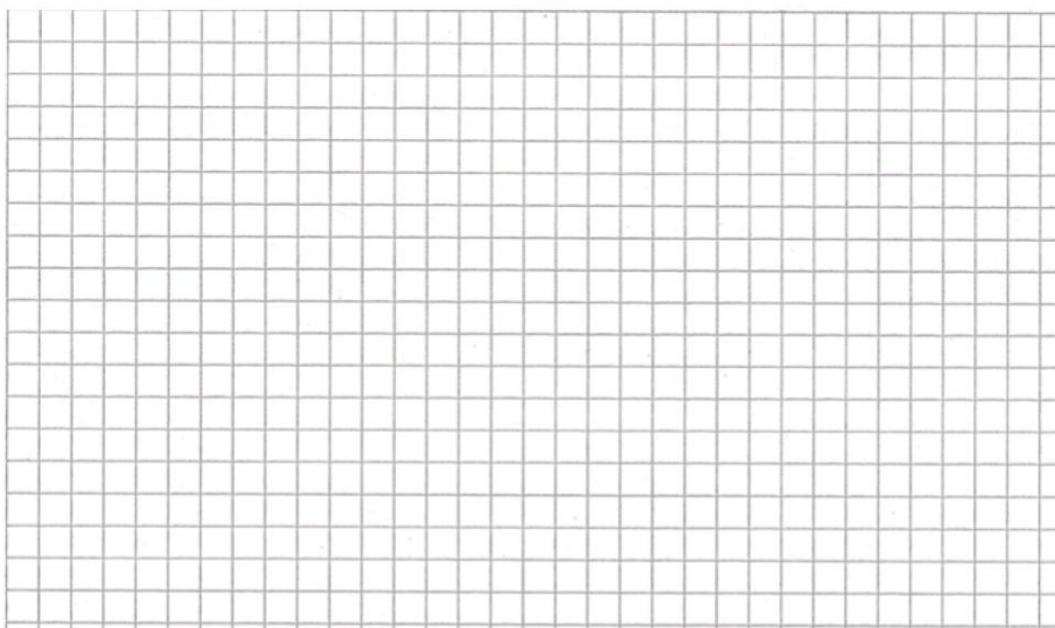
Nije potreban primjer.

Zadatak 7b

Nema vremenskog
ograničenja.

a) $711 - 67$

b) $806 - 534$



“Sada, molim vas, okrenite stranicu. Pronaći ćete još dva zadatka, ovaj put se radi o oduzimanju brojeva.”

“Zadaci se trebaju riješiti pomoću dužeg, **pisanog postupka oduzimanja brojeva.**”

“Svaki zadatak započnite tako da zapišete dva broja jedan ispod drugoga, a zatim izračunate njihovu razliku.”

“Kada završite, molim vas odložite olovku.” *Savjet:* Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

“Nemojte još okrenuti sljedeću stranicu, već čekajte da vam kažem kada da to učinite.”

8 Razumijevanje operacije zbrajanja / oduzimanja

Nije potreban primjer.

Nema vremenskog
ograničenja.

Zadatak 8

David ima 35 godina.

On je 4 godine stariji od Helene.

Koliko godina ima Helena?

Račun: _____

Odgovor: Helena ima _____ godina.

“Molim vas, okrenite stranicu. Sljedeći je zadatak zadan riječima. **Pročitat ću vam zadatak.**”

“David ima 35 godina. On je 4 godine stariji od Helene. Koliko godina ima Helena?”

→ **Pročitajte zadatak DVA puta na glas.**

“Zapišite svoj račun i odgovor.”

“Kada završite, molim vas odložite olovku i pričekajte.” *Savjet:* Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

“Prije nego okrenete stranicu, objasniti ću sljedeći zadatak. Radi se o tablici množenja.”

“Pokušajte zapisati rezultate **što brže možete, ali također se potrudite da svi rezultati budu točni!**”

9 Osnove operacije množenja

Nije potreban primjer.

Zadatak 9

a) $6 \cdot 1 =$ _____

b) $10 \cdot 8 =$ _____

c) $8 \cdot 4 =$ _____

d) $7 \cdot 9 =$ _____

e) $9 \cdot 0 =$ _____

f) $7 \cdot 5 =$ _____

Vremensko ograničenje:
30 sek

“Ovdje su zadaci koje trebate riješiti, a odnose se na tablicu množenja. **Počnite sada i budite brzi i točni!**”

→ *Brojite do 30 u sebi.*

„Molim vas, sada odložite olovku. Nemojte se stresirati, nije važno ako niste završili sve zadatke!

Ne pišite više na ovoj stranici, objasniti ću sljedeći zadatak.

Na sljedećoj stranici pronaći ćete zadatke za dijeljenje.”

10 Osnove operacije dijeljenja

Nije potreban primjer.

Zadatak 10

a) $80 : 10 =$ _____

b) $6 : 6 =$ _____

c) $28 : 4 =$ _____

d) $72 : 9 =$ _____

e) $30 : 5 =$ _____

f) $7 : 1 =$ _____

Vremensko ograničenje:
30 sek

“Sada imate zadatke s dijeljenjem.

Pokušajte zapisati rezultate što brže možete, ali također se potrudite da svi rezultati budu točni!”

„I bez stresa, jednostavno to učinite najbolje što možete! Sada okrenite stranicu na sljedeći zadatak!”

„Počnite rješavati sada i budite brzi i točni.”

→ *Brojite do 30 u sebi.*

”Molim vas, sada odložite olovku.

Još jednom ponavljam nema problema ako niste završili sve zadatke!”

„Molim vas, okrenite na sljedeću stranicu!”

11 Mentalno računanje: množenje i dijeljenje višekratnika broja 10

Nije potreban primjer.

Zadatak 11

a) $7 \cdot 5\,000 =$ _____

b) $50 \cdot 20 =$ _____

c) $60\,000 : 100 =$ _____

d) $3\,000 : 5 =$ _____

Nema vremenskog
ograničenja

“Ovdje vidite dva zadatka s množenjem i dva zadatka s dijeljenjem brojeva.”

“Ovaj put imamo veće brojeve pa je u redu ako uzmete malo više vremena za računanje. **Obratite pozornost na nule!**”

“Riješite zadatke ‘u glavi’ i zapišite samo rezultate.”

“Budite pažljivi: prvo su dva zadatka s množenjem, a zatim slijede dva zadatka s dijeljenjem brojeva!”

“Počnite sada! Kada završite, molim vas odložite olovku.”

“Odlično! Sada ste stvarno puno računali! Idemo dalje. Ostalo je još samo nekoliko zadataka.”

“Molim vas, okrenite na sljedeću stranicu.”

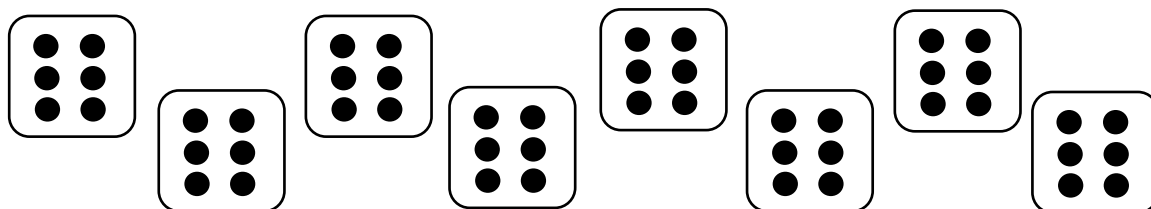
12 Razumijevanje operacije množenja (Reprezentacija)

Nije potreban primjer.

Zadatak 12

Nema vremenskog
ograničenja.

Kako izračunati ukupan broj točaka na slici?



Zapiši račun s množenjem koji odgovara slici!

Ne treba napisati ukupan broj točaka!

Moj račun: _____

“Pogledajte ovu sliku. Ovdje možete vidjeti 8 jednakih kockica! Da biste izračunali ukupan broj točkica, možete prebrojati sve točkice, ali to je prilično zamorno. Ali također je moguće izračunati taj ukupan broj točkica.

“Vaš je zadatak zapisati **množenje** koje odgovara slici! Ne morate zapisati rezultat, već samo račun koji dovodi do ukupnog broja točkica prikazanih na slici!”

“Zapišite svoj račun na praznu crtu!”

“Kada završite, molim vas odložite olovku!”

“Sada okrenite na sljedeću stranicu. Dozvolite da vam prvo objasnim zadatak.”

13 Razumijevanje operacija: zadaci zadani riječima

Nije potreban primjer.

Nema vremenskog ograničenja.

Zadatak 13

a)	Pekar je kupio 24 paketa jaja. U svakom paketu ima 6 jaja. Koliko jaja je pekar kupio?	$24 : 6$	1
b)	24 jaja je raspoređeno u pakete. Svaki paket sadrži 6 jaja. Koliko paketa jaja je napunjeno?	$24 - 6$	2
		$24 \cdot 6$	3
c)	U hladnjaku je bilo 24 jaja. Kuhar je izvadio 6 jaja iz hladnjaka. Koliko jaja je ostalo u hladnjaku?	$24 + 6$	4

“Ovdje vidite tri različita zadatka zadana riječima i četiri različite računske operacije, sve s istim brojevima.”

“Prvo ću pročitati ta tri zadatka zadana riječima koji su prikazani s lijeve strane.”

→ **Pročitajte ih na glas jedan za drugim!**

“Koja operacija napisana s desne strane odgovara nekom od tri dana zadataka?”

“Povežite crtom svaki zadatak s odgovarajućom operacijom. Ne morate računati i pisati rezultat.”

“Naravno, jedan od računa ne odgovara niti jednom od zadataka!”

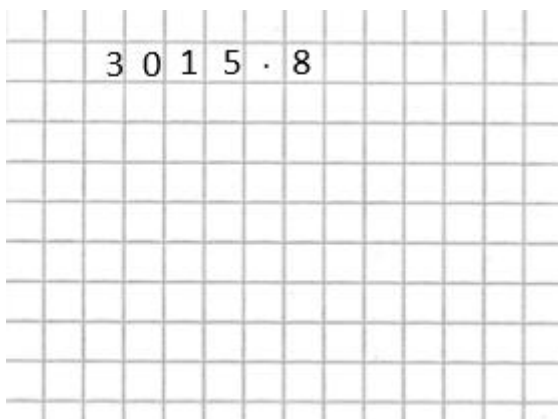
“Kada završite, molim vas odložite olovku.” “Sada okrenite na sljedeću stranicu!”

14 Pisano množenje

Nije potreban primjer.

Zadatak 14

Nema vremenskog
ograničenja.



“Ovdje ćete pronaći zadatak s pisanim postupkom množenja brojeva.”

“Zapišite svoj postupak računanja i izračunajte umnožak zadanih brojeva.”

“Kada završite, molim vas odložite olovku.”

