



# Test probira 2+

## Priručnik za učitelje



Co-funded by  
the European Union

### Disclaimer:

Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or Erasmus+ National Agency for Higher Education (German Academic Exchange Service). Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

### Copyright:

All materials developed within the DiToM project are freely available as Open Educational Resources (OER). They are licensed under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License (CC BY-SA 4.0):  
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

## Sadržaj

|                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Predgovor .....                                                                                          | 2  |
| 1) Ciljevi i smjernice projekta <i>DiToM</i> .....                                                       | 3  |
| Što su <i>DiToM</i> testovi probira i koja je njihova namjena? .....                                     | 3  |
| Što su "ključne matematičke kompetencije"? .....                                                         | 4  |
| Nakon provođenja <i>DiToM</i> testiranja – što slijedi? .....                                            | 4  |
| 2) Upute za provedbu <i>DiToM</i> testa probira 2+ .....                                                 | 6  |
| 3) Objašnjenja i prijedlozi za podršku vezani za pojedinačne zadatke <i>DiToM</i> testa probira 2+ ..... | 23 |
| Zadatak 1: Brojanje .....                                                                                | 23 |
| Zadatak 2: Prikaz desetica i jedinica .....                                                              | 24 |
| Zadatak 3: Brojanje unaprijed/unatrag .....                                                              | 25 |
| Zadatak 4: Pisanje dvoznamenkastih brojeva .....                                                         | 26 |
| Zadatak 5: Raspolavljanje brojeva (do 100) .....                                                         | 27 |
| Zadatak 6: Brojevni pravac .....                                                                         | 28 |
| Zadatak 7: Osnovne činjenice o brojevima (brojevi do 10) .....                                           | 29 |
| Zadatak 8: Mentalno zbrajanje brojeva do 100 .....                                                       | 31 |
| Zadatak 9: Mentalno oduzimanje brojeva do 100 .....                                                      | 32 |
| Zadatak 10: Razumijevanje operacije zbrajanja .....                                                      | 33 |
| Zadatak 11: Razumijevanje operacije oduzimanja .....                                                     | 34 |
| Zadatak 12: Tablica množenja .....                                                                       | 35 |
| Zadatak 13: Razumijevanje operacije množenja .....                                                       | 36 |
| Zadatak 14: Količinsko dijeljenje .....                                                                  | 37 |
| Zadatak 15: Partitivno dijeljenje .....                                                                  | 39 |
| 4) Bilješke o evaluaciji i dokumentaciji rezultata .....                                                 | 40 |
| "Kritični pragovi bodova" za <i>DiToM</i> 2+ i kako ih interpretirati .....                              | 40 |
| Literatura .....                                                                                         | 46 |

# Predgovor

Ovaj priručnik je osmišljen kako bi Vam se pružila podrška u provođenju *DiToM* testa probira 2+, te za učinkovitu evaluaciju rješenja učenika iz Vašeg razreda. Na sljedećim stranicama pronaći ćete:

1. kratak uvod o ciljevima i smjernicama Erasmus+ projekta *DiToM*;
2. detaljne, korak-po-korak upute za provođenje *DiToM* testa probira 2+ u učionici;
3. sažeta objašnjenja svakog zadatka u *DiToM* 2+ testiranju, uključujući bilješke o mogućim načinima podrške za učenike čiji rezultati testiranja ukazuju na praznine u znanju ključnih matematičkih pojmova i vještina;
4. smjernice o tome kako procijeniti i dokumentirati rezultate.

Vodič s uputama za provođenje testiranja (Poglavlje 2) i tablice za bodovanje (Poglavlje 4) mogu se zasebno preuzeti kao pojedinačne PDF datoteke s web stranice <http://www.ditom.org/hr>

Preporučujemo da se *Uputu za provedbu testiranja* ispiše obostrano sa spiralnim uvezom. U tom isprinitanom vodiču, stranicu za čitanje uputa naglas možete okrenuti prema sebi, dok stranica okrenuta prema učenicima često sadrži primjer koji Vam pomaže objasniti što se očekuje od učenika.

# 1) Ciljevi i smjernice projekta *DiToM*

Učenje matematike napreduje u fazama jer se novo znanje nadograđuje se na prethodno usvojeno. Kada nedostaje temeljno znanje i vještine, učenicima je sve teže shvatiti i razumjeti matematički sadržaj koji se nadovezuje na te osnove. Nacionalne i međunarodne studije pokazuju da značajan broj učenika ne ispunjava minimalne standarde iz matematike u razrednoj nastavi, te prema gore spomenutim razlozima, gotovo neizbježno nastavljaju imati poteškoća u učenju matematike od 5. do 8. razreda. Zabrinjavajuće je da mnogi mladi ljudi završavaju obavezno školovanje bez da su postigli osnovnu razinu matematičke pismenosti koja je, prema OECD-u, ključna za "potpuno sudjelovanje u društvenom životu."

Stoga, kako bi to spriječili, učitelji moraju prepoznati poteškoće u učenju matematike – što je ranije i preciznije moguće. Samo na temelju toga moguće je poduzeti ciljane mjere podrške. Upravo ovdje važnu ulogu ima EU projekt *Dijagnostički alati u matematici (DiToM)*. U partnerstvu između Njemačke, Francuske, Grčke, Hrvatske, Italije, Švedske i Španjolske, razvijeno je pet međusobno povezanih testova probira. Ovi alati omogućuju nastavnicima da na kraju ili na početku školske godine dobiju jasan uvid u to koji su učenici u potencijalnom riziku da zaostanu u matematici ako im se ne osigura ciljana podrška.

Testiranja slijede dvogodišnji ciklus:

- **Testovi probira 0+** za početak 1. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 2+** za kraj 2. razreda / početak 3. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 4+** za kraj 4. razreda / početak 5. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 6+** za kraj 6. razreda / početak 7. razreda osnovne škole
- **Testovi probira 8+** za kraj 8. razreda / početak 1. razreda srednje škole

## Što su *DiToM* testovi probira i koja je njihova namjena?

Testovi probira su standardizirani testovi koji se rješavaju korištenjem papira i olovke. Usmjereni su na provjeru ključnog matematičkog znanja i vještina koje bi trebale biti usvojene na početku razreda kako bi se novi matematički sadržaj mogao usvajati s razumijevanjem. Svaki od pet razvijenih testova može se provoditi s cijelim razredom unutar jednog nastavnog sata, te koristeći pripremljene tablice za bodovanje (vidi Poglavlje 4) ocijeniti uz relativno malo uloženog vremena. Rezultati testiranja daju strukturirani pregled matematičkih sadržaja za koje će neki učenici vjerojatno trebati dodatnu podršku.

Riječ "*vjerojatno*" je ključna: probir **ne može zamijeniti** individualnu, kvalitativnu procjenu djetetovog statusa u znanju koje posjeduje. U najboljem slučaju, probir pruža početne naznake o strategijama ili pristupima rješavanju koje je dijete moglo primijeniti. Za dublje razumijevanje nužna su ciljana opažanja i individualni razgovori, uz zadatke koji omogućuju finiju diferencijaciju. Međutim, probir može poslužiti kao vrijedna polazna točka za identifikaciju učenika koji bi imali najveću korist od takvih naknadnih i detaljnijih procjena.

## Što su “ključne matematičke kompetencije”?

Kao što je već istaknuto, školsku matematiku karakterizira “*unutarnja hijerarhija učenja*” (Wittmann, 2015, str. 199). To je posebno istinito u aritmetici (brojevi i operacije) i algebri, te su upravo to područja na koja se *DiToM* testovi fokusiraju. U tim je područjima moguće u svakoj fazi učenja identificirati *ključne kompetencije*, one bez kojih daljnje učenje ne može biti smisleno i održivo.

Primjerice, da bi učenici bili uspješni u baratanju prirodnim brojevima, moraju ih razumjeti kroz *koncept dio–cjelina*, što je razvojni proces koji bi trebao biti dovršen tijekom prvog razreda osnovne škole. Koncept dio–cjelina podrazumijeva, na primjer, da se broj sedam shvaća kao cjelina sastavljena od dijelova: pet i dva, četiri i tri, jedan i šest, i tako dalje. Ovo razumijevanje trebalo bi postati automatizirano, tako da dijete više ne mora svjesno nastojati odrediti broj pet kao nedostajući dio broja sedam kada je drugi dio (broj dva) već zadan. Drugim riječima, djeca bi trebala spontano razmišljati o brojevima kroz njihove dekompozicije i međusobne odnose. Ova kombinacija *razumijevanja* i automatizacije karakteristična je za mnoge ključne kompetencije: tek kada određene vještine postanu automatizirane, oslobađa se mentalni kapacitet potreban za rješavanje složenijih matematičkih izazova.

Je li ključna kompetencija “razmišljanja o brojevima kao kompozicijama” (ili “dekompoziciji brojeva”) dobro utvrđena, može se, primjerice, vidjeti u djetetovim strategijama računanja. Dijete koje broj sedam doživljava kao kompoziciju brojeva pet i dva, jednostavno će znati izračunati razliku  $7 - 5$  već u prvom razredu, bez brojanja. Djeca koja nemaju tu vještinu često se i dalje oslanjaju na mukotrpne strategije brojanja koje su sklone pogreškama sve do viših razreda osnovne škole. Zbrajanje i oduzimanje temeljeno na brojanju ubrzo postaje neizvedivo kada se pojave dvoznamenkasti ili troznamenkasti brojevi. Osim toga, djeca bez te vještine imaju poteškoća u povezivanju činjenica prilikom množenja. Na primjer, prepoznavanje da je umnožak  $9 \cdot 6$  za šest manji od lako pamtljivog umnoška  $10 \cdot 6$ . Nedostatak jedne ključne vještine (percepcija broja kao kompozicija) otežava usvajanje drugih (zbrajanje, oduzimanje, množenje), koje preduvjeti za naprednije matematičke vještine (dijeljenje, proporcionalno zaključivanje, itd.).

Ovaj se lanac nastavlja dalje tijekom cijelog osnovnoškolskog obrazovanja: učenici koji imaju poteškoća s prirodnim brojevima suočavaju se s još većim izazovima pri radu s razlomcima i decimalnim brojevima. Algebra kasnije nadograđuje uvide koji su trebali biti stečeni radom s osnovnim aritmetičkim operacijama u razrednoj nastavi. Bez tih uvida, algebra se učenicima može činiti kao nerazumljiv kod.

Zbog toga se *DiToM* testovi probira fokusiraju se na ključno znanje i vještine – one koje treba pouzdano utvrditi na početku 1., 3., 5., 7. razreda osnovne škole i na početku 1. razreda srednje škole, kako bi daljnje matematičko učenje moglo uspješno napredovati.

## Nakon provođenja *DiToM* testiranja – što slijedi?

Koristeći alate za evaluaciju, opisane u Poglavlju 4, učitelji popunjavaju tablicu (u Excel-u ili na papiru) koja se može čitati u dva smjera:

- **Po retcima:** Rezultati svakog učenika pokazuju koje je zadatke riješio točno, djelomično točno, netočno ili ostavio praznima — što daje ukupni rezultat za tog učenika.

- **Po stupcima:** Za svaki zadatak tablica prikazuje koliko je učenika zadatak riješilo točno, djelomično točno, netočno ili ga uopće nije riješilo.

### S obzirom na pojedine učenike:

*DiToM* nije namijenjen etiketiranju učenika. Testovi probira **nisu namijenjeni identifikaciji učenika** s "diskalkulijom". Kliničke dijagnoze takve vrste ne odgovaraju na ključno pitanje na koje *DiToM* želi odgovoriti: *Kako učitelji mogu podržati djecu koja se muče s ključnim aritmetičkim znanjem i vještinama?* Ciljana podrška zahtijeva razumijevanje trenutne razine znanja svakog učenika. *DiToM* pomaže identificirati one učenike kojima je detaljna procjena hitno potrebna—ništa više, ali ni manje. U poglavlju 3 dane su smjernice o tome koje vrste podrške mogu biti korisne za svaki pojedini zadatak.