Savjet: Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

15 Pisano dijeljenje

Nije potreban primjer.

Zadatok 15

Nema vremenskog
ograničenja.

5 2 8 : 3

“Sada okrenite stranicu na kojoj nam slijedi zadatak s pisanim postupkom dijeljenja brojeva.”

“Zapišite svoj postupak računanja i izračunajte količnik zadanih brojeva.”

“Kada završite, molim vas odložite olovku.”

Savjet: Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

„Na sljedećoj stranici nalazi se posljednji zadatak!”

16 Izvođenje više računskih operacija

Nije potreban primjer.

Zadatak 16

a) $12 + 2 \cdot (16 - 12) =$ _____

b) $24 - (9 + 6) : 3 =$ _____

c) $30 : 6 + 4 \cdot 5 =$ _____

Nema vremenskog
ograničenja.

“Ovdje se nalazi posljednji zadatak, a odnosi se na primjenu više računskih operacija da bi se odredilo rješenje.”

“Korištenje zagrada i više računskih operacija zahtijeva pažljivo rješavanje zadataka!”

“Dobro pogledajte što je zadano i kojim redoslijedom ćete računati zadane izraze.”

“Kada završite, molim vas odložite olovku i zatvorite svoju radnu knjižicu. Ja ću pokupiti knjižice.”

→ *Nakon što pokupite sve radne knjižice, zahvalite učenicima na njihovom trudu i nagradite ih igrom ili bilo čime što smatrate prikladnim kao nagradu!*

3) Objašnjenja i prijedlozi za podršku vezani za pojedinačne zadatke *DiToM* testa probira 4+

Zadatak 1: Pisanje brojeva

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje sposobnost učenika da izgovoren broj pravilno zapišu pomoću znamenki, odnosno da znamenke postave u ispravan redoslijed.

a) 5 089

b) 43 005

c) 300 500

Zašto je ova vještina ključna?

Sposobnost izgovoren broj ispravno napisati pomoću znamenki temeljna je numerička vještina jer pokazuje da učenici mogu: povezati govornu i pisanu reprezentaciju broja, što je ključno za praćenje uputa, tumačenje tekstualnih zadataka i jasno prenošenje matematičkih ideja. Osim toga učenici pokazuju da tečno barataju s brojevima, što znači da su bolje pripremljeni za aritmetiku, uspoređivanje i slaganje brojeva, prepoznavanje uzoraka. Isto tako učenici pokazuju kako se služe pamćenjem i pažnjom, što znači da mogu zapamtiti broj i pravilno posložiti njegove znamenke. Na kraju ova se vještina može primijeniti u svakodnevnim situacijama, na primjer zapisivanje datuma, mjerenja i osobnih podataka.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Kod zapisivanja brojeva 5 089, 43 005 ili 300 500, mogu se pojaviti različite vrste pogrešaka, od kojih svaka ukazuje na različite izazove u obradi i pisanju brojeva. Učenici mogu pogrešno postaviti ili obrnuti redoslijed znamenaka, na primjer pišući 5 089 kao 5 809, što pokazuje poteškoće u održavanju ispravnog redoslijeda znamenki. Brojevi koji sadrže nule u sredini ili između znamenki često predstavljaju posebne probleme, jer učenici mogu izostaviti ili pogrešno postaviti te nule, primjerice pišući 43 005 kao 4 305 ili 300 500 kao 3 005 000. Osim toga, neki učenici mogu potpuno preskočiti dijelove broja, što sugerira probleme s memorijom ili održavanjem pažnje tijekom pisanja. Učenici također mogu krivo čuti ili krivo razumjeti broj, miješajući slične znamenke ili zahtijevajući ponavljanje broja više puta, što može ukazivati na poteškoće s razumijevanjem ili koncentracijom u slušanju. Još jedna moguća pogreška je da učenici pišu riječi redoslijedom kojim ih čuju: pet tisuća osamdeset devet kao 500 089.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Učenici koji imaju poteškoća s pisanjem brojeva koji se čitaju naglas često imaju koristi od podrške koja naglašava prepoznavanje obrazaca u brojevima, umjesto da se svaka znamenka piše pojedinačno. Za brojeve s više od četiri znamenke, korisno je pokazati učenicima da se oni sastoje od ponavljajućih skupina od tri znamenke – stotice, desetice i jedinice – i te skupine tvore tisućice, deset tisućica, stotine tisućica i dalje. Korištenje vizualnih alata poput grafikona, brojčanih mreža ili podloga za određivanje mjesne vrijednosti znamenaka, može olakšati razumijevanje ovih uzoraka. Vježba bi trebala poticati učenike da svaku skupinu znamenki zapisuju kao jednu cjelinu (blok) i povežu izgovoreni broj s tim blokovima, umjesto da se fokusiraju samo na pojedinačne znamenke. Jačanje vještina slušanja, pamćenja i raščlanjivanja je korisno, ali glavni cilj je pomoći učenicima da prepoznaju i koriste ponavljajuće obrasce kod velikih brojeva kako bi ih mogli točno i samouvjereno zapisati. Također, koristan pristup mogu biti usmene vježbe u kojima nastavnici zapisuju brojeve i pritom broje naglas u koracima povećanja po 10 ili po 100.

Zadatak 2: Uspoređivanje brojeva

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje sposobnost učenika da uspoređuju višeznamenkaste brojeve i na ispravan način upotrijebe simbole za veće od, manje ili jednako.

a)	6 001	5 999
b)	7 955	7 599
c)	99 899	102 101

Zašto je ova vještina ključna?

Uspoređivanje brojeva ključna je vještina jer je temeljna za razumijevanje brojeva i njihovog poretka. Kada učenici uspoređuju brojeve počinju prepoznavati obrasce u znamenkama kako se brojevi povećavaju ili smanjuju, što omogućuje razvoj razumijevanja mjesnih vrijednosti. Ova vještina također jača logičko razmišljanje i donošenje odluka, jer učenici moraju pažljivo analizirati brojeve kako bi utvrdili što je veće, manje ili jednako. Usporedba brojeva čini temelj za mnoge matematičke zadatke, uključujući razumijevanje nejednadžbi, rješavanje aritmetičkih problema i rad s decimalnim brojevima.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Kada se od učenika traži da unesu ispravan simbol ($<$, $>$, $=$) između brojeva poput 5 999 i 6 001, zatim između 7 955 i 7 599, ili između 99 899 i 102 101, može se pojaviti nekoliko uobičajenih pogrešaka. Česta pogreška je fokusiranje na posljednju znamenku umjesto na cijeli broj. Na primjer, učenik može napisati $5\,999 > 6\,001$ jer je 9 veće od 1 na mjestu jedinica. Slično tome, u primjeru s 7 955 i 7 599, učenik može usporediti samo posljednje dvije znamenke (55 naspram 99) i pogrešno zaključiti da je $7\,955 < 7\,599$, zanemarujući mjesto stotica. Još jedna česta pogreška je zbunjenost zbog posebnih znamenki, gdje učenici misle da je $99\,899 > 102\,101$ jer "99..." izgleda veće od "10...". Neki također mogu pogrešno koristiti znak jednakosti, na primjer, pišući $7\,955 = 7\,599$ jer brojevi izgledaju vrlo slično. Postoji i mogućnost pogrešaka u orijentaciji simbola, gdje učenik zna da je 5 999 manje od 6 001, ali ipak napiše $5\,999 > 6\,001$, što pokazuje zbunjenost prilikom korištenja znaka nejednakosti. Signali upozorenja na koje treba obratiti pažnju uključuju učenike koji usporeno ili s oklijevanjem uspoređuju, dosljedno se oslanjajući samo na posljednju znamenku, te uporno koriste znak "=" kao pogađanje odgovora ili primjenjuju pogrešne prečace poput "veća zadnja znamenka znači veći broj." Sve to ukazuje na nerazumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka ili pravilnoj upotrebi simbola za usporedbu.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Kada učenici imaju poteškoća s usporedbom brojeva, često primjećujemo dvije glavne vrste pogrešaka. Neki učenici znaju koji je broj veći, a koji manji, ali koriste pogrešan simbol ($<$, $>$, $=$), dok se drugi muče odrediti koji je broj veći, ponekad se zbunjujući oko određivanja vrijednosti pojedinih jednoznamenkastih brojeva. Podrška se može prilagoditi svakoj situaciji. Za učenike koji miješaju simbole, korisno je objasniti im značenje svakog simbola, potaknuti ih da verbaliziraju svoje odgovore prije pisanja i prakticirati na pravilnu upotrebu simbola. Za učenike koji imaju poteškoća s razumijevanjem koji je broj veći, nastavnici ih mogu usmjeravati da uspoređuju brojeve znamenku po znamenku s lijeva na desno. Pritom je preporuka da se započne s jednostavnijim cijelim brojevima prije nego što prijeđu na veće brojeve, te ih potaknuti da objasne svoje razmišljanje, kako bi razvili istinsko razumijevanje, a ne samo slijediti pravila.

Zadatak 3a: Zbrajanje s 1/10/100 i grupiranje

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka i sposobnost dodavanja 1, 10 ili 100 zadanim brojevima, uključujući postupke grupiranja ili prijenosa, te baratanje višeznamenkastim brojevima.

a) Za 1 više od 9 899: _____

b) Za 10 više od 4 590: _____

c) Za 100 više od 3 900: _____

Zašto je ova vještina ključna?

Dodavanje 1, 10 ili 100 uz grupiranje ključna je vještina jer pomaže učenicima razumjeti kako se brojevi mijenjaju ovisno o mjesnim vrijednostima znamenaka. Ona učvršćuje ideju da znamenke na različitim pozicijama u broju predstavljaju različite vrijednosti i pokazuje kako napraviti prijenos ili "grupiranje" kada znamenka prelazi 9 (prelazak desetice). Savladavanje ove vještine ključno je za mentalno računanje, zbrajanje s većim brojevima i ostale aritmetičke operacije, jer gradi i konceptualno razumijevanje i proceduralnu tečnost. Također pomaže učenicima prepoznati obrasce u brojevima i primijeniti zbrajanje u praktičnim, stvarnim situacijama.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Učenici mogu dodavati na krivo mjesto, primjerice zbrajajući 100 na 3 900 i pišući 3 910 umjesto 4 000, ili dodajući 10 na 4 590 i pišući 4 690. Učenici možda neće pravilno prenositi ili grupirati znamenke, ne shvaćajući da dodavanje 1 na 9 899 povećava desetice i stotice da bi se doseglo 9 900.