"Kritični pragovi", dani u Poglavlju 4, utvrđeni su na temelju testiranja *DiToM* testova probira. U pilot testiranjima sudjelovalo je sveukupno 8820 učenika u sedam partnerskih zemalja. Primjenom *Analize latentnih klasa* (vidi Livingston, 2014), učenici su grupirani na sljedeći način:

- **Skupina A:** Učenici koji pokazuju opsežne poteškoće u više ključnih kompetencija.
- **Skupina B:** Učenici koji pokazuju naznake poteškoća u određenim područjima.
- **Skupina C:** Učenici kod kojih nema značajnih naznaka poteškoća.

Važno je zapamtiti da svaki probir identificira samo „*trenutnu sliku stanja*“. Neki su učenici možda jednostavno imali loš dan ili bili ometeni, dok su drugi – unatoč poduzetim mjerama – prepisivali odgovore. Rezultate probira stoga treba tumačiti oprezno. Uvijek ih treba usporediti s opažanjima iz svakodnevne nastave i koristiti kao poticaj za daljnje ciljano promatranje.

Ako se pokaže da neki učenik spada u **skupinu A**, postoji opravdan razlog očekivati da će se njegove matematičke poteškoće pogoršavati tijekom školske godine, osim ako se ne provedu pravovremene i učinkovite intervencije. U Poglavlju 3 dane su opće smjernice za takve intervencije, temeljene na ključnom znanju i vještinama koje svaki zadatak procjenjuje. Za opsežnije upute, učitelji se mogu osloniti na relevantnu literaturu.

Učenici iz **skupine B** također će vjerojatno trebati ciljanu podršku barem u nekim područjima kako bi uspješno napredovala u učenju. Vrijedi naglasiti da svi zadaci testova probira procjenjuju *ključno znanje i vještine*. Testovi probira su namjerno osmišljeni tako da ne razlikuju učenike s visokim postignućima - idealno bi bilo da većina učenika smatra zadatke prilično jednostavnima. Stoga bi se bilo kakve pogreške učenika **iz skupine C** na pojedinačnim zadacima trebale shvatiti ozbiljno, jer mogu otkriti nedostatke u ključnim vještinama.

### S obzirom na razred u cjelini:

Ovo posljednje posebno vrijedi kada rezultati pokažu da je više učenika imalo poteškoća s istim zadatkom. To može ukazivati na nedovoljno uvježbavanje odgovarajućih vještina, bilo u prethodnim razredima ili prije upisa u školu. U takvim slučajevima, važno je da se prilike za učenje i uvježbavanje već sada osiguraju, čak i ako se prema kurikulumu već prešlo na obradu novog gradiva. Pritom, važno je uzeti u obzir hijerarhijsku strukturu matematičkog sadržaja: svaka razina ovisi o razumijevanju temeljnih i prethodno obrađenih sadržaja.

## 2) Upute za provedbu *DiToM* testa probira 2+

*DiToM* test probira 2+ dizajniran je za primjenu na cijeli razred na kraju 2. ili odmah na početku 3. razreda osnovne škole. Obuhvaća sljedeća područja:

- 1 Prebrojavanje
- 2 Prikaz desetica i jedinica
- 3 Brojanje unaprijed i unatrag
- 4 Pisanje dvoznamenkastih brojeva
- 5 Raspolavljanje brojeva (do 100)
- 6 Brojevni pravac
- 7 Osnovne činjenice o brojevima (brojevi do 10)
- 8 Mentalno zbrajanje brojeva do 100
- 9 Mentalno oduzimanje brojeva do 100
- 10 Razumijevanje operacije zbrajanja
- 11 Razumijevanje operacije oduzimanja
- 12 Tablica množenja
- 13 Razumijevanje operacije množenja: reprezentacija
- 14 Količinsko dijeljenje (*Quotitioning*)
- 15 Partitivno dijeljenje (*Partitioning*)

Sljedeće poglavlje pruža detaljne upute (zadatak po zadatak) o tome što treba reći učenicima prije i tijekom testiranja.

Ove upute dostupne su i kao **zasebna PDF datoteka** koji možete besplatno preuzeti s web stranice [ditom.org](http://ditom.org)

Ako taj dokument ispišete **obostrano** i uvezete spiralom, dobit ćete knjižicu iz koje možete naglas čitati upute za učenike (zadatak po zadatak) i vraćati se na ključne točke koje treba imati na umu tijekom testiranja. Dodatne stranice uključene u tom dokumentu omogućuju Vam da, držite knjižicu i čitate upute s prednje strane, dok učenici sa stražnje strane Vaše knjižice s uputama mogu vidjeti odgovarajući primjer zadatka.

## Prije i za vrijeme podjele knjižica sa zadacima

Recite učenicima da biste na kraju 2. razreda (ili početku 3. razreda) željeli saznati što su do sada savladali od gradiva iz aritmetike.

Najavite da će svaki učenik dobiti malu knjižicu sa zadacima za rješavanje i da ćete ih Vi voditi kroz zadatke i reći im što trebaju u svakom zadatku napraviti.

Neki zadaci bit će popraćeni dodatnim primjerom koji ćete pokazati pred cijelim razredom neposredno prije rješavanja.

Objasnite im da je iznimno važno da zadatke rješavaju samostalno. Prvi razlog, jer rješenja drugih učenika mogu biti pogrešna. Drugi razlog, jer želite znati koje je sadržaje svaki učenik već savladao ili u kojem dijelu gradiva još ima poteškoća, kako biste im mogli pomoći.

Ako smatrate da je potrebno i dostupno, postavite pregrade između učenika tijekom testiranja. Provjerite da su svi stolovi prazni i da svaki učenik ima pribor za pisanje.

Recite učenicima da pišu olovkom. U slučaju da su nešto pogrešno napisali, neka pobrišu ili precrtaju što je pogrešno i napišu točan odgovor iznad, ispod ili pored pogrešnog odgovora.

Također, recite učenicima **da ćete ih Vi voditi kroz zadatke jedan po jedan i da ćete im objasniti što trebaju učiniti u svakom zadatku. Naglasite im da sami NE idu naprijed kroz zadatke.**

Naglasite da je jako važno pažljivo slušati upute. Recite im da ćete za neke zadatke prvo dati primjer, prije nego što oni sami krenu rješavati.

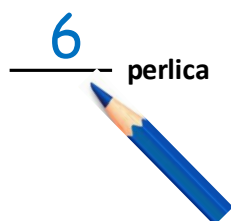
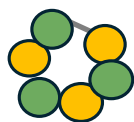
**Neki zadaci imaju vremensko ograničenje.** Međutim, kako biste izbjegli nepotreban stres, nemojte to najavljivati unaprijed. Umjesto toga, recite im da očekujete da će neke zadatke riješiti prilično brzo jer ih vjerojatno već znaju napamet. Najavite da ćete, kada neko vrijeme budu radili na zadatku, reći STOP, i tada svi trebaju prestati pisati i odložiti olovku na stol. Naglasite im da nije važno ako ne završe neki zadatak na vrijeme.

Za one **zadatke koji nemaju vremensko ograničenje** upotrijebite vlastitu procjenu kada reći STOP. Preporuka je da ih zaustavite kada **većina** učenika završi. Neki učenici mogu trebati znatno više vremena od većine, a čak i uz dodatno vrijeme možda neće dovršiti zadatak. Međutim, ako ostali moraju predugo čekati, može se pojaviti nemir u razredu. Stoga, kada većina učenika odloži olovku (i podignu ruku kao znak da su gotovi) možete reći STOP i uvjeriti one koji nisu završili da to nije važno, te pohvaliti ih za njihov trud.

**Sada podijelite testove** i naglasite da ih **NE OTVARAJU dok im ne kažete da to mogu napraviti.** Recite učenicima da na prvu stranicu najprije napišu svoje ime, prezime i razred.

## 1 Prebrojavanje

### Primjer



“Pogledajte ovu ogrlicu. Ona ima 6 perlica  
Stoga, na crtu pišemo broj 6.”

→ *Učenicima pokažite (prstom ili olovkom)  
broj 6 na crti.*

“Znači 6 je perlica na ogrlici, pa pišemo broj  
6 na praznu crtu.”

Nema vremenskog ograničenja.

### Zadatak 1



\_\_\_\_\_ perlica

“Sada, molim vas, okrenite stranicu na prvi  
zadatak”

“Ovdje vidite novu ogrlicu. **U SEBI** prebrojite  
perlice na toj ogrlici.”

“Na praznu crtu ispod ogrlice upišite koliko  
perlica se na njoj nalazi. Brojite u tišini i  
zatim upišite broj na praznu crtu.”

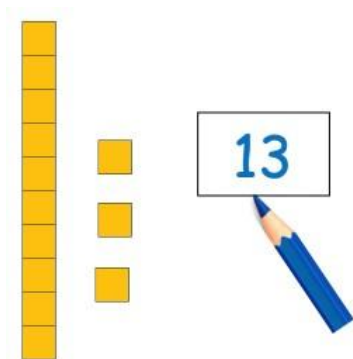
“Kada završite, molim vas odložite olovku.”

*Savjet:* Možete im reći da podignu ruku kada  
su gotovi i kada je većina učenika završila  
krenite na sljedeći zadatak koji započinje s  
primjerom.

→ *Pokažite primjer za sljedeći zadatak.*

## 2 Prikaz desetica i jedinica

### Primjer



“Pogledajte ovu sliku. Ona prikazuje broj **13**.”

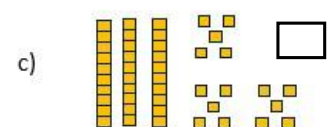
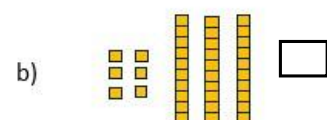
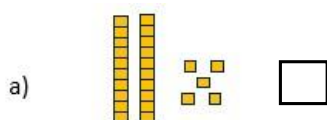
→ Pokažite učenicima najprije stupac i zatim tri kvadratića uz njega.

„U stupcu ih je 10, a tri su prikazana pojedinačno.”

“Stoga, imamo 10 i 3. Ukupno ih je 13, pa pišemo broj **13** u polje zdesna.

→ Pokažite im broj 13 upisan u to polje.

### Zadatak 2



“Molim vas okrenite stranicu na sljedeći zadatak”

“Ovdje se nalaze tri slike koje prikazuju neke brojeve. Zapišite broj koji odgovara svakoj slici polje s desne strane slike.”

“Krenite sada!”

→ Brojite do 30 u sebi.

“Vrijeme je isteklo. Idemo na sljedeći zadatak. Nije bitno ako niste stigli riješiti sve zadatke, nemojte se time opterećivati.”

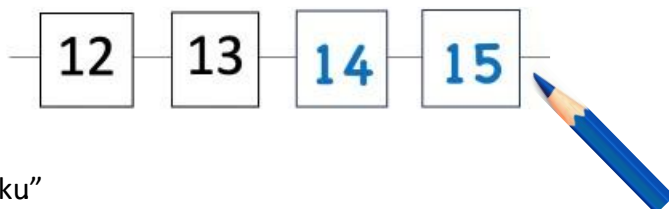
Vremensko  
ograničenje: 30 sek

“Pogledajte sljedeću sliku”

→ Pokažite primjer za sljedeći zadatak.

### 3 Brojanje unaprijed i unatrag

Primjer



“Pogledajte ovu sliku”

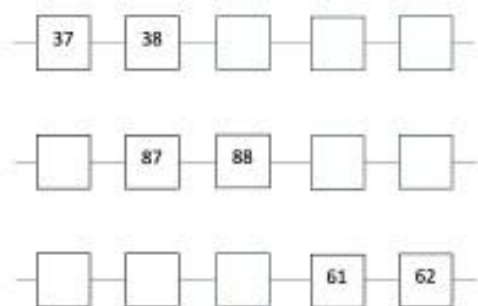
→ Pokažite učenicima primjer.

“Tu su prikazana četiri broja u retku. Započinje s 12, zatim 13, pa broj koji dolazi nakon 13 je **14** koji je zapisan u sljedećem polju. Nakon 14 dolazi **15** koji je zapisan u sljedećem polju.”

→ Najprije pokažite na broj 14, a zatim na broj 15.

“Četiri broja u ovom retku su 12, 13, **14** i **15**.”

#### Zadatak 3



“Molim vas okrenite stranicu na sljedeći zadatak.”

“Sada imamo po pet brojeva u nizu. U prazna polja upišite brojeve koji nedostaju.

**Pripazite na to da na nekim mjestima se traži da upišete brojeve koji dolaze PRIJE zadanih brojeva !”**

“Kada završite, molim vas odložite olovku.”

Nema vremenskog ograničenja.

Savjet: Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak za koji im najprije pokažite primjer.

→ Pokažite primjer za sljedeći zadatak.

## 4 Pisanje dvoznamenkastih brojeva

### Primjer

22

“Kada želimo zapisati broj ‘dvadeset (i) dva’ tada pišemo brojku 22.”

→ *Pokažite na 22.*

18



“A kada želimo zapisati broj ‘osamnaest’, pišemo 18.”

→ *Pokažite na 18.*

### Zadatak 4

“Sada želim da vi zapišete neke brojeve koje ću vam ja diktirati”

a) \_\_\_\_\_

“Molim vas okrenite stranicu na sljedeći zadatak. Ovdje vidite pet crta od a) do e) koje se nalaze jedna ispod druge.”

b) \_\_\_\_\_

„Ja ću vam diktirati pet brojeva koje ćete zapisati jedan ispod drugoga.”

c) \_\_\_\_\_

„Slušajte me pažljivo i zapisujte sljedeće brojeve: ”

d) \_\_\_\_\_

e) \_\_\_\_\_

- a) Trideset (i) četiri (34)
- b) Petnaest (15)
- c) Četrdeset (i) tri (43)
- d) Pedeset (50)
- e) Šezdeset (i) sedam (67)”

Nema vremenskog  
ograničenja.

“Sada krenimo na sljedeći zadatak.”  
→ *Pokažite primjer za sljedeći zadatak.*

## 5 Raspolavljanje brojeva (do 100)

### Primjer

Pola od 10: 5



“Pola od deset je pet.”

→ *Pokažite primjer.*

“To je razlog zašto pišemo broj 5 na crtu”

### Zadatak 5

Vremensko  
ograničenje: 30 sek

a) Pola od 12 je: \_\_\_\_\_

b) Pola od 16 je: \_\_\_\_\_

c) Pola od 60 je: \_\_\_\_\_

d) Pola od 80 je: \_\_\_\_\_

e) Pola od 50 je: \_\_\_\_\_

“Molim vas okrenite stranicu. Ovdje se nalazi pet brojeva. Zapišite koliko j**pola** od tih brojeva.”

“Krenite sada!”

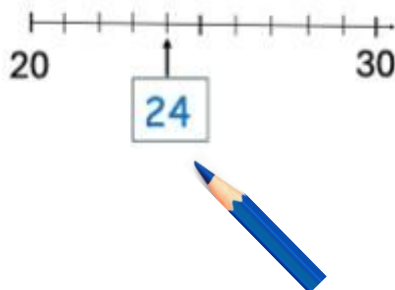
→ *Brojite do 30 u sebi.*

“Vrijeme je isteklo, stoga krenimo na sljedeći zadatak. Nije nikakav problem ako niste stigli dovršiti ovaj zadatak.”

→ *Pokažite im primjer za sljedeći zadatak.*

## 6 Brojevni pravac

### Primjer



“Ovdje se nalazi brojevni pravac s brojevima od 20 do 30.”

→ Pokažite pomicanjem prsta duž pravca od 20 do 30.

“Tražimo onaj broj koji bi odgovarao označenoj poziciji na brojevnom pravcu.”

→ Pokažite na kvadratić s upisanim brojem 24.

“Pogledajte – radi se o broju 24. Zato je on i upisan u ovo polje ispod pravca.”

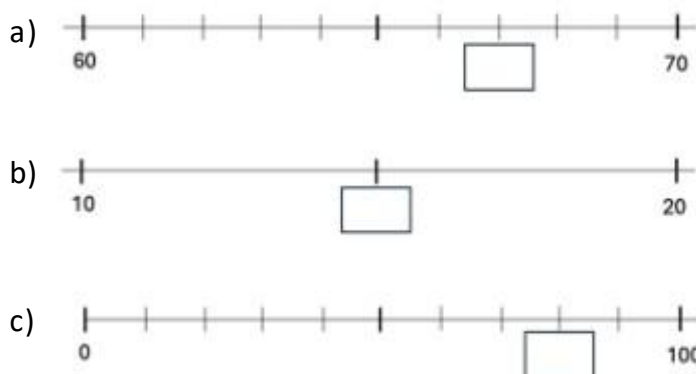
### Zadatak 6

“Molim vas okrenite stranicu na kojoj se nalazi novi zadatak. Zadana su tri brojeva pravca”

“**Pozorno promotrite** koji su brojevi zadani na tim brojevnim pravcima. Ispod svakog pravca nalazi se prazno polje u koje treba upisati točan broj koji se nalazi na traženoj poziciji na tom pravcu”

“**Budite jako oprezni i uočite da nisu isti brojevi označeni na tim pravcima.**”

“Kada završite, molim vas odložite olovku.”



Nema vremenskog ograničenja.

→ Pokažite im primjer za sljedeći zadatak.

## 7 Osnovne činjenice o brojevima (brojevi do 10)

### Primjer

“U ovom primjeru na vrhu se nalazi broj 5.”

→ *Pokažite na broj 5.*

|   |   |
|---|---|
| 5 |   |
| 3 | 2 |



“Kao što znate, broj 5 možemo rastaviti na dva broja (pribrojnika) čiji je zbroj jednak 5. Ako je jedan od pribrojnika 3 ...”

→ *Pokažite na broj 3.*

“... tada je broj koji nedostaje 2, jer je 3 uvećano za 2 jednako 5.”

→ *Prstom pokazujte brojeve kako ih izgovarate.*

“Stoga, broj 5 možemo ‘rastaviti’ na brojeve 3 i 2, jer njihov zbroj iznosi 5’.

### Zadatak 7

a)

|   |  |
|---|--|
| 6 |  |
| 1 |  |

b)

|   |  |
|---|--|
| 7 |  |
| 3 |  |

c)

|   |  |
|---|--|
| 8 |  |
| 2 |  |

d)

|   |  |
|---|--|
| 8 |  |
| 5 |  |

e)

|   |  |
|---|--|
| 9 |  |
| 2 |  |

f)

|   |  |
|---|--|
| 9 |  |
| 4 |  |

“Molim vas okrenite stranicu na kojoj se nalazi zadatak s nekoliko brojeva koje trebate rastaviti na isti način.”

Vremensko  
ograničenje:  
30 sek

“Pozorno pogledajte koji su brojevi zadani na vrhu i zatim odredite koji su to brojevi koji nedostaju. Broj dvaju brojeva ispod daju rezultat koji piše iznad.”

“Krenite sada!”

→ *Brojite do 30 u sebi.*

“Isteklo je vrijeme, molim vas stanite s rješavanjem i odložite olovke. Nije važno jeste li uspjeli sve riješiti ili ne, nastavljamo dalje.”

→ *U nastavku slijede zadaci bez primjera.*

## 8 Mentalno zbrajanje brojeva do 100

Primjer nije potreban.

### Zadatak 8

Nema vremenskog  
ograničenja.

a)  $32 + 7 =$

“Molim vas okrenite stranicu na novi zadatak. Ovdje nemamo primjer jer svi znate što treba napraviti. Radi se o zadacima **szbrajanjem**.”

b)  $6 + 74 =$

“Krenite ih sada rješavati”

c)  $60 + 30 =$

“Kada završite, molim vas odložite olovku.”

d)  $27 + 40 =$

Savjet: Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

e)  $25 + 8 =$

“Do sada ste dobro radili i već smo prošli pola zadatka. Sada ustanite i razgibajte ruke, šake i noge.” → *Također, i Vi to učinite!*

“Dobar je osjećaj, zar ne? Dobro, sada vas molim da ponovno sjednete”

## 9 Mentalno oduzimanje brojeva do 100

Primjer nije potreban.

### Zadatak 9

Nema vremenskog  
ograničenja.

a)  $48 - 6 =$

“Molim vas okrenite stranicu na nove zadatke s **oduzimanjem** .”

b)  $37 - 7 =$

„Pripazite, **ovdje oduzimate** brojeve.”

c)  $20 - 9 =$

“Krenite ih sada rješavati”

d)  $56 - 30 =$

“Kada završite molim vas odložite olovku.”

e)  $25 - 8 =$

Možete im također i ovdje reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

## 10 Razumijevanje operacije zbrajanja

Primjer nije potreban.

### Zadatak 10

Nema vremenskog  
ograničenja.

“Molim vas da sada okrenete stranicu i pogledate sljedeći zadatak. **Ma ću vam pročitati tekst tog zadatka.**”

→ Pročitajte zadatak **DVAPUT** pred cijelim razredom i posebno **naglasite ključne riječi.**

#### Na putu prema školi:

U autobusu se nalazi **12** učenika.

Na sljedećoj stanici u autobus je ušlo **6** novih učenika.

Koliko je sada učenika u autobusu?

Izračunaj: \_\_\_\_\_

U autobusu je \_\_\_\_\_ učenika.



“Sada izračunajte sve što je potrebno i svoj odgovor upišite na prazne crte. Kada završite, molim vas odložite olovku.”

Možete im također i ovdje reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

## 11 Razumijevanje operacije oduzimanja

Primjer nije potreban.

### Zadatak 11

Nema vremenskog  
ograničenja.

“Molim vas da sada okrenete stranicu i pogledate sljedeći zadatak. Ja ću vam pročitati tekst tog zadatka.”

„Sada zamislimo da je gotova škola i autobus razvozi djecu svojim kućama.”

→ Pročitajte zadatak **DVAPUT** pred cijelim razredom i posebno naglasite ključne riječi.

#### Na putu prema kući:

U autobusu se nalazi **28** učenika.

Na sljedećoj stanici iz autobusa su izašla **3** učenika.

Koliko je učenika ostalo u autobusu?

Izračunaj: \_\_\_\_\_

U autobusu je \_\_\_\_\_ učenika.



“Sada izračunajte sve što je potrebno i svoj odgovor upišite na prazne crte. Kada završite molim vas odložite olovku.”

Možete im također i ovdje reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

## 12 Tablica množenja

Primjer nije potreban.

### Zadatak 12

Vremensko  
ograničenje: 30 sek

a)  $7 \cdot 2 =$

b)  $4 \cdot 5 =$

c)  $8 \cdot 10 =$

d)  $9 \cdot 2 =$

e)  $10 \cdot 7 =$

f)  $5 \cdot 6 =$

“Okrenite novu stranicu na kojoj se nalaze zadaci s množenjem. Svi znate što je potrebno ovdje napraviti.”

“Radi se o tablici množenja”

„Ovdje imate vremensko ograničenje u rješavanju od 30 sekundi.”

“Krenite rješavati sada”

→ *Brojite do 30 u sebi.*

“Molim vas sada stanite s rješavanjem. Nije važno ako niste stigli sve brojeve pomnožiti. Nastavljamo dalje, molim vas okrenite novu stranicu”

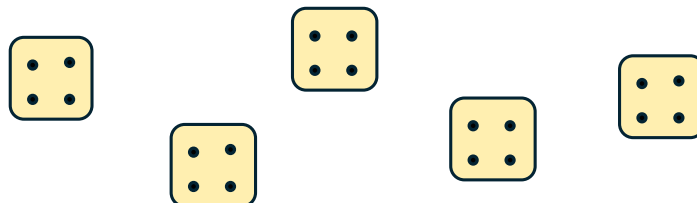
### 13 Razumijevanje operacije množenja: reprezentacija

Primjer nije potreban.

#### Zadatak 13

Nema vremenskog  
ograničenja.

“Dobro promotrite ovaj problem.”