Osim toga, učenici mogu krivo shvatiti što znači "za 1 više", "za 10 više" ili "za 100 više", primjenjujući zbrajanje na pogrešnu znamenku. Još jedna česta pogreška je pogrešno praćenje jednostavnih obrazaca, poput stalnog povećavanja zadnje znamenke ili samo jednog mjesta bez obzira na strukturu broja. Te pogreške često ukazuju na poteškoće u razumijevanju mjesne vrijednosti znamenke, prijenosu/grupiranju i povezivanju s točnim pozicijama u višeznamenkastim brojevima, što je ključno za točan izračun i mentalnu aritmetiku.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Ako učenik ima poteškoća odrediti za 1, 10 ili 100 veći broj od zadanog, važno je najprije procijeniti njegovo razumijevanje dekadskog sustava i mjesnih vrijednosti. Podrška može započeti s konkretnim aktivnostima koristeći manipulativne materijale koji predstavljaju jedinice, desetice i stotice, kako bi formirali snopove i pomogli im uočiti kako se brojevi mijenjaju prilikom zbrajanja. Zatim se usredotočite na zadatke gdje je potrebno napraviti prijenos/grupiranje, na primjer uvećati 9 899 za 1 ili uvećati 3 900 za 100. Učenici bi trebali postupno uvježbavati rješavanje tih zadataka bez pomoćnih materijala, nadograđujući svoja iskustva. Tijekom cijelog procesa potičite učenike da čim više verbaliziraju svoja obrazloženja, prvo uz vodstvo, a kasnije samostalno.

Zadatak 3b: Oduzimanje za 1/10/100 i grupiranje

a) Za 1 manje od 7 000: _____

b) Za 10 manje od 3 500: _____

c) Za 100 manje od 4 000: _____

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka i sposobnost oduzimanja za 1, 10 ili 100, uključujući „rastavljanje brojeva“ te točnost u računanju s višeznamenkastim brojevima.

Zašto je ova vještina ključna?

Razumijevanje dekadskog sustava i mjesnih vrijednosti znamenki čini osnovu za računanje s višeznamenkastim brojevima (a kasnije i decimalnim brojevima), te za povezivanje tih brojeva sa svijetom u kojem živimo (npr. procjenjivanje, grube izračune i procjenjivanje omjera u stvarnim situacijama). Sposobnost rješavanja zadataka koji uključuju razdvajanje dekadskih jedinica ukazuje na višu razinu razumijevanja, za razliku od zadataka koji uključuju grupiranje. Poteškoće s „razdvajanjem brojeva“ su puno češće.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Učenici mogu odgovoriti da je 7 000 umanjeno za 1 jednako 6 000, ili (ako su naučili da takvi odgovori trebaju uključivati jednu ili više devetki) 7 009 ili 6 009 (mogući su i drugi odgovori). Za 10 manje od 3 500 može biti, između ostalog, 3 400 ili 2 500. Za 100 manje od 4 000 može biti 3 000 (mogu se pojaviti i drugi netočni odgovori).

Osim netočnih ili ne ponuđenih odgovora, alarmantno je ako učenik koristi algoritamski (pisani) postupak oduzimanja kako bi pronašao odgovore, čak i ako su odgovori točni. Učenici bi trebala moći brzo izračunati ove zadatke, na temelju razumijevanja da tisuću znači deset stotina, sto desetica i tako dalje.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

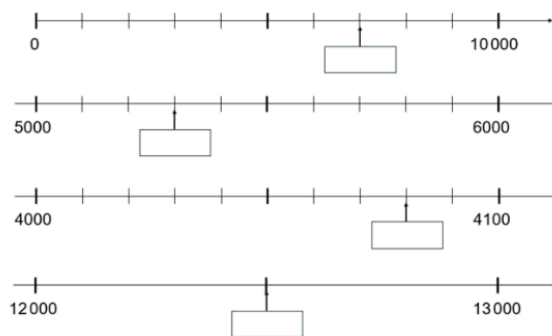
Kao je već spomenuto, razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenki je višeslojno. Ako učenik ima poteškoća s ovim zadatkom, preporučuje se sveobuhvatnija procjena njegovog trenutnog razumijevanja načela dekadskog sustava.

Ovisno o rezultatima, možda će biti potrebno ponovno razmotriti temeljni koncept principa grupiranja brojeva. Važno je koristiti zadatke u kojima učenik formira dekadске snopove s odgovarajućim (didaktičkim) materijalima. Na temelju toga, fokus bi se trebao preusmjeriti na specifične zadatke koji zahtijevaju „rastavljanje brojeva“, kao što je to slučaj u *DiToM*-zadatku 5 (na primjer, raspolavljanje broja 3 000). Kao i uvijek, važno je pomoći učenicima da napreduju u rješavanju takvih zadataka bez pomoćnih materijala.

Zadatak 4: Brojevni pravac

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje sposobnost učenika da prepoznaju intervale i udaljenosti između brojeva na brojevnom pravcu, te da postave brojeve (do 100 000) na točno mjesto.



Zašto je ova vještina ključna?

Ispravno postavljanje brojeva na brojevni pravac jedan je aspekt razumijevanja odnosa između brojeva, osobito rednih brojeva (koji brojevi dolaze prije ili iza drugih). Pomaže učenicima da vizualiziraju veličinu i položaj brojeva, razviju snažan osjećaj za numeričku veličinu i razumiju odnose između brojeva. To dodatno potvrđuje razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka pokazujući na koji način znamenke doprinose ukupnoj vrijednosti broja.

Prikazivanje brojeva na brojevnom pravcu ključno je za mnoge druge vještine, poput zaokruživanja brojeva i procjene zbrojeva i razlika brojeva. Prikaz brojeva na brojevnom pravcu kasnije se koristi za razlomke, decimalne brojeve, mjerenja i skale.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Neki učenici broje crtice na pravcu bez razumijevanja zadanog brojevnog raspona, što dovodi do pogrešaka (posebno ako razmaci između oznaka na pravcu nisu udaljeni za 1). Česta pogreška je zanemarivanje uloge nule u brojevima (izostavljanje ili pogrešno postavljanje nula). Na primjer, u zadatku 4a) mogu napisati 700 umjesto 7 000, ili u zadatku 4b) mogu napisati 5 030 umjesto 5 300. Ponekad pogreške ukazuju na dublje nerazumijevanje brojeva ili mjesnih vrijednosti znamenaka. Na primjer, brojevi mogu biti nizani pogrešnim redoslijedom (npr. 70 000 prije 10 000).

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Ako učenik ne može razumno procijeniti gdje treba smjestiti broj, to može ukazivati na loše razumijevanje brojeva. Nastavnici trebaju utvrditi da li je poteškoća u brojanju (npr. preskakanju brojeva), pogrešnom shvaćanju mjesnih vrijednosti znamenaka (npr. miješanju 100 s 10), u skaliranju (npr. nerazumijevanju postavljenih udaljenosti među brojevima) ili u izostavljanju ili pogrešnom postavljanju nula.

Učenici imaju koristi od vježbanja zadataka koji uključuju pozicioniranje brojeva na brojevni pravac. Fokus treba staviti na djelomično ispunjene brojevne pravce, koje učenici moraju dovršiti s nedostajućim brojevima. Referentne točke označene bojama (npr. 0, 10, 100) mogu poboljšati razumijevanje. Preporuka je također uvježbavati pozicioniranje brojeva bez preciznih oznaka i poticati učenike da procjenjuju na temelju poznatih referentnih točaka. Nastavnici mogu tražiti od učenika da objasne svoje rasporede. Gdje je moguće, nastavnici mogu koristiti interaktivne brojevne pravce koji omogućuju učenicima da povlače i ispuštaju brojeve. Konteksti iz stvarnog života (npr. vremenske crte, ravna, temperaturne ljestvice) također mogu pomoći za bolje razumijevanje.

Zadatak 5: Raspolavljanje brojeva do 10 000

a) Pola od 1 000: _____

b) Pola od 500: _____

c) Pola od 700: _____

d) Pola od 3 000: _____

Ključna vještina u ovom zadatku

Konceptualno razumijevanje postupka prepolovljavanja velikih brojeva korištenjem učinkovitih mentalnih strategija, uključujući razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka i pregrupiranje.

Zašto je ova vještina ključna?

Raspolavljanje većih brojeva temeljno je za složenije operacije dijeljenja, jer pruža odskočnu dasku za dijeljenje brojeva (npr. parnim brojevima) kroz višestruko prepolovljavanje brojeva. Učenici koji su već razvili vještinu prepolovljavanja brojeva, pokazuju jači osjećaj za brojeve i razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka, prepoznajući ponašanje znamenki na različitim pozicijama u broju koji se raspolavlja. Štoviše, ova je vještina ključna za razvoj mentalnih strategija računanja koje nadilaze dijeljenje. Na primjer, tehnike prepolovljavanja i udvostručavanja brojeva mogu se koristiti za pojednostavljenje problema množenja, pronalaženje postotaka (kao što su 50% i 25%) te rad s razlomcima i proporcijama. Osim toga, prepolovljavanje ima značajne primjene u stvarnom svijetu s kojima se učenici redovito susreću. Od ravnomjernog dijeljenja novca ili nekih količina između dvije osobe do izračunavanja popusta, mjerenja sastojaka za kuhanje ili određivanja vremenskih intervala. Sposobnost brzog i preciznog prepolovljavanja količina praktički je neprocjenjiva. Kada učenici postignu brzinu, kognitivni resursi mogu se usmjeriti na višu razinu rezoniranja i rješavanja problema.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Pogreške u računanju su česte. Učenici mogu pogrešno prepoloviti pojedinačne znamenke bez razmatranja njihovih mjesnih vrijednosti, na primjer, tumačeći "polovicu od 3 000" kao "polovicu od 3, polovicu od 0, polovicu od 0, polovicu od 0". Neki učenici griješe u osnovnim računskim operacijama, poput tvrdnje da polovica od 1 000 iznosi 50 umjesto 500, što ukazuje na praznine u razumijevanju na koji način mjesna vrijednost znamenke utječe na podjelu. Zablude o mjesnim vrijednostima znamenaka predstavljaju ozbiljnije konceptualne poteškoće. Na primjer, kada raspolavljaju broj 7 000, mogu dati odgovor poput 350 umjesto 3 500, pokazujući da razumiju aritmetiku (polovica od 7 je 3.5), ali ne mogu pravilno primijeniti koncept mjesne vrijednosti za pravilno pozicioniranje znamenki. Znakovi upozorenja uključuju pretjerano oslanjanje na strategije brojanja ili pisane algoritme za probleme koje treba mentalno riješiti, poput korištenja postupka „dugog dijeljenja“ za pronalazak polovice od 1000. Nekonzistentna izvedba – ispravno raspolavljanje nekih brojeva dok se borite sa sličnim problemima – ukazuje na slabo konceptualno razumijevanje. Osim toga, učenici koji izbjegavaju ove probleme ili izražavaju tjeskobu moguće je da nemaju povjerenja u svoje znanje o mjesnim vrijednostima znamenaka ili u osnovne činjenice o prepolovljavanju brojeva.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Konkretna i vizualna potpora je ključna za one učenike koji imaju poteškoća s apstraktnim pojmovima. Koristite materijale poput blokova baze deset ili tablice za učenje mjesnih vrijednosti znamenaka da biste pokazali na koji način prepolovljavanje brojeva utječe na različite mjesne vrijednosti njegovih znamenaka. Na primjer, pokažite da prepoloviti 1 000 znači uzeti 10 stotina i podijeliti ih u dvije jednake skupine po 5 stotina, što rezultira 500. Alternativno, koristite brojevne pravce, nizove ili blokove kako biste ilustrirali odnos između prepolovljavanja i dijeljenja s 2. Osnovne činjenice o prepolovljavanju jednoznačenastih i višekratnika broja 10 su jako važne. Potaknite učenike da prepoznaju obrasce, što im može pomoći da naučene činjenice učinkovito primijene na veće brojeve. Na primjer, ako znaju da polovica od 10 iznosi 5, onda polovica od 100 je 50, polovica od 1000 je 500, i tako dalje. Koristeći procjenu "predvidi pa provjeri" za procjenu razumnosti prije izračuna, na primjer, "Je li polovica od 700 bliža 300 ili 400? Zašto?"