Zadatak: \_\_\_\_\_

“Pogledajte što je nacrtano na slici. Tu sliku možemo povezati s jednim zadatkom u kojem imamo **MNOŽENJE!**”

„Na praznu crtu ispod slike napišite zadatak (operaciju) **množenjem**, a ono je povezano sa zadanom slikom!”

“Ako želite možete, ali i ne morate, napisati rezultat te operacije koju ste napisali. Ovdje nas zanima koja je to operacija koja odgovara slici. ”

“Kada završite molim vas odložite olovku.”

Savjet: Možete im reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

## 14 Količinsko dijeljenje (*Quotitioning*)

Primjer nije potreban jer ih može usmjeriti prema strategiji računanja.

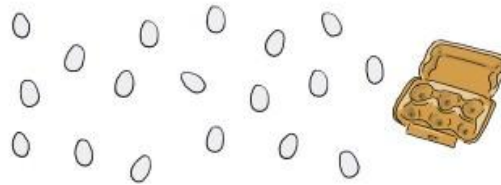
### Zadatak 14

Nema vremenskog ograničenja.

“Imamo još dva zadatka i do sada ste bili odlični !  
Pogledajmo sljedeći zadatak. Molim vas, okrenite stranicu.

→ Pročitajte zadatak **DVAPUT** pred cijelim razredom i posebno **naglasite ključne riječi** .

Jutros je farmer pokupio **18 jaja**. U jednu kutiju za jaja stane **6 jaja**. Koliko je kutija za jaja moguće napuniti?



Farmer može popuniti \_\_\_\_\_ kutija jaja.

“Sada riješite ovaj zadatak.

**Možete to učiniti na dva načina: crtanjem odnosno zaokruživanjem jaja ili pak izračunati rješenje.**

„Svoj odgovor upišite na praznu crtu. Kada završite molim vas odložite olovku.”

Možete im također i ovdje reći da podignu ruku kada su gotovi i kada je većina učenika završila krenite na sljedeći zadatak.

## 15 Partitivno dijeljenje (*Partitioning*)

Primjer nije potreban jer ih može usmjeriti prema strategiji računanja.

### Zadatak 15

Nema vremenskog ograničenja.

“Sada molim vas okrenite novu stranicu Preostao je još samo jedan zadatak.”

→ Pročitajte zadatak **DVAPUT** pred cijelim razredom i posebno **naglasite ključne riječi**.

Baka je kupila **15 čokoladnih jaja** koja želi podijeliti svojim unucima. Baka ima **3 unuka**.

Svaki je unuk dobio isti broj jaja. Koliko je čokoladnih jaja dobio svaki unuk?

Svaki unuk dobio je \_\_\_\_ jaja.



“Sada riješite ovaj posljednji zadatak.

**Također i ovdje to možete učiniti na dva načina: crtanjem odnosno zaokruživanjem jaja ili pak izračunati rješenje .”**

„Svoj odgovor upišite na praznu crtu”

„Kada završite, molim vas odložite olovku i zatvorite knjižicu sa zadacima.”

→ Nakon što pokupite sve testove: Zahvalite djeci na trudu i suradnjite ih počastite trčanjem po školskom dvorištu, igrom ili bilo čime što smatrate prikladnim kao nagradu!

### 3) Objašnjenja i prijedlozi za podršku vezani za pojedinačne zadatke *DiToM* testa probira 2+

#### Zadatak 1: Brojanje

##### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Brojanje uređenih količina s više od 20 elemenata.

##### Zašto je ova vještina ključna?

Učenje niza brojeva i primjena načela brojanja (vidi dolje) pri određivanju broja brojanjem predstavljaju ključne korake u razvijanju ispravnog razumijevanja prirodnih brojeva. Sposobnost preciznog određivanja broja elemenata u skupu preduvjet je za istraživanje i prepoznavanje odnosa između brojeva. Temeljni odnosi uključuju „jedan više/jedan manje“ između susjednih brojeva na brojevnom pravcu te „dio–cjelina“ unutar tzv. trojki brojeva (npr. 3, 5 i 8, gdje je 8 cjelina, a 3 i 5 dijelovi). Osim toga, točno brojanje elemenata važna je vještina i u svakodnevnom životu.



##### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Da bi dijete ispravno prebrojilo 23 perlice u zadatku 1, mora savladati niz brojeva do „dvadeset tri“ i pridržavati se principa jedan–jedan pri brojanju perlica. Postoji velika vjerojatnost da će dijete pogriješiti u jedan-na-jedan dodjeljivanju, npr. izostaviti ili dvaput prebrojati pojedine perlice, ako pogriješi točan broj za jedan (npr. 22 ili 24). Raspored perlica u krugu također zahtijeva planiran pristup, što znači da dijete mora odabrati početnu perlicu i osigurati da se ona i sve sljedeće perlice ne broje dvaput. Čvor je namjerno uključen u ilustraciju kako bi to olakšao, no dijete ga mora samostalno koristiti u tu svrhu.

Zadatak također zahtijeva zapisivanje utvrđenog broja pomoću znamenki. Na primjer, broj „dvadeset tri“ mora se zapisati kao „23“. Pogreške poput pisanja „32“ (ili „42“ u kombinaciji s pogreškom pri brojanju) mogu ukazivati na problem sa zapisivanjem dvoznamenkastih brojeva, a ne s brojanjem (vidi zadatak 4).

##### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Zadatak je namjerno odabran kao početni zadatak jer će ga djeca na kraju 2. razreda vjerojatno smatrati jednostavnim i rijetko će pogriješiti. Ako do pogreške ipak dođe, to nužno ne znači da dijete i dalje ima poteškoća s načelima brojanja. Ispravno brojanje uvijek zahtijeva koncentraciju kao i razumijevanje načela brojanja. Međutim, pogreška u zadatku 1 trebala bi biti razlog za detaljniju provjeru djetetovih vještina brojanja izvan okvira testa probira. Pri tome biste trebali ići dalje od načela obrađenih ovdje (načela stabilnog poretka i jedan–jedan): Je li dijete svjesno razlike između kardinalne upotrebe brojeva (npr. „osam perlica“ kao rezultat brojanja) i ordinalne upotrebe (npr. „osma perlica“)? Zna li dijete da se broj, jednom određen brojanjem, ne mijenja (i stoga se ne mora ponovo brojati) ako se promijeni redoslijed elemenata? Shvaća li da nije važno broji li s lijeva na desno (ili u smjeru kazaljke na satu ili suprotno) sve dok se svaki element prebroji točno jednom? Ako i dalje postoje nejasnoće oko ovakvih pitanja na kraju 2. razreda ili kasnije, hitno je potrebno raditi s djetetom na osnovnim vještinama brojanja. Ako pogreške ukazuju na poteškoće u pisanju dvoznamenkastih brojeva (vidi gore), izvedba istog djeteta u zadatku 4 mogla bi pružiti dodatne pokazatelje. U komentaru u sklopu zadatka 4 nalaze se informacije o mogućim mjerama podrške za djecu koja imaju poteškoća u ovom području.

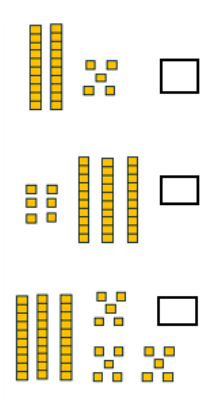
## Zadatak 2: Prikaz desetica i jedinica

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Percepcija strukturiranih prikaza dvoznamenkastih brojeva, grupiranje.

### Zašto je ova vještina ključna?

Dobro razumijevanje dekadskog brojevnog sustava osnova je za fleksibilno računanje s višeznamenkastim brojevima (kasnije i decimalnim brojevima) te za povezivanje tih brojeva međusobno i sa svijetom u kojem živimo (npr. za procjenjivanje, grube izračune, ispravno vrednovanje količinskih omjera u stvarnim situacijama...).



Razumijevanje dekadskog sustava ima više aspekata. Kako bi uspješno koristili dvoznamenkaste brojeve, učenici moraju razlikovati desetice i jedinice te razumjeti da je jedna desetica ekvivalentna s deset jedinica (načelo grupiranja). Povezano s time, moraju razumjeti i mjesnu vrijednost znamenki unutar dvoznamenkastog broja. U broju 25, znamenka 2 označava dvije desetice, a znamenka 5 označava pet jedinica. Ovo je znanje također ključno za prevođenje strukturiranog prikaza dvoznamenkastog broja (i više), u ovom zadatku korištenjem (slikovnih prikaza) Dienesovih blokova, u simboličku reprezentaciju i obrnuto.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Djeca koja još ne razumiju razliku između desetica i jedinica mogla bi jednostavno prebrojati prikazane objekte te za prvi broj (25) doći do rezultata 7, tj. 2 štapića i 5 kockica, ukupno 7 objekata. Još jedna moguća pogreška jest ne obraćanje pozornosti na redoslijed kojim se znamenke trebaju zapisati. Na primjer, za drugi broj (36) djeca možda neće obratiti pozornost na mjesnu vrijednost te će broj zapisati prema redoslijedu prikaza, tj. 6 jedinica i 3 desetice: 63. Pogreške se mogu pojaviti i zbog krivog prebrojavanja, npr. dijete bi za treći broj (45) moglo dobiti 44 jer je pogrešno izbrojilo četrnaest umjesto petnaest jedinica. Još jedna moguća pogreška jest zapisati 315 za treći broj (3 za desetice, 15 za jedinice), ne uzimajući u obzir da 10 jedinica čini još jednu deseticu.

Imajte na umu da su jedinice na ilustracijama namjerno tako raspoređene da ih djeca ne moraju prebrojavati, u slučaju da prepoznaju temeljnu strukturu i stekla su odgovarajuće numeričko znanje (npr.  $3+3=6$  u drugom broju). Vremensko ograničenje namjerno je postavljeno tako kratko da djeca koja broje sve jedinice vjerojatno neće završiti na vrijeme i/ili će napraviti pogreške u prebrojavanju. Međutim, u interesu je djece da ovakav način provjere pokaže da još ne poznaju ili barem ne koriste takve brojčane strukture za kvazi-simultano razumijevanje. Ovo je posebno važno za razumijevanje da  $5+5=10$  i da 10 jedinica čini jednu deseticu, što je nužno za brzo prepoznavanje trećeg broja kao 45.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Ovaj zadatak koristi slike štapića za desetice i kvadratića za jedinice. Ako ovaj materijal nije korišten u nastavi, poteškoće s ovim zadatkom mogu jednostavno biti posljedica toga. U tom slučaju, bolje je koristiti neki drugi zadatak koji koristi materijal s kojim su vaši učenici upoznati, kako biste procijenili ključnu vještinu koja je ovdje u fokusu.

U svakom slučaju, važno je raditi s djecom na razumijevanju načela grupiranja i mjesne vrijednosti znamenaka pomoću materijala. Što se tiče vrste materijala pogodnog za ovu svrhu, najprije treba postaviti aktivnosti u kojima djeca sama moraju oblikovati desetice koristeći deset objekata i naučiti uzimati te desetice u obzir prilikom određivanja i zapisivanja ukupnog broja objekata.

U daljnjem radu, unaprijed strukturirani štapići za desetice i kvadratiće za jedinice korisni su materijali za proširivanje i učvršćivanje razumijevanja. Djeca bi trebala istražiti broj kvadratića u jednom štapiću (uvijek 10) i koristiti to znanje za aktivnosti poput zamjene skupina od 10 pojedinačnih kvadratića jednim štapićem („razmjena“) kako bi se lakše snalazila s većim količinama kvadratića.

Djeca koja ne obraćaju pažnju na redoslijed znamenki i miješaju brojeve poput 34 i 43, trebaju vidjeti i razumjeti razliku između njihovih kardinalnih prikaza. To se može postići isticanjem mjesne vrijednosti (desetice/jedinice) dviju znamenki 3 i 4 kako bi shvatila da broj 34 znači 3 desetice i 4 jedinice, dok broj 43 označava 4 desetice i 3 jedinice.