Koristite autentične kontekste koji prirodno sugeriraju prepolovljavanje brojeva i omogućuju provjeru, poput "Recept traži 1000 g brašna; Koliko je potrebno za napraviti samo pola smjese?"

Zadatak 6a Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje

Ključna vještina u ovom zadatku

Brza i točna primjena mentalnih strategija za zbrajanje i oduzimanje brojeva do 1000.

Zašto je ova vještina ključna?

Mentalne strategije računanja temeljne su za napredno matematičko učenje, jer učenici razvijaju numeričku fleksibilnost potrebnu za rješavanje složenih više stupanjskih problema, algebarsko zaključivanje i proporcionalno razmišljanje u višim razredima. Mentalne strategije računanja značajno povećavaju učinkovitost rješavanja problema smanjenjem kognitivnog opterećenja, omogućujući učenicima da se usmjere na razumijevanje konteksta, odabir prikladnih operacija i složenije matematičko zaključivanje. Štoviše, ove strategije povezane su s konceptualnim znanjem učenika o brojevima i njihovim međusobnim odnosima, osjećaju brojeva i mjesnih vrijednosti znamenaka (npr. kada učenici prepoznaju da se $248 + 52$ može riješiti razmišljanjem " $248 + 2 + 50$ " ili čak " $(250 - 2) + (50 + 2)$ ", ili da $637 + 99$ postaje lakše kao " $637 + 100 - 1$ "), što čini temelj za kasnije učenje koje uključuje decimalne brojeve, razlomke i proporcionalno zaključivanje. Na kraju, sposobnost brzog i preciznog mentalnog računanja koristeći strategije procjene pokazuje se neprocjenjivom u raznim svakodnevnim praktičnim situacijama.

- | | |
|----|--------------------|
| a) | $248 + 52 =$ _____ |
| b) | $637 + 99 =$ _____ |
| c) | $723 - 24 =$ _____ |
| d) | $453 - 99 =$ _____ |

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Pogreške u računanju nastaju kada učenici imaju poteškoća s strategijama kompenzacije. Mogu identificirati 99 kao blizu 100, ali zaborave prilagoditi svoj konačni odgovor, računajući $637 + 99$ kao $637 + 100 = 737$ bez oduzimanja 1. Učenici također mogu napraviti računske pogreške s prilagođenim brojevima, poput pogrešnog izračuna $248 + 50$ ili $723 - 20$, što pokazuje praznine u temeljnom znanju o brojevima. Pogreške u odabiru strategije ukazuju na konceptualne poteškoće. Učenici mogu koristiti neučinkovite strategije brojanja ili pokušavati mentalno replicirati algoritme pisanog računanja, što dovodi do pogrešaka i povećanog kognitivnog opterećenja.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Objasnite učenicima hijerarhijsku organizaciju računskih operacija i na koji način ona ovisi o razumijevanju mjesnih vrijednosti znamenaka. Koristite brojevne pravce za ilustraciju metoda kompenzacije, primjerice pokazujući da se $637 + 99$ može predstaviti preskakanjem na broj 737 ($637 + 100$) i zatim korakom unatrag za jedan korak. Tablice mjesnih vrijednosti pomažu učenicima razumjeti kako se prilagodbe između znamenki primjenjuju u zadacima poput $453 - 99$. Blokovi baze deset mogu modelirati "prijateljske brojeve", što pokazuje zašto $248 + 52$ postaje lakše kada se zapiše kao $250 + 50$. Potaknite učenike prepoznati "bliske brojeve" i kada su strategije kompenzacije najučinkovitije. Pomozite im prepoznati brojeve bliske višekratnicima broja 10 ili 100 (kao što su 99, 101, 98, 102) i vježbajte dvofazni proces: prilagoditi brojeve za stvaranje prijateljskih brojeva, a zatim kompenzirati u suprotnom smjeru. Koristite zadatke dizajnirane za ove obrasce, poput $248 + 52$ (bliski parovi), $637 + 99$ (blizu stotica) i $723 - 24$ (blizu desetica). Potaknite učenike da pitaju: "Jesu li ti brojevi blizu višekratnicima od 10 ili 100?" i "Bi li prilagodba pomogla?" Naučite ih korake kompenzacije: identificirajte bliske brojeve, odlučite o prilagodbi, računajte s prijateljskim brojevima i kompenzirajte u suprotnom smjeru.

Zadatak 6b: Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje višekratnika broja 10

Ključna vještina u ovom zadatku

Brza i točna primjena mentalnih strategija zbrajanja i oduzimanja višekratnika broja 10.

a) $3\,600 + 900 =$ _____

b) $56\,000 + 8\,000 =$ _____

c) $3\,200 - 700 =$ _____

d) $54\,000 - 5\,000 =$ _____

Zašto je ova vještina ključna?

Mentalno računanje s brojevima koji su višekratnici od 10 uključuje vještinu razumijevanja dekadskog sustav i mjesnih vrijednosti znamenaka, što je temelj za računanje s većim brojevima i decimalnim brojevima. Kada učenici računaju s brojevima, poput $3\,600 + 900$ ili $54\,000 - 5\,000$, trebaju primijeniti mjesne vrijednosti svake pojedine znamenke u tim brojevima, te način na koji operacije utječu na te mjesne vrijednosti. Fleksibilno razmišljanje o brojkama, na primjer, "36 stotica plus 9 stotica jednako je 45 stotica" ili "54 tisućica minus 5 tisućica", razvija osjećaj za brojeve. Fokus je na brzini i točnosti u razmišljanju a zatim i u računanju. Te vještine pripremaju učenike za formalne pisane metode. Učenici koji mogu vizualizirati kombinacije tisućica i stotica imaju bolje razumijevanje zbrajanja i oduzimanja brojeva. Mentalne strategije također uključuju procjenu i provjeru. Razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka u velikim brojevima ima praktične primjene, primjerice u novcu, populaciji, udaljenostima i proizvodnji, u svakodnevnom životu.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Učenici mogu znamenke promatrati pojedinačno, ne razumijevajući njihove pozicije unutar brojeva. Na primjer, pri izračunu $3\,600 + 900$, mogu zbrojiti $3 + 9$ i $6 + 0$ zasebno, što rezultira odgovorima poput 12 600 umjesto da prepoznaju da se radi o zbrajanju 36 i 9 stotica. Učenici često teško shvaćaju da 54 000 sadrži 54 tisućice (ili 5 deset tisućica i 4 tisućice). Pogreške povezane s nulom nastaju kada učenici ne razumiju ulogu nule kao jedne od znamenki u velikom broju. Mogu neprimjereno izgubiti ili dodati nule, računajući da je zbroj $56\,000 + 8\,000$ jednak broju 5 680 ili 640 000 umjesto broju 64 000. Interferencija algoritma nastaje kada učenici koriste algoritam za pisano zbrajanje bez razumijevanja, što dovodi do pogrešaka kada računaju s brojevima koji imaju različit broj znamenaka ili nula. Znakovi upozorenja uključuju zbunjenost učenika kod kombiniranja brojeva, poput tvrdnje da $3\,200 - 700$ znači "oduzimanje 7 od 3" umjesto prepoznavanja da se od 32 stotice oduzima 7 stotica. Učenici koji daju neprimjerene odgovore pokazuju praznine u razumijevanju brojeva i mjesnih vrijednosti znamenaka. Oni učenici koji izbjegavaju ove zadatke ili se oslanjaju na neučinkovite strategije brojanja često nemaju savladane ključne vještine za rješavanje ovakvih zadataka.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Strategije podrške trebale bi razvijati konceptualno razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka u brojevima, te brzo i točno računanje. Vizualna pomagala (brojevni pravac,)pomažu učenicima da shvate mjesne vrijednosti znamenaka kod velikih brojeva. Potaknite učenike da prepoznaju da primjerice: "3 600 je 36 stotica, 900 je 9 stotica, pa je zbroj 36 i 9 stotica jednak 45 stotica, što se zapisuje 4 500." Za razliku $54\,000 - 5\,000$ naglasite: "54 tisućica umanjeno za 5 tisućica jednako je 49 tisućica." Progresivno razvijanje vještina trebalo bi započeti s jednostavnijim primjerima prije povećanja složenosti. Stoga, započnite sa stoticama prije tisućica. Koristite obrasce, na primjer usporedite sljedeće jednakosti $36 + 9 = 45$, $360 + 90 = 450$, te $3\,600 + 900 = 4\,500$. Procjena rezultata pomaže identificirati besmislena rješenja (npr. "3 600 je blizu 4 000, 900 je blizu 1 000, pa bi odgovor trebao biti blizu 5 000"). Isto tako provjeru rješenja možete potaknuti inverznim operacijama. Osim toga, stvarni konteksti čine izračune smislenim. Scenariji poput:

"Tvornica proizvodi 54 000 strojeva tjedno. Ovaj tjedan napravili su 5000 strojeva manje. Koliko ih je proizvedeno ovaj tjedan?" Ponekad je zgodno učenicima predstaviti netočna rješenja i od njih zahtijevati da pronađu pogreške.

Zadatak 7a: Pisano zbrajanje

a) $548 + 36$

b) $760 + 564$

Ključna vještina u ovom zadatku

Brzo i točno zbrojiti troznamenkaste brojeve, primjenom algoritma za pisano zbrajanje.

Zašto je ova vještina ključna?