### Zadatak 3: Brojanje unaprijed/unatrag

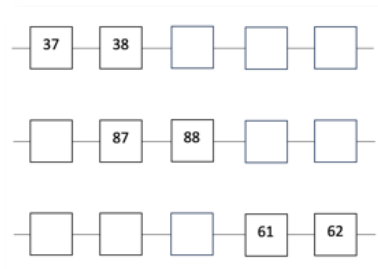
#### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Nastavljanje niza prirodnih brojeva u oba smjera, počevši od dvoznamenkastog broja, prelazeći preko desetica.

#### Zašto je ova vještina ključna?

Savladvanje niza brojeva ključno je za brojanje unaprijed i unatrag. Brojanje unaprijed osobito je važno u svakodnevnom životu.

Početni brojevi za ovaj zadatak odabrani su tako da je potrebno brojati s prelaskom desetica. Stoga, pogreške u ovom zadatku mogu ukazivati na nedostatak razumijevanja dekadskog sustava (slaganja u desetice i razlaganje desetica). S druge strane, sposobnost brojanja ne znači nužno da dijete u potpunosti razumije princip grupiranja. Zadatak 3 stoga pokriva samo jedan aspekt koji je važan kao preduvjet za daljnje učenje. Za više informacija o važnosti razumijevanja mjesne vrijednosti znamenki, vidi komentar u zadatku 2.



#### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Pogreške poput 39-30-31 (prvi red) ili 89-80 (drugi red) upućuju na nedovoljno razumijevanje principa slaganja u desetice. Početak u trećem redu s pogrešnom deseticom (npr. 78-79-60) ukazuje na poteškoće u razlaganju desetica.

U drugom redu, u prvom polju dijete bi moglo upisati broj kojim bi nastavilo niz udesno da je postojalo još jedno prazno polje. U tom slučaju dijete bi moglo doći do niza 91-87-88-89-90, a problem ne bi ležao u savladavanju slaganja u desetice, već u razumijevanju formata zadatka. To se može razjasniti razgovorom s djetetom.

Slično, ako dijete u trećem redu nastavi ulijevo niz 63-64-65, to može biti jednostavno zato što nije razumjelo zadatak. Međutim, moguće je da je dijete preopterećeno zadatkom nastavka niza unatrag i stoga radi ono što mu je lakše. U takvim slučajevima potrebno je dodatno razjašnjenje kroz razgovor jedan na jedan. Drugi tip moguće pogreške odnosi se na probleme s pisanjem dvoznamenkastih brojeva, na primjer, ako se prvi red nastavi brojem 84 (vidi zadatak 4).

#### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Ako se u ovom zadatku pojave pogreške, najprije usmeno provjerite djetetove vještine brojanja. Te se vještine ne mogu izravno procijeniti testiranjem koje uključuje papir i olovku. Posebno je važno utvrditi može li dijete točno i sigurno brojati unaprijed i unatrag počevši od bilo kojeg dvoznamenkastog broja te može li također bez problema prelaziti preko desetica.

Međutim, poteškoće u ovom području ne treba rješavati isključivo usmenim vježbama brojanja. Ako dijete uporno ima problema s brojanjem pri prijelazu desetice, vjerojatno mu nedostaje razumijevanje principa slaganja u desetice: svakih deset jedinica čini jednu deseticu, zbog čega nakon 39 u nizu prirodnih brojeva slijedi 40, nakon 89 slijedi 90 i tako dalje. Aktivnosti slaganja s konkretnim materijalom pomažu u razvijanju tog razumijevanja (vidi zadatak 2).

Slične poteškoće još su češće prilikom razlaganja desetica, odnosno pri prelasku preko desetica prema natrag. To čini odgovarajuće aktivnosti s materijalom još važnijima. Da bi se oduzela jedna jedinica od broja 70, koji je predstavljen sa sedam desetica (štapici - desetice), jedna desetica mora se „razložiti“ (zamijeniti) u deset jedinica. Zbog toga je  $70 - 1 = 69$  i zato je 69 u nizu brojeva ispred 70.

## Zadatak 4: Pisanje dvoznamenkastih brojeva

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Pisanje izgovorenih brojeva u brojčani zapis.

Trideset (i) četiri → 34

### Zašto je ova vještina ključna?

Ako djeca često griješe ili su nesigurna pri prevođenju između izgovorenog i pisanog oblika dvoznamenkastih brojeva, to im znatno otežava sudjelovanje na matematičkim satovima, kao i korištenje dvoznamenkastih i višeznamenkastih brojeva u svakodnevnom životu. To nadilazi samo pisanje i čitanje brojeva u brojčanom zapisu: čak i kod računanja u glavi, brojevi zapisani znamenkama mentalno se prevode u riječi, a brojevi izračunati u glavi moraju se zapisati u brojčanom obliku.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Pisanje dvoznamenkastih brojeva predstavlja izazov za djecu u svim europskim jezicima, posebno u njemačkom ili slovenskom jeziku. Moguća pogreška, makar rijetka u hrvatskom jeziku, je da dijete pri pisanju dvoznamenkastih brojeva prvo napiše znamenku jedinica, a tek potom, s desna od nje znamenku desetica, na primjer pogrešno zapiše „trideset i četiri“ kao 43.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Ako dijete uporno griješi ili pokazuje nesigurnost u ovom području, prvo treba provjeriti njegovo razumijevanje principa položaja i slaganja u desetice. Tek tada ima smisla usmjeriti se na razumijevanje formiranja brojeva. Stoga, kada dijete shvati što su desetice (deset jedinica spojeno u novu veličinu; princip slaganja) i da položaj znamenke daje informaciju o tome je li riječ o jedinici ili desetici (princip položaja), treba vježbati čitanje i pisanje dvoznamenkastih brojeva.

Čak i djeca koja razumiju principe slaganja i položaja mogu imati poteškoća s posebnostima formiranja brojeva (vidi gore). To je najviše izraženo kod djece s drugim materinjim jezikom.

Prvi korak u pružanju pomoći je temeljito i više puta na nastavi objasniti pravila i iznimke u formiranju brojeva. Nakon toga preporučuje se redovita „vježba slušanja“. Učitelj izgovara broj, a djeca se trebaju koncentrirati na broj desetica. Alternativno, djeca se mogu koncentrirati na broj jedinica na mjestu jedinica zadanog broja. Pisanje diktata trebalo bi se vježbati tek kasnije. Također se pokazalo uspješnim korištenje diktata na kalkulatoru. Kada djeca upisuju brojeve koje su čula, kalkulator ih prisiljava da prvo unesu desetice i tako analiziraju čuti broj na temelju desetica i jedinica.

## Zadatak 5: Raspolavljanje brojeva (do 100)

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Raspolavljanje dvoznamenkastih brojeva, uključujući brojeve s neparnim brojem desetica.

### Zašto je ova vještina ključna?

Raspolavljanje (kao i udvostručavanje) osnovna je aritmetička operacija sama po sebi. Stoga udvostručavanje i prepolovljavanje treba uvoditi već od prvog razreda, isprva u rasponu brojeva do 10 i 20, te ih što je moguće ranije automatizirati. Sposobnost brzog i sigurnog prepolovljavanja brojeva većih od 20 temelj je za fleksibilno rukovanje dvoznamenkastim (a kasnije, koristeći analogne strategije, i višeznamenkastim) brojevima.

Bitno je da djeca mogu brzo i sigurno prepoloviti desetice. Na primjer, da bi dobilo  $5 \cdot 7$  iz  $10 \cdot 7$ , dijete mora znati da je 35 pola od 70. Također, raspolavljanje brojeva je izuzetno korisno kod dijeljenja. Na primjer, zadatak  $48 \div 4$  može se riješiti dvostrukim raspolavljanjem ( $48 \div 2 = 24$ ,  $24 \div 2 = 12$ ).

Prepolovljavanje na razini složenosti ovog zadatka osnovna je operacija koja bi do kraja 2. razreda škole trebala biti (gotovo) automatska. Stoga je postavljeno vremensko ograničenje za ovu vještinu u okviru ovog testiranja. Prilikom provođenja testiranja, naravno, važno je da se djeca ne osjećaju pod stresom. Preporuke za provedbu nalaze se u *Uputama za provedbu testa probira 2+*.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Pogreške pri raspolavljanju dvoznamenkastih brojeva često upućuju na poteškoće s dekadskim sustavom: djeca koja, primjerice, ne razmišljaju o broju 16 kao o  $10+6$ , nego kao o „1 i 6“, mogu potom dobiti 13 kao polovicu (6 se prepolovi ispravno, ali ne znaju što napraviti s 1 i ponovno je upisuju), ili čak samo 3 (1 na mjestu desetica se zanemari). Na sličan način razmišljanja dijete može odrediti 11 kao polovicu od 12.

Kod djece koja su (navodno) zapamtila udvostručavanja u rasponu brojeva do 20, pogreška može biti, na primjer, 9 kao polovica od 16 (pogrešno zapamćeno:  $9+9=16$ ) ili 7 kao polovica od 12 (pogrešno zapamćeno:  $7+7=12$ ).

Neka djeca izbjegavaju zapisati odgovor ako ga ne znaju. Neka djeca, ako ih se pita za 50, mogu objasniti da se 50 (kao i 30, 70, 90) ne može prepoloviti. To upućuje na to da vide 50 kao „pet-nula“, a ne kao pet desetica. Druga djeca mogu kao odgovor zapisati 20 ili 30, misleći pri tome na  $2+3$  kao jedini način da se broj 5 podijeli u približno jednake dijelove. Pogreške pri prisjećanju mogu se javiti i kod raspolavljanja brojeva 60 i 80 (40 kao polovica od 60, a 30 kao polovica od 80).

Sve vrste pogrešaka treba istražiti u razgovoru s djetetom. Kad pogreška nije samo posljedica nepažnje, ona će se često pojavljivati, a iz razgovora se tada može otkriti izvor pogreške.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Kao važna osnovna operacija, raspolavljanje brojeva se mora pažljivo uvoditi i vježbati uz pomoć materijala, mnogo prije nego što tema „dijeljenje“ postane predmetom nastave. Raspolavljanje brojeva do 20 trebalo bi se vježbati zajedno s udvostručavanjem brojeva do 10, pri čemu raspolavljanje služi kao obrnuta operacija odgovarajućeg udvostručavanja. Kod udvostručavanja brojeva od 6 do 9, posebno se pokazuje korisnom strategija „snaga petice“: da bi se, primjerice, udvostručio broj 8, najprije se može rastaviti kao  $5+3$ . Zatim  $5+5=10$ ,  $3+3=6$ , pa je dvostruko od 8 jednako 16. Obrnuto, pola od 16 je 8. Predstavljanje broja 8 pomoću prstiju (dvoje djece koja rade zajedno), što se koristi bez brojanja,

Pola od 12 je: \_\_\_\_\_

Pola od 16 je: \_\_\_\_\_

Pola od 60 je: \_\_\_\_\_

Pola od 80 je: \_\_\_\_\_

Pola od 50 je: \_\_\_\_\_

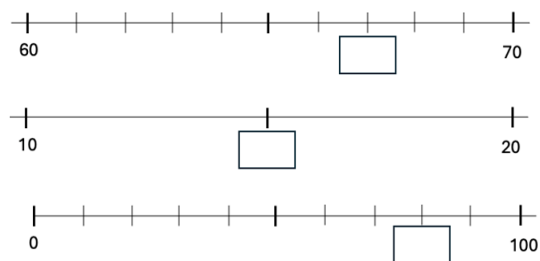
prikladno je za rad sa strategijom „snage petice“. Također, na odgovarajući način mogu se predstaviti i drugi brojevi do 20.

Raspolavljanje desetica, poput 30, 50, 70 i 90, važna je aktivnost za stjecanje osnovnog razumijevanja sustava mjesnih vrijednosti. Na primjer, da bi se prepolovilo 50, djeca bi trebala predstaviti 50 (ili 30, 70, 90) s 5 (ili 3, 7, 9) desetica ili s igračim novcem te osmisliti kako podijeliti broj na dva jednaka dijela. Ako mogu koristiti materijal, čak i djeca s teškoćama u učenju često sama otkriju da u takvim slučajevima jednu deseticu treba zamijeniti za deset jedinica. Međutim, ključno je da to kasnije postane i mentalno rješivo, te da se dugoročno, u konačnici, automatizira. Na ovaj način rad na prepolovljavanju također pomaže u jačanju razumijevanja dekadskog sustava.

## Zadatak 6: Brojevni pravac

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Dodijeliti odgovarajuće dvoznamenkaste brojeve zadanim oznakama na brojevnom pravcu, pri čemu treba uzeti u obzir različite intervale koji se koriste na brojevnom pravcu.



### Zašto je ova vještina ključna?

Prikazivanje brojeva na brojevnom pravcu važan je alat u nastavi matematike od osnovne do srednje škole. Na brojevnom pravcu mogu se jednostavno prikazati brojevi iz bilo kojeg skupa brojeva, a ne samo prirodni brojevi. Prikazivanje na brojevnom pravcu može pomoći u pojašnjenju i razumijevanju odnosa između brojeva i operacija s brojevima. Međutim, to zahtijeva ispravno tumačenje takvih prikazivanja.

Ovaj zadatak ispituje važan aspekt takvih tumačenja, to jest promatranje različitih skala: udaljenost između dviju susjednih oznaka na prvom brojevnom pravcu predstavlja jedan, na drugom pet, a na trećem deset. Da bi ispravno odredila prikazane vrijednosti, djeca moraju obratiti pažnju na označene rubne oznake, kao i na broj jednakih razmaka između rubnih oznaka.

Osim vještina vezanih uz sam način prikazivanja, zadatak pruža informacije o tome mogu li djeca prepoloviti brojeve (npr. 5 kao pola od 10 na drugom brojevnom pravcu) te o njihovoj sposobnosti rada s dvoznamenkastim brojevima. Na prvom brojevnom pravcu, ovisno o strategiji, djeca će ili nastaviti brojati od 60 ili prepoznati srednju oznaku između 60 i 70 kao 65 i nastaviti brojati od te točke. Na trećem brojevnom pravcu mogli bi brojati u koracima po deset, počevši od 0, ali i od 50, ako koriste središnju oznaku. Alternativno, mogli bi prepoznati da je svaki razmak dugačak deset jedinica i da od prikazane oznake do 100 nedostaju dvije desetice.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Pogreške u brojanju mogu se pojaviti na prvom brojevnom pravcu (npr. 66 ili 68 umjesto ispravnog 67). Ako dijete upiše 76, to je vjerojatno posljedica problema s pisanjem brojeva (vidi zadatak 4). U kombinaciji s pogreškom u brojanju, takvi problemi (miješanje znamenki) mogu dovesti do upisivanja 86 umjesto 68. Ako dijete upiše 7, zanemarujući desetice, ova pogreška, kao i druge, ne bi se smjela olako tumačiti kao nepažnja. Samo razgovor u kojem se dijete poziva da objasni svoj način razmišljanja može razjasniti razlog pogreške.

Isto vrijedi ako je na drugom brojevnom pravcu za broj u sredini upisano 5 umjesto 15. Pogreške poput 14, 16 ili 17 upućuju na to da je dijete nastavilo brojati od 10 i zamislilo, ili na testnom listiću označilo, oznake na samostalno odabranim (procijenjenim) razmacima. Ako je dijete upisalo 11 ili 19, vjerojatno je brojalo unaprijed ili unatrag po jedan od lijeve ili desne rubne oznake, ne obraćajući pažnju niti na razmake od pet jedinica, niti na proporcionalnost potrebnu na brojevnoj crti.

Na sličan način dijete može doći do upisa 98 na trećem brojevnom pravcu. Druge moguće pogreške su 40, kada se broji u koracima po pet počevši od 0, ili 90, kada se broji unatrag u koracima po pet počevši od 100. Kao što je objašnjeno, shvaćanje načina na koji nastaju ove i druge pogreške zahtijeva individualni razgovor s djetetom.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Mnogi udžbenici za 2. razred prikazuju brojeve pravce s oznakama prvenstveno ili čak isključivo u razmacima po jednu jedinicu. Osim toga, čini se da neki autori udžbenika vjeruju da prikazivanje na brojevnim pravcima ne treba dodatno objašnjavati. Međutim, važno je posebno poučavati djecu kako tumačiti brojeve pravce ne samo u smislu brojanja, nego i, još važnije, u smislu mjerenja. Na primjer, trebaju razumjeti da oznaka 8 na brojevnom pravcu između 0 i 10 označava da je udaljenost od 0 do 8 dugačka osam jedinica. Tu udaljenost moguće je podijeliti na pet i tri jedinice ili prepoloviti na dva dijela po četiri jedinice, i slično. Kasnije, djeca trebaju naučiti prepoznavati udaljenosti od deset jedinica unutar brojevnih pravaca označenih do 100 te razumjeti da brojevni pravci mogu imati različite ljestvice. Ovisno o odabranoj udaljenosti koja predstavlja jedinice (ili desetice) na zadanom brojevnom pravcu, udaljenosti za dvije, tri i tako dalje do deset jedinica (ili dvije, tri i tako dalje do deset desetica) predstavljaju višekratnike te osnovne jedinice.

## Zadatak 7: Osnovne činjenice o brojevima (brojevi do 10)

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Osnovne činjenice o brojevima (rastavljanje brojeva do 10).

| a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|----|----|----|----|----|----|
| 6  | 7  | 8  | 8  | 9  | 9  |
| 1  | 3  | 2  | 5  | 2  | 4  |

### Zašto je ova vještina ključna?

Za daljnji razvoj aritmetičkih vještina ključno je da djeca nauče razumjeti prirodne brojeve (isprva do 10) kao sastav brojeva („pojam dijela i cjeline“) i automatiziraju sve načine na koje se brojevi do 10 mogu sastaviti ili rastaviti na dva broja. Na primjer, ako dijete automatski povezuje broj osam s  $2+6$  (podzadatak c) i  $5+3$  (podzadatak d), moći će rješavati zadatke poput  $2+6$ ,  $8-6$ ,  $8-5$ ,  $3+5$ ,  $3+_=8$  i slično, bez potrebe za brojanjem. Lako mogu rastaviti zadatak poput  $37+8$  u dva jednostavnija koraka:  $37+3$ , te zatim  $40+5$ . Isto tako, mogu rastaviti zadatak poput  $32-8$  u  $32-2$ , te zatim  $30-6$ . Rastavljanje brojeva do 10 trebalo bi biti automatizirano do kraja prvog razreda, stoga je postavljeno vremensko ograničenje u ovom testiranju. Kako bi se izbjegao stres za djecu, pogledajte preporuke u *Uputama za provođenje testa probira 2+*.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Pogreške mogu upućivati na nepravilno pamćenje, na primjer ako dijete u podzadatku a) upiše broj 4 ili u podzadatku b) broj 5. Posebno u takvim slučajevima, kada je ispravan broj promašen za jedan, iza pogreške može stajati i pogreška u brojanju. Dijete se tada ne bi prisjetilo pogrešnog broja iz memorije, nego bi pokušalo riješiti rastavljanje broja brojanjem i (tipično) pogriješilo za jedan.

Pogreške poput upisivanja 7 u podzadatku a) upućuju na to da je dijete pogrešno shvatilo zadatak i izračunalo zbroj dva zadana broja. Ako se u Vašem razredu nikada nije vježbalo rastavljanje brojeva u

formatu korištenom ovdje, takve pogreške ne bi se smjele smatrati valjanim pokazateljem vještina rastavljanja brojeva. U tom slučaju bilo bi bolje provjeriti traženo rastavljanje broja u drugom pisanom ili usmenom obliku. Međutim, moguće je i da su takve pogreške posljedica automatizama koji nisu praćeni razumijevanjem. Individualni razgovori jedan na jedan mogu razjasniti ovu situaciju.

### **Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?**

Ako djeca do kraja prvog razreda osnovne škole nisu svladala rastavljanje brojeva do 10, vjerojatno će u budućnosti imati značajne poteškoće. U takvim slučajevima, individualnim razgovorom prvo se mora razjasniti leže li problemi u području automatizacije ili nedostaje osnovno razumijevanje da su brojevi sastavljeni od drugih brojeva (koncept „dio-cjelina“).

Aktivnosti koje uključuju strukturirane prikaze brojeva pomažu u razvijanju razumijevanja dijelova i cjeline. Ovisno o korištenim prikazima, da bi mogli prepoznati dijelove, djeca moraju biti u stanju odmah uočiti brojeve do četiri, tj. prepoznati ih na prvi pogled bez brojanja. Međutim, poznato je da neka djeca ne uspijevaju odmah prepoznati niti broj tri. U takvim slučajevima potrebno je razviti strategije kao podršku za uklanjanje te poteškoće, primjerice prikazivanjem broja tri unutar okvira s pet polja. To omogućuje gotovo istodobno prepoznavanje broja tri pomoću dva prazna polja, što čak i djeca s ograničenim sposobnostima simultanog prepoznavanja obično mogu shvatiti bez brojanja. Prsti također pružaju dobre mogućnosti da djeca s teškoćama u učenju pristupe odnosima „dio-cjelina“ do deset, pod uvjetom da ih djeca nauče koristiti za prikaz brojeva bez brojanja. Prikazi pomoću prstiju, kao i prikazi točkica unutar okvira od pet, deset i kasnije dvadeset točkica, mogu se koristiti za brze vježbe pomoću kartica: brojevi prikazani na sistematičan način trebali bi se uhvatiti „na prvi pogled“. Rastavljanja koja omogućuju ovo razumijevanje bez brojanja djeca trebaju verbalizirati i koristiti ih za operacije bez brojanja. Na primjer, ako dijete zabilježi osam kao pet i tri, trebalo bi razmišljati što se događa ako se oduzme pet, itd.

Za djecu s teškoćama u učenju dobro je u početku usredotočiti se na nekoliko vrsta rastavljanja (strategija „snage petice“, rastavljanje na dva jednaka dijela) i njih ojačati. Kasnije bi djeca trebala raditi na razumijevanju kako su pojedinačna rastavljanja broja povezana, prema principu kompenzacije: npr. osam je pet i tri, ali i šest i dva; jedan dio se poveća za jedan, dok se drugi smanji za jedan da bi se to nadoknadilo. Tek na temelju takvih uvida u sljedećoj fazi postaje smisleno pokušati automatizirati osnovna rastavljanja brojeva. Korištenje kartica („*flashcards*“) pokazalo se kao učinkovit način za to.

## Zadatak 8: Mentalno zbrajanje brojeva do 100

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Zbrajanje u rasponu brojeva do 100, uključujući prijelaz desetice.

### Zašto je ova vještina ključna?

Sposobnost brzog i točnog mentalnog zbrajanja temeljna je matematička vještina od velike važnosti i u svakodnevnom životu. To ostaje istinito i u digitalno doba, kada su kalkulatori lako dostupni. Ako ne možete računati napamet, nećete uočiti pogrešne izračune. U hijerarhiji školske matematike, zbrajanje do 100 preduvjet je za zbrajanje u višim brojčanim rasponima. Ono je također potrebno za izvođenje tablice množenja iz već zapamćenih činjenica (npr.  $6 \cdot 7$  iz  $5 \cdot 7$  dobiva se zbrajanjem  $35 + 7$ ). Također, množenje dvoznamenkastih i višeznamenkastih brojeva zahtijeva zbrajanje djelomičnih rezultata, i tako dalje.