Primjena pisanog postupka zbrajanja dvaju brojeva ključni je dio osnovnog matematičkog obrazovanja. Ovaj postupak pruža pouzdanu strategiju za računanje s većim brojevima. Formalne pisane metode, kada se pravilno podučavaju, potiču razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka. Poravnavanje znamenki i prepoznavanje operacija jačaju konceptualno razumijevanje strukture brojeva. Znanje o mjesnim vrijednostima znamenaka priprema učenike za decimalne brojeve, razlomke i algebarsko zaključivanje. Ti algoritmi pružaju mehanizme provjere rješenja i nude alternativne pristupe u računanju. Učenici koji ovladaju i mentalnim i pisanim metodama zbrajanja, mogu odabrati odgovarajuće strategije i provjeriti rješenja različitim pristupima. Ova fleksibilnost povećava samopouzdanje u rješavanju problema.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Određivanje mjesnih vrijednosti znamenaka i poravnanje znamenki prilikom pisanog zbrajanja dvaju broja temeljne su vještine koje utječu na točnost rješenja. Učenici mogu pogrešno poravnati znamenke prilikom postavljanja izračuna. Na primjer, postavljanje zbroja $548 + 36$ sa znamenkom 6 ispod znamenke 4 umjesto znamenke 8. Česte pogreške u postupku pisanog zbrajanja dvaju brojeva uključuju zaboravljanje ili netočan prijenos broja ukoliko dođe do prelaska desetice. Algoritamske pogreške nastaju kada učenici pak pogrešno primjenjuju postupke, poput računanja s lijeva na desno umjesto s desna na lijevo, ili kada zamjenjuju operacije. Neki učenici primjenjuju pravila neprimjereno, na primjer, uvijek prenoseći broj 1. Osim toga, znakovi upozorenja uključuju poteškoće sa zbrajanjem brojeva koji sadrže nulu (npr. $806 + 534$).

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Konkretni vizualni prikazi pružaju ključnu potporu učenicima za razumijevanje pisanih metoda zbrajanja. Tablice mjesnih vrijednosti znamenaka pomažu učenicima vizualizirati poravnanje brojeva prilikom zbrajanja. Vizualni modeli poput proširenog zapisa zbrajanja premošćuju jaz između mentalnih strategija i algoritama pokazujući da se $548 + 36$ odnosi na $(500 + 40 + 8) + (30 + 6)$. Navikavajte učenike na rutinu: poravnajte znamenke prema mjesnim vrijednostima, te izračunajte zbroj zadanih brojeva. Koristite dosljedan jezik i potičite učenike da verbaliziraju svoja razmišljanja. Pokažite učenicima primjere s pogreškama i zamolite ih da prepoznaju te pogreške. Na primjer, prikazati $548 + 36 = 574$ i objasniti zašto je to netočno. Započnite od jednostavnih (bez prelaska desetice) k složenijim zadacima. Potaknite učenike procjenjivati moguće odgovore prije izračunavanja. Kao potporu učenicima kojima je potrebna podrška, koristite strukturirane resurse poput NCETM-ovih materijala za zbrajanje i oduzimanje brojeva.

Zadatak 7b: Pisano oduzimanje

a) $711 - 67$

b) $806 - 534$

Ključna vještina u ovom zadatku

Brzo i točno oduzimati troznamenkaste brojeve, primjenom algoritma za pisano oduzimanje.

Zašto je ova vještina ključna?

Primjena pisanog postupka oduzimanja dvaju brojeva ključni je dio osnovnog matematičkog obrazovanja. Ovaj postupak pruža pouzdanu strategiju za računanje s većim brojevima. Formalne pisane metode, kada se pravilno podučavaju, potiču razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka. Poravnavanje znamenki i prepoznavanje operacija jačaju konceptualno razumijevanje strukture brojeva. Znanje o mjesnim vrijednostima znamenaka priprema učenike za decimalne brojeve, razlomke i algebarsko zaključivanje. Ti algoritmi pružaju mehanizme provjere rješenja i nude alternativne pristupe u računanju. Učenici koji ovladaju i mentalnim i pisanim metodama zbrajanja, mogu odabrati odgovarajuće strategije i provjeriti rješenja različitim pristupima. Ova fleksibilnost povećava samopouzdanje u rješavanju problema.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Određivanje mjesnih vrijednosti znamenaka i poravnanje znamenki prilikom primjene algoritma za pisano oduzimanje dvaju broja temeljne su vještine koje utječu na točnost rješenja. Učenici mogu pogrešno poravnati znamenke prilikom postavljanja izračuna. Na primjer, postavljanje razlike $806 - 34$ sa znamenkom 3 ispod znamenke 8 umjesto znamenke 0. Česte pogreške u postupku pisanog oduzimanja dvaju brojeva događaju se kada je gornja znamenka manja od donje, kada prenose broj iz pogrešnog stupca ili pak kod prijenosa broja koji pamte umjesto oduzimanja provedu zbrajanje. Problemi također često puta nastaju kada umanjjenik sadrži nulu, što dovodi do preskakanja prijenosa desetice, „izgubljenih nula“ i slično.

Algoritamske pogreške nastaju kada učenici pogrešno primjenjuju postupke, poput računanja s lijeva na desno umjesto s desna na lijevo, ili kada miješaju korake, malo zbrajaju malo oduzimaju.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Konkretni vizualni materijali pomažu učenicima da shvate metodu pisanog oduzimanja. Koristite tablicu mjesnih vrijednosti znamenaka za modeliranje prijenosa desetice tijekom pregrupiranja. Vizualni modeli poput proširenog zapisa povezuju mentalne strategije pokazujući da se razlika $806 - 534$ odnosi na produljeni zapis $(800 + 0 + 6) - (500 + 30 + 4)$. Navikavajte učenike također i ovdje na rutinu, najprije ispravnog poravnanja znamenki prema mjesnim vrijednostima, pritom počnite od stupca s jedinicama, zatim krenite oduzimati znamenke po stupcima s lijeva na desno i pritom pazite na prijenos desetice u sljedeći stupac s lijeva.

Pokažite učenicima primjere s pogreškama i zamolite ih da identificiraju te pogreške. Započnite od jednostavnih (bez prelaska desetice) k složenijim zadacima, uključujući lančane prijenose desetice (na primjer, $1\,200 - 487$). Stvarni konteksti čine formalne metode smislenima, pa im predložite situacije poput: "Kino ima 760 sjedala. Prodano je 564 ulaznica. Koliko je sjedala ostalo prazno?" Potaknite učenike da procjenjuju rješenja (na primjer, $806 - 534$ treba biti između 200 i 300). Kao potporu učenicima kojima je potrebna podrška, koristite strukturirane resurse poput NCETM-ovih materijala za zbrajanje i oduzimanje brojeva.

Zadatak 8: Razumijevanje operacije zbrajanja / oduzimanja

David ima 35 godina. On je 4 godine stariji od Helene. Koliko godina ima Helena?

Račun: _____

Odgovor: Helena ima _____ godina.

Ključna vještina u ovom zadatku

Razumijevanje i rješavanje problemskih zadataka zadanih riječima koji uključuju primjenu operacije oduzimanja. U ovom slučaju, radi se o godinama.

Zašto je ova vještina ključna?

Ova vještina pokazuje specifične matematičke sposobnosti. Omogućuje učenicima matematički modelirati stvarne situacije, povezujući apstraktne pojmove sa svakodnevnim životom. Provjerava se ključna vještina prepoznavanja operacije oduzimanja brojeva i logičko zaključivanje. Primjena ove vještine u poznatim kontekstima, poput izračunavanja broja godina, čini učenje relevantnijim. U konačnici, izoštrava matematičko razmišljanje, čineći temeljnu komponentu matematičke pismenosti.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Učenici se često suočavaju s problemima razlike u godinama. Česta pogreška je pogrešno tumačenje jezika – poput pretpostavke da "više nego/4 godine stariji" znači zbrajati umjesto oduzimati brojeve – što dovodi do primjene pogrešnih operacija. Čak i kada se odabere ispravna operacija, pogreške u oduzimanju ukazuju na šire probleme s aritmetičkom fluentnošću. Moguće je kod učenika uočiti i dublje konceptualna nerazumijevanja. Neki učenici koriste netočne operacije poput množenja ili dijeljenja, što pokazuje nepovezivanje problema i ispravne strategije računanja. Drugi se pak muče objasniti svoje razloge, što ukazuje na ograničenu meta-kognitivnu svjesnost. Upotreba metode brojanja (na primjer, prsti ili crteži) za probleme koji zahtijevaju mentalno računanje često ukazuje na nedovoljno razvijen osjećaj za brojeve i odgođeno apstraktno razmišljanje.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Kako bismo podržali učenike koji imaju ovakve poteškoće, važno je potaknuti njihovo konceptualno razumijevanje oduzimanja i razumijevanje odnosa između operacije oduzimanja i zbrajanja. To se može ostvariti korištenjem didaktičkih manipulativnih materijala poput blokova ili žetona za vizualizaciju koncepta "4 godine mlađi/stariji" kao razliku između dvije veličine. Vizualni prikazi (modeli traka/stupaca) mogu potaknuti bolje razumijevanje operacije oduzimanja i povezivanje sa zbrajanjem. Davidova dob (35) prikazana je kao jedna traka, a Helenina kao kraća traka (duljine otprilike $35 - 4$). Vidjeti razliku vizualno i primijetiti da se Helenina traka može dobiti oduzimanjem (kraćenjem Davidove trake), jasno povezuje te dvije operacije. Osim toga, putem verbalne potpore (vođenjem razgovora postavljanjem pitanja) može se potaknuti razumijevanje i učeniku postaviti pitanje poput "Tko je stariji?", "Treba li Helenina dob biti veća ili manja?", "Koja operacija izražava razliku?". Isto tako, možete potaknuti učenike da provjere rješenje zbrajanjem ili postaviti pitanje: "Ako Helen ima 31 godinu, znači li da David onda ima $31 + 4 = 35$ godina?"

Zadatak 9: Osnove operacije množenja

Ključna vještina u ovom zadatku

Točnost i brzina u prisjećanju osnovnih činjenica o množenju brojeva od 0 do 10 (tablica množenja).

Zašto je ova vještina ključna?

Tablica množenja pruža čvrste temelje za učenje složenijih matematičkih koncepata. Kada učenici imaju automatiziranu tablicu množenja, oni učinkovitije izvode množenje i dijeljenje višeznamenastih brojeva, te lakše uče teme iz algebre. Osim toga, povećava učinkovitost rješavanja složenijih problema smanjenjem kognitivnog opterećenja. Umjesto da mentalnu energiju usmjeravaju na osnovne izračune, učenici se mogu usredotočiti na odabir i primjenu odgovarajućih strategija rješavanja problema. Na kraju, operacija množenja brojeva ima značajne primjene u stvarnom svijetu, od izračuna troškova i mjerenja, do učinkovitog upravljanja vremenom. Konačni cilj je postići automatizam – trenutno prisjećanje činjenica – jer stalno oslanjanje na brojanje može usporiti napredak i predstavljati izazove pri savladavanju naprednijih matematičkih koncepata.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Česta pogreška je neispravna primjena poznatih činjenica, na primjer, umjesto umnoška $7 \cdot 5 = 35$ učenici ponude odgovor $7 \cdot 5 = 30$ ili pak umjesto ispravnog povezivanja umnožaka $7 \cdot 9 = 63$ i $8 \cdot 9 = 72$ učenici ponude odgovor $7 \cdot 9 = 72$ i $8 \cdot 9 = 63$. Još jedan čest problem je sporo vrijeme odgovora, gdje se oklijevanje ili oslanjanje na brojanje prstima javlja čak i za jednostavne umnoške poput $3 \cdot 2$. Neki učenici također mogu potpuno preskočiti zadatke s tablicom množenja ili pogađati odgovore.