Važno je da djeca nauče rješavati zadatke zbrajanja bez brojanja, i to već u prvoj godini školovanja. Test probira ne može zabilježiti koje strategije (brojanje ili ne-brojanje) djeca koriste za rješavanje aritmetičkih zadataka. Međutim, koliko je to moguće u učionici, obratite pažnju na djecu ako broje na glas dok rade na zadatku ili pokazuju prikrivene znakove brojanja (gledanje prema gore, kimanje glavom...). Kako bi se izbjegao stres, u ovom zadatku ne postavlja se vremensko ograničenje. Ipak, djeca koja koriste strategije brojanja obično trebaju znatno više vremena da dođu do rezultata. Ako to uočite, to pruža važnu dodatnu informaciju o tome hoće li pojedinoj djeci trebati daljnja podrška kako bi naposljetku razvila strategija računanja bez brojanja.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Djeca koja broje (vidi gore) obično čine više pogrešaka pri zbrajanju od ostale djece. Tipične su „pogreške za jedan“, poput  $32 + 7 = 38$ , jer se 32 prilikom brojanja unaprijed broji kao prvi broj. Druge pogreške mogu se objasniti pogrešnim tumačenjem prstiju koji se koriste za brojanje. Na primjer, dijete koje najprije podigne pet prstiju za  $25 + 8$ , a zatim želi dodati osam prstiju jedan za drugim, moglo bi najprije napuniti drugu ruku, a potom nastaviti s prvom rukom, stisnuti je u šaku i ispružiti još tri prsta. Tada još uvijek drži i pet prstiju druge ruke podignutima, vidi osam prstiju i to bi pogrešno moglo protumačiti kao 38.

Drugi izvor pogrešaka odnosi se na probleme s jedinicama i deseticama. Primjerice, u slučaju  $6 + 74$ , zamjena znamenki (47 umjesto 74) može dovesti do netočnog rezultata 53. U slučaju izračuna  $27 + 40 = 76$ , do zamjene znamenki vjerojatno je došlo pri zapisivanju rezultata (76 umjesto 67). Zbrajanje brojeva 6 i 4 bez razmatranja da se dobila nova desetica dovodi do rezultata  $6 + 74 = 70$ . U slučaju  $27 + 40$ , zbrajanje (ili brojanje) 4 umjesto 40 dovodi do rezultata 31. Još jedna moguća pogreška kod računanja zbroja  $6 + 74$  jest 134, ako djeca najprije zbroje  $6 + 7 = 13$ , a zatim iza 13 dopišu 4. Mnoge se pogreške mogu razjasniti samo individualnim razgovorom, i to ne uvijek s potpunom sigurnošću. Međutim, uvijek se isplati pokušati ih razumjeti, jer se iza pogrešaka često krije obrazac, a kada se obrazac prepozna, djetetu se može učinkovitije pomoći.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Aktivnosti podrške u ovom području učinkovite su samo ako se usmjere na sam korijen djetetovih teškoća u računanju. Ako djeca zbrajaju brojanjem, to obično znači da nemaju dovoljno učvršćeno razumijevanje odnosa dio–cjelina u rasponu brojeva do 10 te da nemaju automatizirane odnose dijelova i cjeline (vidi zadatak 7). Ako djeca i do kraja drugog razreda, te kasnije, i dalje pokazuju nedostatke u ovom području, hitno su potrebne temeljne korektivne aktivnosti. Takvi slučajevi često zahtijevaju

$$32 + 7 =$$

$$6 + 74 =$$

$$60 + 30 =$$

$$27 + 40 =$$

$$25 + 8 =$$

individualnu podršku izvan one koja je moguća u učionici. Isto vrijedi i ako su za teškoće pri zbrajanju također, ili ponajprije, odgovorni nedostaci u razumijevanju dekadskog sustava.

Čak i ako je rješavanje takvih temeljnih teškoća u višim razredima osnovne škole zahtjevno i traži puno ustrajnosti i strpljenja s obje strane, i djeteta i učitelja, to je jedini način da se spriječi da se dijete iz godine u godinu suočava s još većim poteškoćama. Korištenje pomagala koja djetetu pomažu zbrajati brojanjem (npr. davanjem tablice zbrajanja s brojevima do 100) bilo bi, naprotiv, kontraproduktivno.

## Zadatak 9: Mentalno oduzimanje brojeva do 100

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Oduzimanje u rasponu brojeva do 100, uključujući prijelaz desetice.

### Zašto je ova vještina ključna?

Ono što je već rečeno za zadatak 8 (zbrajanje) u velikoj mjeri vrijedi i ovdje.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Kao i kod zadatka 8 (zbrajanje), pogreške u zadatku 9 često su pogreške nastale brojanjem („pogreška za jedan“) ili pogrešna tumačenja prstiju korištenih za brojanje. Također je moguće da dijete nije koristilo brojanje za oduzimanje, ali je pogriješilo zbog netočnog pamćenja osnovne činjenice (npr.  $8 - 6 = 3$ ).

Ostale pogreške odnose se na probleme s dekadskim sustavom, poput zamjene znamenki, nepravilnog povezivanja desetica i jedinica te ne uzimanje u obzir rastavljanje brojeva (produljeni zapis) u zadacima s prijelazom desetice.

Na kraju, pogreške mogu ukazivati na kombinaciju oba prethodno spomenuta područja problema.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Kao što je ranije spomenuto, sve što je već rečeno o zadatku 8 (zbrajanje) u velikoj mjeri vrijedi i ovdje.

Istraživanja pokazuju da su poteškoće s oduzimanjem čak češće nego sa zbrajanjem. Međutim, gledano iz aspekta obrazovanja u matematici, to nije zato što je oduzimanje objektivno teže od zbrajanja. Naravno, ono je teže kada se koristi strategija brojanja, jer se brojanje unatrag općenito rjeđe vježba i stoga je podložnije pogreškama. Ako i djeca koja ne oduzimaju brojanjem smatraju oduzimanje težim i čine više pogrešaka nego pri zbrajanju, barem djelomično objašnjenje može biti to što se oduzimanje u nastavi obrađivalo i vježbalo manje intenzivno. Ako test probira za Vaš razred pokaže jasne razlike u uspješnosti djece pri zbrajanju i oduzimanju (i to vjerojatno na štetu oduzimanja), to bi u svakom slučaju trebala biti prilika za preispitivanje težine dviju osnovnih operacija u nastavi.

$$48 - 6 =$$

$$37 - 7 =$$

$$20 - 9 =$$

$$56 - 30 =$$

$$25 - 8 =$$

## Zadatak 10: Razumijevanje operacije zbrajanja

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Rješavanje zadatka zadanog riječima koji se može riješiti u jednom koraku odgovarajućim zbrajanjem („simpleks problem“).

### Zašto je ova vještina ključna?

Zadaci zadani riječima poput onih prikazanih ovdje („simpleks problemi“) predstavljaju osnovni oblik stvarnih aritmetičkih problema (prikazanih u tekstualnom obliku). Simpleks zadaci daju naznaku o tome je li dijete usvojilo i može li se prisjetiti osnovnih ideja aritmetičke operacije. To je bitan preduvjet za rješavanje složenijih problema. Jedan od osnovnih koncepta zbrajanja koji se procjenjuje ovim zadatkom jest *zbrajanje kao spajanje*. Ovaj se koncept često razvija već u vrtićkoj dobi. Ostali osnovni koncepti koji su također poželjni (npr. aditivno uspoređivanje) nisu obuhvaćeni ovim zadatkom.

Na putu prema školi:

U autobusu se nalazi 12 učenika. Na sljedećoj stanici u autobus je ušlo 5 novih učenika. Koliko je sada učenika u autobusu?



Izračunaj: \_\_\_\_\_

U autobusu je \_\_\_\_\_ učenika.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

U ovom zadatku djeca ne bi trebala samo zapisati dobiveni broj, nego i račun kojim su došla do tog broja. Ako račun nije zapisan, moguće je da dijete nije primijetilo ili je zanemarilo taj zahtjev. Ako je rezultat točan, može se pretpostaviti da je izračunalo  $12 + 6$ . Međutim, ne može se isključiti mogućnost da dijete razumije kontekst i dolazi do rješenja brojanjem, ali ne shvaća da se rješenje može simbolički zapisati kao zbrajanje. Ovo se uzima u obzir pri vrednovanju u mjeri u kojoj se puni bod dodjeljuje samo ako su i račun i rezultat ispravno zapisani. U takvim slučajevima, međutim, trebalo bi u razgovoru s djetetom razjasniti zna li dijete doista kako povezati odgovarajući izraz za zbrajanje s tekstualnim zadatkom.

Ako je dijete računalo brojanjem, i kod ovog zadatka točan rezultat mogao bi se razlikovati za 1 ( $12 + 6 = 17$  ili  $12 + 6 = 19$ ) zbog pogreške u brojanju (vidi zadatak 8). Rezultat  $12 + 6 = 8$  mogao bi nastati ako se zanemari 1 u desetici. To se ne bi smjelo olako odbaciti kao nemarna pogreška. Kroz razgovor i pregled drugih zadataka može se razjasniti ima li dijete temeljne poteškoće u radu s dvoznamenkastim brojevima.

Ako dijete zapiše  $12 - 6$  kao račun, prvo treba provjeriti kako je isto dijete riješilo sljedeći zadatak, zadatak 11. U razgovoru jedan na jedan zatim se trebaju koristiti dodatni simpleks zadaci za zbrajanje i oduzimanje kako bi se potvrdila stvarna razina kompetencija.

Treba napomenuti da se zadatak predstavlja usmeno, odnosno učitelj tekst zadatka čita naglas. Tekst je ponuđen samo dodatno. To je namijenjeno kako bi se spriječilo da mogući problemi s razumijevanjem pročitane zadatke procjenu matematičkih vještina koje su ovdje od interesa. Ipak, kod djece za koju se zna da imaju ograničene vještine čitanja, treba uzeti u obzir da to može utjecati na njihovu izvedbu u ovom i drugim tekstualnim zadacima koje se čitaju naglas (zadaci 11, 14, 15), jer im tekst nije dostupan osim onoga što čuju. Budući da djeca (posebno ona s teškoćama u čitanju) moraju pažljivo slušati tijekom ovog zadatka, poteškoće s pažnjom (opće ili samo selektivno ometanje tijekom ovog zadatka) mogu igrati još veću ulogu nego kod drugih zadataka.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Da bi djeca razvila čvrsto osnovno razumijevanje četiri osnovne aritmetičke operacije, ključno je da ih mogu povezati s iskustvima koja su stekla i koja nastavljaju stjecati u svakodnevnom životu. U tom smislu, znakovi za operacije trebaju se od samog početka povezivati s radnjama i stvarnim situacijama. Važni zadaci i vježbe uključuju prelazak između aritmetičkog izraza poput  $3 + 6$ , na radnje s materijalima,

stvarne situacije (također predstavljene tekstom, kao u ovom primjeru) i crteža. Bitno je da se ova aktivnost traži u oba smjera, odnosno na način da djeca trebaju sama izvoditi odgovarajuće radnje, osmisliti tekstualne zadatke i izraditi crteže koji odgovaraju zadanom izrazu, te objasniti u kojoj mjeri njihove radnje, tekstualni zadaci i crteži odgovaraju izrazu. Prilikom rada s tekstualnim zadacima potrebno je više puta raspravljati o općim značajkama takvih zadataka, ne samo o rješavanju pojedinačnih primjera, na primjer o zadacima koji se mogu riješiti zbrajanjem.

## Zadatak 11: Razumijevanje operacije oduzimanja

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Rješavanje zadatka zadanog riječima koji se može riješiti u jednom koraku odgovarajućim oduzimanjem („simpleks problem“).

### Zašto je ova vještina ključna?

Ono što je objašnjeno za zadatak 10 u velikoj je mjeri analogno i ovdje. Zadatak 11 obrađuje najosnovniju ideju oduzimanja, a to je „smanjivanje neke vrijednosti“. Djeca obično razvijaju ovaj koncept najkasnije u prvoj godini školovanja. Ostali važni koncepti koji ovdje nisu obuhvaćeni uključuju „uspoređivanje“ i određivanje „nepoznate komponente (nepoznanice) u zadacima sa zbrajanjem“.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Kao i kod zadataka 10, prilikom vrednovanja testa probira važno je obratiti pažnju s jedne strane na moguće pogreške u računanju, a s druge strane na pogreške u odabiru operacije. Ove posljednje postaju očite kada dijete zapisuje račun onako kako je traženo. Ako zapisani račun nije  $28 - 3$ , ono što je već rečeno za zadatak 10 primjenjuje se i ovdje, analogno.