Važni znakovi upozorenja na koje treba obratiti pažnju uključuju pretjerano oslanjanje na strategije uzastopnog zbrajanja. Osim toga, na primjer, učenici znaju koliko iznosi umnožak $5 \cdot 4$, ali ne i $5 \cdot 6$ što ukazuje na djelomično razumijevanje koncepta množenja. Drugim riječima, njihovo razumijevanje množenja još nije u potpunosti konsolidirano. Na kraju, vidljiva anksioznost, stres ili izbjegavajuća ponašanja snažni su pokazatelji da je množenje značajan izvor frustracije ili nedostatka samopouzdanja.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Kako biste podržali učenike koji imaju poteškoće u prisjećanju osnovnih činjenica o množenju brojeva, ključno je dati im strukturiranu podršku, osiguravajući prvo konceptualno razumijevanje, a zatim automatizaciju, temeljenu na odnosima između poznatih činjenica. Provjerite imaju li učenici razvijeno konceptualno razumijevanje, primjerice da $7 \cdot 5$ znači "7 grupa po 5"? Mogu li to prikazati crtežima, blokovima ili stvarnim situacijama? Zatim, kao sljedeći korak krenite na automatizaciju ključnih činjenica. Neka množenja su lakša za automatizaciju, pa najprije trebaju savladati tablicu množenja brojeva 2, 5 i 10. Zatim, demonstrirajte učenicima kako dobiti izvesti ostala množenja iz poznatih činjenica. Na primjer, ako znaju koliko iznosi umnožak $5 \cdot 5 = 25$, tada mogu percipirati da je $6 \cdot 5 = 25 + 5$. Osim toga, ako znaju da je $8 \cdot 4 = 32$, tada je $4 \cdot 8 = 32$ (komutativnost množenja). To smanjuje opterećenje pamćenja i potiče razumijevanje odnosa između operacija, omogućujući fleksibilne strategije.

a) $6 \cdot 1 = \underline{\hspace{1cm}}$

b) $10 \cdot 8 = \underline{\hspace{1cm}}$

c) $8 \cdot 4 = \underline{\hspace{1cm}}$

d) $7 \cdot 9 = \underline{\hspace{1cm}}$

e) $9 \cdot 0 = \underline{\hspace{1cm}}$

f) $7 \cdot 5 = \underline{\hspace{1cm}}$

Zadatak 10: Osnove operacije dijeljenja

Ključna vještina u ovom zadatku

Točnost i brzina u prisjećanju osnovnih činjenica o dijeljenju brojeva od 1 do 10 (iz tablice množenja).

Zašto je ova vještina ključna?

Poznavanje osnovnih činjenica o dijeljenju važno je iz nekoliko razloga. Pruža čvrste temelje za učenje složenijih matematičkih koncepata, poput razlomaka, te koncepata iz algebre. Točnost i brzina pokazuje se automatskim prisjećanjem tih činjenica, bez oslanjanja na strategije brojanja. Izvan učionice, dijeljenje brojeva se koristi u svakodnevnim situacijama, od ravnomjernog dijeljenja predmeta do izračuna cijena.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Učenici često imaju poteškoća s osnovnim konceptima operacije dijeljenja na nekoliko predvidljivih načina. Česta pogreška je zamjena operacije množenja i dijeljenja, gdje učenici množe umjesto da dijele brojeve. Ostali problemi uključuju nepotpuno ili neispravno prisjećanje činjenica, osobito kod djelitelja brojeva kao što je $72 : 9$, te pogrešno dijeljenje s jedinicom, na primjer $7 : 1 = 1$.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Podrška učenicima koji imaju poteškoće s osnovama o dijeljenju brojeva može organizirati postupno: najprije potaknuti konceptualno razumijevanje operacije množenja, zatim uspostaviti odnos množenja i dijeljenjem (kao inverzne operacije) i na kraju automatizacija temeljena na razumijevanju. Pogledajte objašnjenje za zadatak 9.

a) $80 : 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $6 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $28 : 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $72 : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $30 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $7 : 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

Zadatak 11: Mentalno računanje: množenje i dijeljenje višekratnika broja 10

a) $7 \cdot 5\,000 =$ _____

b) $50 \cdot 20 =$ _____

c) $60\,000 : 100 =$ _____

d) $3\,000 : 5 =$ _____

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje sposobnost učenika da mentalno množi i dijeli s brojevima koji su višekratnici broja 10.

Zašto je ova vještina ključna?

Razumijevanje dekadskog sustava čini osnovu za fleksibilne izračune s višeznamenkastim brojevima (a kasnije i decimalnim brojevima), te za povezivanje tih brojeva međusobno i sa svijetom oko nas (na primjer, za procjene općenito, grube izračune ili procjenu omjera u stvarnim situacijama). Razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka je višeslojno. Ako broj završava nulom, izračuni se mogu izvesti koristeći višekratnik broja 10. Ako broj završava s dvije nule, izračuni se izvode na stotinama; s tri nule, na tisućama, i tako dalje. Na primjer, $7 \cdot 5\,000$ je 7 puta 5 tisuća, što je 35 tisuća, zapisano kao 35 000. Također, taj broj možemo zapisati kao $7 \cdot 5 \cdot 1000$. Ta vještina omogućuje mentalno računanje s velikim brojevima.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Zaključivanje s brojevnim jedinicama (desetice, stotice, tisućice, itd.) može se automatizirati pomoću manipulacije s nulama. Međutim, ova manipulacija može dati rezultate "s nulama" koji su netočni, osobito kada se primjenjuje na decimalne brojeve. Na primjer, dobivanje broja 2.30 ili 20.3 kao rezultata izračuna $2.3 \cdot 10$. Stoga je važno ne automatizirati pravila s „nulama“ bez razumijevanja tog koncepta. Ako učenik nije ponudio svoj odgovor u ovakvom zadatku, to može ukazivati na to da on pokušava mentalno izvesti pisani postupak množenja brojeva, kao što bi to činio na papiru. Ova tehnika ovdje nije u fokusu, teže ju je primijeniti i sklona je pogreškama.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Kao što je rečeno, razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka je višeslojno. Ako učenik ima poteškoća s ovim zadatkom, preporučuje se sveobuhvatnija procjena njegove trenutne razine znanja o dekadskom sustavu. Postoje dva aspekta koja treba uzeti u obzir. Prvi je dekadski aspekt, koji uključuje prepoznavanje da je desetica 10 puta veća od jedinice, stotica 10 puta veća od desetice, itd. Odnosno da je 10 jedinica = 1 desetica; 10 desetica = 1 stotica; 10 stotica = 1 tisućica, i tako dalje. Drugi aspekt je pozicijski aspekt: redoslijed znamenki daje informaciju o mjernim jedinicama o kojima je riječ. Dakle, "2 desetice i 3 jedinice" označava broj 23, dok "3 desetice i 2 jedinice" označava broj 32.

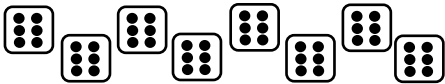
Ovisno o rezultatima, možda će biti potrebno ponovno se vratiti na temeljito razumijevanje principa grupiranja. Važni su ovdje zadaci u kojima učenik formira dekadске snopove s odgovarajućim materijalima. Na temelju toga, treba se usredotočiti na specifične zadatke gdje je to potrebno, kao što je to u *DiToM*-zadatku 3, 6 i 7. Kratke vježbe mogu se zatim davati svakodnevno, prateći didaktički napredak temeljen na znanju koje je potrebno (dekadski aspekt, pozicijski aspekt).

Zadatak 12: Razumijevanje operacije množenja (Reprezentacija)

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje sposobnost učenika da prepozna operaciju množenja koja odgovara situaciji prikazanoj na slici.

Kako izračunati ukupan broj točaka na slici?



Zapiši račun s množenjem koji odgovara slici!

Ne treba napisati ukupan broj točaka!

Moj račun: _____

Zašto je ova vještina ključna?

Zadatak uključuje prepoznavanje multiplikativne situacije (osam skupova po šest točaka) i izradu aritmetičkog izraza $8 \cdot 6$ ili $6 \cdot 8$ bez izračunavanja rezultata. Preciznije, umjesto zapisa za ponovljeno zbrajanje ($6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$) koje odgovara danoj slici potrebno je odrediti pripadno množenje ($8 \cdot 6$). Ovaj zadatak je temeljan jer zahtijeva prepoznavanje multiplikativne situacije kako bi se identificirala vrsta problema prije izvođenja izračuna. Omogućuje učenicima da ponavljano zbrajanje percipiraju kao množenje, što je nužno za razumijevanje značenja riječi "puta" (npr. "32 puta 100" može se zapisati kao $100 \cdot 32$ ili kao $32 \cdot 100$). Osim toga, nužno je za razumijevanje distributivnost množenja u odnosu na zbrajanje, kao što je 13 puta 5 je jednako 10 puta 5 plus 3 puta 5.

Ovaj zadatak nam također omogućuje procjenu fleksibilnosti učenika pri prelasku s jedne reprezentacije na drugu. Točnije, uključuje prelazak s reprezentacije u likovnom na reprezentaciju u simboličkom zapisu.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Situacija u kojoj učenik nije razumio zadatak: Ako ponudi odgovor 8 (8 skupova po 6 točaka) učenik nije percipirao da svaka kockica sama sadrži skup od 6 točkica. Ako učenik pak ponudi netočan odgovor 6 (6 točaka na kocki) što bi se moglo percipirati da on ne uzima u obzir da je sveukupno 8 kockica.

Kada se ne percipira ni aditivna ni multiplikativna situacija: Učenik je ponudio točan odgovor 48 brojanjem točaka ili pak netočni odgovori 47 ili 49 ili drugi jer je napravio pogrešku u brojanju s obzirom na brojeve i ograničeno vrijeme namijenjeno za dovršetak zadatka.

Kada se percipira aditivna, ali ne i multiplikativna situacija: Učenik može zapisati neočekivan odgovor $6+6+6+6+6+6+6+6$ dobiven razmatranjem da postoji 8 kockica i da je svaka kockica skup od 6 točkica. Ovaj odgovor, iako točan, može pokazati da je učenik zaostao na ponovljenom zbrajanju i to nije preveo u množenje.

Kada se percipira multiplikativna situacija: Točni odgovori $8 \cdot 6$ ili $6 \cdot 8$ jer učenik prevodi množenjem da postoji 8 skupova po šest točaka. Za razliku od drugih europskih zemalja, kurikulum u Hrvatskoj ne razlikuje značenja koja se pripisuju ovim dvama zapisima umnoška. Učenici u Hrvatskoj mogu koristiti zapise $8 \cdot 6$ ili $6 \cdot 8$ za izražavanje 8 setova po šest točaka.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Koristite situacije koje uključuju manipulaciju ili verbalizaciju poput one predložene, naglašavajući što "pomnoženo s b" i "a puta b" znače u svakodnevnom jeziku. Potaknite učenike da se navikavaju na skraćeni zapis uzastopnog zbrajanja istih pribrojnika. Primijenite komutativnost množenja. Nemojte prerano uvoditi znak za množenje ".".

Zadatak 13: Razumijevanje operacija: zadaci zadani riječima

Ključna vještina u ovom zadatku

Ovaj zadatak procjenjuje sposobnost prepoznavanja aditivnog/multiplikativnog modela povezanog s jednostavnijim aritmetičkim problemom.

Zašto je ova vještina ključna?

Predloženi zadaci spadaju u osnovne problemske zadatke povezane sa situacijama iz stvarnog života. Kontekst (kutije s jajima) namijenjen je da bude poznat svim učenicima, što olakšava razumijevanje situacije. Predložene su četiri aritmetičke operacije s dva ista broja (24 i 6) u istom redoslijedu: prvo 24, zatim 6. Čitanje tekstova od strane nastavnika osigurava da učenici s poteškoćama u čitanju nisu u nepovoljnom položaju.

Prepoznavanje matematičkog modela koji opisuje zadani problem, ključna je vještina za razumijevanje osnovnih aritmetičkih operacija i rješavanje složenijih problema. Također osigurava da učenici mogu prepoznati ove modele u sličnim vrstama zadataka: multiplikativnoj situaciji koja uključuje pronalaženje produkta (problem 1) ili broja dijelova (problem 2), te aditivna situacija koja uključuje oduzimanje (problem 3).

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

- Loše razumijevanje konteksta ili situacije: učenik ne razumije značenje koncepata (koliko jaja je pekar kupio i koliko je paketa jaja napunjeno).
- Neprepoznavanje ispravnog modela ili operacije.
- Neki učenici mogu riješiti zadatke 1 i 2 koristeći ponovljeno zbrajanje ili oduzimanje; To ukazuje da još nisu konstruirali multiplikativne modele (množenje ili dijeljenje). Drugi učenici mogu riješiti sva tri zadatka koristeći crteže, jer su zbirke dovoljno male da se vizualno prikazuju. U ovom slučaju, vježba pokazuje da još nisu u stanju proizvesti aritmetičku notaciju.

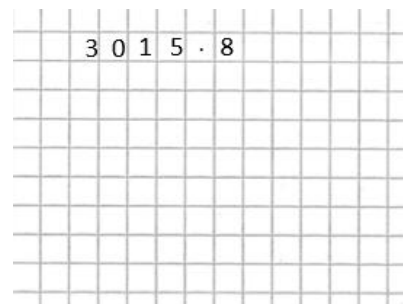
Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Kao što je već spomenuto, neki učenici mogu rješavati zadatke bez korištenja neke aritmetičke operacije. Stoga, čini se komplementarnim sugerirati da to čine bez traženja operacije. Na primjer, nastavnik bi mogao ponovno uvesti množenje ili dijeljenje kao ponavljano zbrajanje ili oduzimanje brojeva za onog učenika koji ne prepoznaje operaciju množenja ili dijeljenja, ali može riješiti probleme 1 i 2 koristeći ponovljeno zbrajanje ili oduzimanje.

Ako učenik može riješiti problem crtanjem, to pokazuje da je situacija shvaćena. Tri operacije se zatim mogu ponovno uvesti verbalizacijom. Kako bi učenik bolje razumio situaciju, nastavnik ga može zamoliti da preformulira problem vlastitim riječima ili ispriča priču. Nastavnik također može prikazati prikladnu situaciju pred učenicima (s jajima, kutijama, žetonima itd.).

Pekar je kupio 24 paketa jaja. U svakom paketu ima 6 jaja. Koliko jaja je pekar kupio?	$24 : 6$
24 jaja je raspoređeno u pakete. Svaki paket sadrži 6 jaja. Koliko paketa jaja je napunjeno?	$24 - 6$
U hladnjaku je bilo 24 jaja. Kuhar je izvadio 6 jaja iz hladnjaka. Koliko jaja je ostalo u hladnjaku?	$24 \cdot 6$
	$24 + 6$

Zadatak 14: Pisano množenje



Ključna vještina u ovom zadatku

U zadatku se procjenjuje vještina primjene algoritma za pisano množenje višeznamenkastih brojeva, te procjena razumnosti rezultata.

Zašto je ova vještina ključna?

Ovo se smatra ključnom vještinom iz više razloga. Naime, dok učenik provodi pisani postupak množenja brojeva i zapisuje među-rezultate množenja znamenku ispod znamenke, on pokazuje razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka višeznamenkastih brojeva. Osim toga, ova je vještina ključna za usvajanje pisanog postupka množenja decimalnih brojeva koje slijedi u višim razredima. Isto tako, svaki korak zahtijeva planiranje i razumijevanje redoslijeda izvođenja, što jača sposobnost rješavanja problema.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Jedna od učestalih pogrešaka može biti da učenik krene množiti brojeve $5 \cdot 8 = 40$ i zapiše 0 ispod 5, te zapiše 4 ispod 1. Zatim, pomnoži $1 \cdot 8 = 8$ te zapiše 8 ispod 0. U nastavku zatim ignorira nulu, dalje množi $3 \cdot 8 = 24$, te dobiva kao rezultat množenja broj 24 840 umjesto 24 120. Ili jedna moguća pogreška je da učenik ispravno pomnoži brojeve $315 \cdot 8 = 2\,520$, pritom ignorirajući nulu u prvom faktoru. Osim toga, učenik može neispravno potpisivati znamenke u stupce za vrijeme računanja djelomičnih umnožaka što dovodi do pogrešnog rezultata. Ako nastane pogreška u množenju brojeva u okviru tablice množenja, na primjer $5 \cdot 8 = 30$ ili $3 \cdot 8 = 16$, znak je da učenik ne barata s tablicom množenja kao automatiziranom vještinom.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Podrška učenicima koji imaju poteškoća s ovakvim tipom zadatka treba biti višeslojna i usmjerena na razumijevanje, a ne samo ponavljanje postupka. Vizualna podrška trebala bi ići u smjeru rastavljanja broja $3\,015 = 3\,000 + 10 + 5$, a potom množenja zapisanog kao $3\,000 \cdot 8 + 0 \cdot 8 + 10 \cdot 8 + 5 \cdot 8$. Radi razumijevanja pozicioniranja znamenaka u djelomičnim produktima korisno je koristiti tablicu mjesnih vrijednosti. Potaknite učenike da procijene rezultat prije računanja, na primjer $3\,015 \cdot 8 \approx 3\,000 \cdot 8 = 24\,000$, te da provjere rezultat množenja dijeljenjem dobivenog rješenja jednim od faktora iz zadatka (u ovom zadatku s 8 ili s 3 015). Ako imate mogućnost individualnog rada s učenicom, provjerite putem intervjua na koji način provodi pisano množenje zadanih brojeva.

Zadatak 15: Pisano dijeljenje

		5	2	8	:	3			

Ključna vještina u ovom zadatku

U zadatku se procjenjuje učenička vještina primjene algoritma za pisano dijeljenje višeznamenkastog jednoznamenkastim brojem, te procjena razumnosti rezultata.

Zašto je ova vještina ključna?

Ovo se smatra ključnom vještinom iz više razloga. Naime, dok učenik provodi pisani postupak dijeljenja brojeva i zapisuje među-rezultate dijeljenja (i oduzimanja) znamenku ispod znamenke, on pokazuje razumijevanje mjesnih vrijednosti znamenaka višeznamenkastih brojeva. Osim toga, ova je vještina ključna za usvajanje pisanog postupka dijeljenja decimalnih brojeva koje slijedi u višim razredima. Isto tako, svaki korak zahtijeva planiranje i razumijevanje redoslijeda izvođenja, što jača sposobnost rješavanja problema.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Jedna od učestalih pogrešaka može biti da učenik netočno procijeni koliko puta 3 ide u 5 ili koliko puta broj 3 ide u 22, što ukazuje na nesigurnost u osnovne činjenice o množenju brojeva 1-9 u okviru tablice množenja. Često puta, učenici izostavljaju međukorake, pa zbog toga čine pogreške u računanju. Osim toga, učenik može neispravno potpisivati znamenke u stupce za vrijeme računanja djelomičnih rezultata dijeljenja, što također dovodi do pogrešnog rezultata.

Ako nastane pogreška u dijeljenju brojeva u okviru tablice množenja, na primjer $18 : 3 = 9$ znak je da učenik ne barata s tablicom množenja kao automatiziranom vještinom.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Pogledati komentare za *DiToM* zadatak 14.

Zadatak 16: Izvođenje više računskih operacija

$$a) 12 + 2 \cdot (16 - 12) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b) 24 - (9 + 6) : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) 30 : 6 + 4 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ključna vještina u ovom zadatku

Provesti više osnovnih aritmetičkih operacija u sklopu jednog zadatka poštujući prioritete u redoslijedu izvođenja operacija s ili bez zagrada. U takvim se zadacima može primijeniti ključna vještina „rješavanje zagrade“ odnosno primjenjuje se svojstvo distributivnosti množenja prema zbrajanju.

Zašto je ova vještina ključna?

Kasnije u višim razredima i u životu, zadaci rijetko traže samo jednu operaciju. Učenik koji zna kombinirati više koraka lakše rješava složene zadatke. Učenik mora poznati prioritete u izvođenju osnovnih aritmetičkih operacija, planirati redoslijed koraka, pratiti postupak i provjeravati točnost – to su temeljne strategije za samostalno učenje. Pisani postupci s više koraka su uvod u rad s algebarskim izrazima, jednadžbama i algoritmima.

Kakve pogreške i druge znakove upozorenja možemo očekivati kod ovog zadatka?

Kod zadataka koji uključuju više aritmetičkih operacija (npr. zbrajanje, množenje, dijeljenje brojeva) moguće je da će učenik provesti izračun izvođenjem operacija u pogrešnom redoslijedu (ne zna prioritete). Npr. u zadatku $12 + 2 \cdot (16 - 12)$ najprije zbraja brojeve 12 i 2 te dobiva zbroj 14 koji dalje množi s rezultatom oduzimanja brojeva 16 i 12, te dobiva netočan rezultat $14 \cdot 4 = 56$. Pritom ne koristi strategije provjere, već kada dobiju neki rezultat odmiču se od zadatka. Ili u zadatku $30 : 6 + 4 \cdot 5$ najprije računa rezultat dijeljenja $30 : 6 = 5$, te dodaje broj 4 ($5 + 4 = 9$) i na kraju broj 9 množi s 5 i dobiva konačno rješenje $9 \cdot 5 = 45$.

Kakva se podrška može pružiti učenicima koji imaju poteškoće u ovom zadatku?

Učenicima koji pokazuju poteškoće u rješavanju ovakvih zadataka korisno je pružiti podršku u obliku vizualizacije redoslijeda izvođenja operacija radi lakšeg pamćenja. Na primjer, koristiti shematski zapis pomoću boja i označiti crvenom bojom zagrade, plavom množenje/dijeljenje, te na kraju zelenom bojom zbrajanje/oduzimanje. Preporuka je da započnete s jednostavnijim primjerima (na primjer $12 + 2 \cdot 5 = 12 + 10 = 22$, odnosno najprije uvježbavaju pravilo „množenje ide prije zbrajanja“ i pritom ih se potiče da zapisuju svaki među-korak) pa postupno dodajte zagrade i još aritmetičkih operacija. „Prvo zagrade, zatim množenje, na kraju zbrajanje“ – neka učenik ponavlja pravilo naglas.

4) Bilješke o evaluaciji i dokumentaciji rezultata

Rezultate testiranja moguće je evaluirati na nekoliko načina. Različite tablice za ocjenjivanje dostupne su za besplatno preuzimanje s web stranice *DiToM* projekta: ditom.org/hr/tests-hr

Ako preferirate ručno ocjenjivanje, nudimo Vam sljedeće materijale:

- a) **Pregledna tablica za bodovanje**, koja za svaki zadatak navodi kriterije za dodjelu jednog boda, pola bodova ili nula bodova (vidi stranicu 48);
- b) **Tablica za brzo ocjenjivanje cijelog razreda** (vidi stranicu 50);
- c) **Tablica za individualno vrednovanje učenika po učenika** (vidi stranicu 51)

Vremenski najmanje zahtjevna opcija je da rezultate pregledate u Excelu na svom računalu. U tu svrhu možete preuzeti:

- d) Unaprijed **programirana Excel** datoteka s dva radna lista (tablice) između kojih možete prelaziti putem kartica u donjem lijevom kutu.

Za svakog pojedinog učenika u tablici pod nazivom **“qualitativ”** jednostavno unesite brojeve (odnosno njegove odgovore koje je upisao u testnu knjižicu) i to u odgovarajući stupac koji pripada pojedinom zadatku. Ako učenik nije odgovorio na neko pitanje, unesite **999**.

Kada završite s unosom podataka, prebacite se na **“quantitativ”** list (odnosno tablicu). Program će tada automatski pokazati je li svaki podzadatak bio točno (1) ili netočno (0) odgovoren i izračunat će ukupni broj bodova za svaki zadatak (1 / 0.5 / 0). Na kraju svakog retka pronaći ćete postotak ispravno riješenih zadataka i ukupni rezultat za pojedinog učenika. Na kraju svakog stupca pronaći ćete postotak učenika u razredu koja su točno riješila taj zadatak.

"Kritični pragovi bodova" za *DiToM* 4+ i kako ih interpretirati

Kako je objašnjeno ranije, *DiToM* nije namijenjen etiketiranju učenika (vidi Poglavlje 1). Tamo ćete pronaći detaljnije objašnjenje „kritičnih pragova bodova“ koji su određeni na temelju pilot-testiranja *DiToM*-a (za verziju 4+ u završnoj fazi pilot testiranja sudjelovalo je 934 učenika iz sedam partnerskih zemalja projekta) koji su dobiveni korištenjem *Latent Class Analysis* metode. Ova metoda omogućuje da se učenici, na temelju svog ukupnog rezultata u *DiToM* 4+ testiranju, svrstaju u jednu od sljedeće tri skupine:

Raspon bodova	Skupina
0 do 11.5	A – Učenici koji pokazuju opsežne poteškoće u više ključnih kompetencija.
12 do 14.5	B - Učenici koji pokazuju naznake poteškoća u određenim područjima.
15 do 19	C- Učenici kod kojih nema značajnih naznaka poteškoća.

Napomena: Imajte na umu da probir pruža samo trenutni pregled stanja. Rezultate stoga treba usporediti s vlastitim opažanjima i iskustvima u učionici te po potrebi dodatno intervjuirati pojedine učenike — kako biste produbili i precizirali svoje razumijevanje, te prilagodili svoje zaključke.

Pregledna tablica za bodovanje *DiToM* testa probira 4+ (maks. 19 bodova)

1	Pisanje brojeva	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva tri broja točna (5 089, 43 005, 300 500) dva točna ostalo
2	Uspoređivanje brojeva	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva tri simbola točna (>, >, <) dva simbola točna ostalo
3a	Zbrajanje s 1/10/100 i grupiranje	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva tri broja točna (9 900, 4 600, 4 000) dva broja točna ostalo
3b	Oduzimanje za 1/10/100 i grupiranje	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva tri broja točna (6 999, 3 490, 3 900) dva broja točna ostalo
4	Brojevni pravac	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva četiri broja točna (7 000, 5 300, 4 080, 12 500) tri broja točna ostalo
5	Raspolavljanje brojeva do 10 000	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva četiri broja točna (500, 250, 350, 1 500) tri broja točna ostalo
6a	Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva četiri broja točna (300, 736, 699, 354) tri broja točna ostalo
6b	Mentalno računanje: zbrajanje i oduzimanje višekratnika broja 10	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva četiri broja točna (4 500, 64 000, 2 500, 49 000) tri broja točna ostalo
7a	Pisano zbrajanje	1 B. 0.5 B. 0 B.	oba broja točna (584, 1 324) jedan broj točan ostalo

7b	Pisano oduzimanje	1 B. 0.5 B. 0 B.	oba broja točna (644, 272) jedan broj točan ostalo
8	Razumijevanje operacije zbrajanja / oduzimanja	1 B. 0.5 B. 0 B.	točan račun i rezultat ($35 - 4 = 31$) točan račun Ili rezultat ostalo
9	Osnove operacije množenja	1 B. 0.5 B. 0 B.	svih šest brojeva točna (6, 80, 32, 63, 0, 35) pet brojeva točna ostalo
10	Osnove operacije dijeljenja	1 B. 0.5 B. 0 B.	svih šest brojeva točna (8, 1, 7, 8, 6, 7) pet brojeva točna ostalo
11	Mentalno računanje: množenje i dijeljenje višekratnika broja 10	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva četiri broja točna (35 000, 1000, 600, 600) tri broja točna ostalo
12	Razumijevanje operacije množenja	1 B. 0 B.	točan izraz s množenjem ($8 \cdot 6$ Ili $6 \cdot 8$) ostalo
13	Razumijevanje operacija: zadaci zadani riječima	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva tri točna ($a - 3$, $b - 1$, $c - 2$) dva točna ostalo
14	Pisano množenje	1 B. 0 B.	točno rješenje (24 120) ostalo
15	Pisano dijeljenje	1 B. 0 B.	točno rješenje (176) ostalo
16	Izvođenje više računskih operacija	1 B. 0.5 B. 0 B.	sva tri broja točna (20, 19, 25) dva broja točna ostalo

Tablica za vrednovanje rješenja DiToM Test probira 4+

Zadatak	Točan odgovor	Točno / krivo	Bodovi
1.a	5089		
1.b	43005		
1.c	300500		
2.a	>		
2.b	>		
2.c	<		
3a.a	9900		
3a.b	4600		
3a.c	4000		
3b.a	6999		
3b.b	3490		
3b.c	3900		
4.a	7000		
4.b	5300		
4.c	4080		
4.d	12500		
5.a	500		
5.b	250		
5.c	350		
5.d	1500		
6a.a	300		
6a.b	736		
6a.c	699		
6a.d	354		
6b.a	4500		
6b.b	64000		
6b.c	2500		
6b.d	49000		

Zadatak	Točan odgovor	Točno / krivo	Bodovi
7a.a	584		
7a.b	1324		
7b.a	644		
7b.b	272		
8 dio 1	35-4		
8 dio 2	31		
9.a	6		
9.b	80		
9.c	32		
9.d	63		
9.e	0		
9.f	35		
10.a	8		
10.b	1		
10.c	7		
10.d	8		
10.e	6		
10.f	7		
11.a	35000		
11.b	1000		
11.c	600		
11.d	600		
12	8*6 ili 6*8		
13.a	a) - 3		
13.b	b) - 1		
13.c	c) - 2		
14	24120		
15	176		
16.a	20		
16.b	19		
16.c	25		

Ukupan broj bodova (od max.19)

Komentar: _____

Evaluacija:

Zadatak 1 - 3b, 13 i 18

sva 3 točna = 1 bod; 2 točna = 0.5 bodova; 1,0 točnih ili neodgovoreno = 0 bodova

Zadatak 4 - 6b i 11

sva 4 točna = 1 bod; 3 točna = 0.5 bodova; 2,1,0 točnih ili neodgovoreno = 0 bodova

Zadatak 7a - 8

oba 2 točna = 1 bod; 1 točan = 0.5 bodova; 0 točnih ili neodgovoreno = 0 bodova

Zadatak 9 i 10

svih 6 točnih = 1 bod; 5 točnih = 0.5 bodova; 4,3,2,1,0 točnih ili neodgovoreno = 0 bodova

Zadatak 12, 14 i 15

točno = 1 bod; krivo = 0 bodova

5) Literatura

Glasnović Gracin, D. (2014.), *Modeli aritmetike za razrednu nastavu*, Poučak, 15 (59), 12 – 21.
<https://old.matematika.hr/files/5014/0488/1882/glasnovic-kongres2014.pdf>

Glasnović Gracin, D. (2012.), *Upotreba konkretnih materijala u razrednoj nastavi matematike*, Zbornik radova 5. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, 197-202. Zagreb, Profil

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT)*. 2nd edition. Educational Testing Service.

Markovac, J. (2001.), *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb, Školska knjiga

Mulligan J.T., Mitchelmore M.C. (1997.), *Young children's intuitive models of multiplication and division*, Journal for Research in Mathematics Education: Vol. 28, No. 3, 309-330.

Sharma, Mahesh C. (2001.), *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje. <https://www.izvorznanja.com/teaser/117.pdf>

Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In H. Schäfer & Ch. Rittmeyer (Hrsg.), Handbuch Inklusive Diagnostik (S. 199–213). Beltz.