Ako dijete zapiše samo rezultat, točan rezultat (npr. 25), kao u zadatku 10, pokazuje da je dijete svjesno da se pitanje opisano u tekstu može simbolički zapisati kao  $28 - 3$ . Međutim, to bi trebalo potvrditi i razgovorom s djetetom. Razgovor s djetetom također će razjasniti temeljni problem ako u testu probira netočan rezultat, zbog svoje blizine točnom, pokazuje da je dijete izračunalo  $28 - 3$ , ali je napravilo pogrešku u računanju ili brojanju i stoga zapisalo npr. 26 kao rješenje. Ovdje također treba uzeti u obzir mogućnost da ne zna mjesne vrijednosti znamenaka, a samo razgovor može razjasniti ukazuju li nastale pogreške (npr. 5) na temeljne probleme s dekadskim sustavom ili se mogu svrstati u nemarnost i pogreške u koncentraciji.

Rješenja poput 31 ili (u slučaju dodatne pogreške u računanju) 30 ukazuju da je dijete zbrajalo umjesto oduzimalo.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Pogledajte što je već komentirano za zadatak 10. Idealno je da djeca već u prvoj godini školovanja nauče da oduzimanjem mogu odrediti razliku između dva broja ili izračunati koliko nedostaje do cjelokupnog broja kada znaju jedan njegov dio. Ako test probira ne ukazuje na nikakve probleme s konceptom „oduzimanja“, to je, naravno, zadovoljavajuće. Ipak, u nastavi treba postavljati i ostvarivati ambicioznije ciljeve. Također je važno više puta provjeravati imaju li djeca održive i raznolike koncepte oduzimanja, kao i kod svih četiri osnovnih aritmetičkih operacija.

Na putu prema kući:  
U autobusu se nalazi **28** učenika. Na sljedećoj stanici iz autobusa su izašla **3** učenika. Koliko je učenika ostalo u autobusu?



Izračunaj: \_\_\_\_\_

U autobusu je \_\_\_\_\_ učenika.

## Zadatak 12: Tablica množenja

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Brzo i točno rješavanje osnovnih zadataka (s faktorima 2, 5 i 10) unutar tablice množenja.

### Zašto je ova vještina ključna?

Tablica množenja predstavlja jedno od osnovnih aritmetičkih znanja. Djeca bi trebala savladati sva množenja s faktorima do 10 prije nego što krenu rješavati složenije zadatke, poput množenja dvoznamenkastih brojeva, dijeljenja ili računanja s razlomcima.

- a)  $7 \cdot 2 =$
- b)  $4 \cdot 5 =$
- c)  $8 \cdot 10 =$
- d)  $9 \cdot 2 =$
- e)  $10 \cdot 7 =$
- f)  $5 \cdot 6 =$

U testu probira 2+ namjerno se procjenjuju samo zadaci s faktorima 2, 5 i 10. Njih se može smatrati ključnim zadacima tablice množenja. Suvremeni didaktički pristupi preporučuju da se u početnoj fazi automatizacije naglasak stavi upravo na te ključne zadatke. Djeca ih mogu i trebaju koristiti kao polazište za rješavanje ostalih zadataka, što im kasnije olakšava i njihovu automatizaciju. Savladavanje ključnih zadataka tablice množenja, što je predmet zadataka 12, može se stoga smatrati ključnom kompetencijom potrebnom za razvoj naprednije kompetencije – „potpunog savladavanja tablice množenja“. Važno je napomenuti da je vremensko ograničenje postavljeno u ovom zadatku značajno kako bi se dobili barem pokazatelji o tome je li dijete doista automatiziralo ključne zadatke (vidi objašnjenja u nastavku).

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Osnovna aritmetička činjenica može se smatrati automatiziranom ako se zadatak rješava pouzdano i brzo, bez dodatnog razmišljanja – ili izravnom reprodukcijom iz dugoročnog pamćenja, ili brzim, gotovo automatskim izvođenjem zaključka (npr. ako se dijete ne sjeti odmah da je  $9 \cdot 2 = 18$ , ali najprije pomisli na  $2 \cdot 9$  pa zamjenom faktora uz minimalno kašnjenje dođe do točnog rezultata). Treba imati na umu da pismeni test probira ne može pouzdano pokazati jesu li zadaci doista automatizirani u ovom smislu. U literaturi se vremenska granica za „automatizirano poznavanje osnovnih aritmetičkih činjenica“ obično postavlja na najviše 3 sekunde po zadatku. Međutim, valja uzeti u obzir da u pisanom zadatku djeca najprije moraju pročitati zadatak, a zatim zapisati odgovor. Zato je u ovom slučaju vremensko ograničenje 30 sekundi za 6 zadataka. Djeci koja su ih doista automatizirala, rješavanje svih 6 zadataka točno u tom vremenu obično ne predstavlja problem. Ipak, može se dogoditi da dijete ne stigne sve riješiti na vrijeme jer općenito radi sporije, lako se omete, ima poteškoća s pisanjem i slično. S druge strane, moguće je da dijete nije automatiziralo sve zadatke, ali ih svejedno uspije riješiti u 30 sekundi – primjerice, neke iz sjećanja, a druge brzim prebrojavanjem u nizovima. Takva strategija nije učinkovita dugoročno. Stoga, zadatak 12 je pokušaj utvrđivanja jesu li djeca savladala barem neke od ključnih zadataka iz tablice množenja – ništa više, ništa manje. Čak i kao takav pokušaj, on će dati korisne informacije samo ako se prilikom provedbe poštuje vremensko ograničenje. U *Uputama za provođenje testa probira 2+* pronaći ćete savjete kako učiniti da djeca ne osjećaju pritisak, te da oni koji ne riješe sve zadatke u zadanom vremenu ne budu frustrirani.

Osim ostavljanja neriješenih zadataka zbog nedostatka vremena, postoje dvije glavne vrste pogrešaka. Pogreške prisjećanja javljaju se kada se dijete spontano prisjeti netočnog rezultata. Takve pogreške često uključuju rezultate drugih tabličnih zadataka, primjerice:  $5 \cdot 6 = 54$ ,  $2 \cdot 9 = 40$  ili  $10 \cdot 7 = 27$ . Pogreške poput  $5 \cdot 6 = 25$  vjerojatno se mogu objasniti time da dijete broji u koracima od pet i pri tome napravi jedan korak premalo ili previše, kao u  $5 \cdot 6 = 35$ .

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Kao što je objašnjeno, suvremeni didaktički pristupi preporučuju da se tablica množenja ne uči kroz odvojene manje tablice (npr. deset zadataka od  $1 \cdot 4$  do  $10 \cdot 4$  kao jednu tablicu, zadaci od  $1 \cdot 6$  do  $10 \cdot 6$  kao drugu itd.), niti da se naglasak stavlja na mehaničko učenje. Umjesto toga, nastoji se najprije učvrstiti osnovne zadatke s faktorima 2, 5 i 10, a zatim razviti ciljne strategije pomoću kojih djeca mogu izvesti sve preostale zadatke iz temeljnih (primjerice,  $9 \cdot 7$  iz  $10 \cdot 7$  ili  $6 \cdot 8$  iz  $5 \cdot 8$ , itd.). Ciljana automatizacija svih netemeljnih zadataka kasnije je olakšana time što djeca mogu koristiti već poznate temeljne zadatke, zajedno s razumijevanjem odnosa i strategija izvođenja, kao oslonce za pamćenje. Preduvjet za to je dobro konceptualno razumijevanje množenja (vidi zadatak 13).

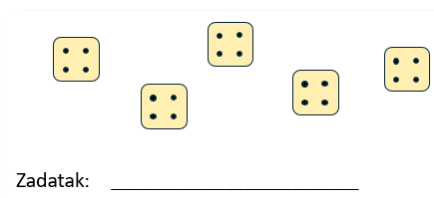
## Zadatak 13: Razumijevanje operacije množenja

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Razumijevanje da prikaz više jednakih količina predstavlja množenje.

### Zašto je ova vještina ključna?

Ovaj zadatak obuhvaća ključnu kompetenciju „osnovni koncepti množenja“. Takvi osnovni koncepti preduvjet su za razvoj naprednijih matematičkih vještina, kao što su razumijevanje dijeljenja kao inverzne operacije množenja, prepoznavanje i korištenje multiplikativnih odnosa među brojevima te razvoj proporcionalnog mišljenja i elementarne algebre. Oni su također preduvjet za prepoznavanje multiplikativnih odnosa u stvarnim životnim situacijama i problemima. Temeljne ideje o osnovnim aritmetičkim operacijama obuhvaćaju mnoge dimenzije. Zadatak 13 pokriva samo jednu od tih dimenzija, i to samo u onoj mjeri u kojoj to omogućuje provjera olovkom i papirom. Ta dimenzija je sposobnost povezivanja crteža s odgovarajućim aritmetičkim izrazom.



### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Jedna moguća pogreška jest zapisati  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ . Ako dijete kao odgovor napiše  $4+4+4+4+4$ , ono je zapisalo odgovarajuće zbrajanje, ali nije slijedilo zahtjev da napiše odgovarajuće množenje. To može upućivati na to da zapravo ne povezuje ovakve prikaze s množenjem. To ne znači nužno da nije steklo razumijevanje množenja kao samostalne operacije, ali se svakako treba smatrati upozoravajućim znakom. Isti način razmišljanja, u kombinaciji s pogreškama u brojanju, može dovesti i do izraza poput  $4+4+4+4$  ili  $4+4+4+4+4+4$ .

U različitim zemljama u udžbenicima primjenjuju različite konvencije o tome kako se uvodi množenje. U Hrvatskoj, pa i u većini ostalih Europskih zemalja, množenje se uvodi kao skraćeni zapis zbrajanja jednakih pribrojnika. Prema toj konvenciji, samo je  $5 \cdot 4$  prikladno za prikaz pet kocaka, od kojih svaka ima četiri točkice, dok bi  $4 \cdot 5$  odgovaralo crtežu četiri kocke, od kojih svaka ima pet točica. U Italiji se, kao suprotan primjer,  $5 \cdot 4$  uvodi kao skraćenica za  $5+5+5+5$ . Međutim, neovisno o tome kako se množenje uvodi u nastavi, istraživanja pokazuju da treba očekivati da će neka djeca razmišljati drugačije od onoga što su vidjela i čula na satu. Stoga bi i učenik u Hrvatskoj mogao pet kocaka s po četiri točkice prikazane na ilustraciji shvatiti kao „četiri puta pet“ i zapisati izraz  $4 \cdot 5$ , misleći pri tome na „čtvorku koja se vidi pet puta“. Takva individualna tumačenja, koja odstupaju od konvencije, mogu izazvati probleme u nastavi jer postoji opasnost od nesporazuma. Ipak, ne bi ih bilo primjereno smatrati pogreškama; i djeca koja zapišu  $4 \cdot 5$  također pokazuju razumijevanje množenja.

**Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?**  
 Kao što je već komentirano u zadatku 10, važno je da djeca mogu povezati osnovne aritmetičke operacije sa svakodnevnim iskustvima kako bi razvila čvrsto konceptualno razumijevanje. Na taj bi način u početku trebala povezivati zadatke s množenjem s radnjama i situacijama u kojima se isti broj/količina mora više puta uzeti ili promišljati zajedno. Važno je istaknuti i sličnosti i razlike u odnosu na zbrajanje. Zadaci poput izrade prikaza i osmišljavanja tekstualnih zadataka koji odgovaraju zadanom izrazu ili, obrnuto, zadavanja djeci da zapišu odgovarajući izraz za prikaz ili tekstualni zadatak, korisni su u tom smislu. Razvijanje razumijevanja o zamjenjivosti faktora ( $5 \cdot 4$  i  $4 \cdot 5$ ) važan je sljedeći korak. Međutim, prije toga djeca moraju naučiti mentalno razlikovati broj koji odgovara na pitanje „Koliko puta?“ od broja koji označuje „Koliko svaki put?“. Kako bi se olakšala komunikacija u učionici, korisno je slijediti konvenciju određenu nacionalnim udžbenicima. Djecu koja stvari tumače drugačije treba potaknuti da objasne svoje tumačenje. Ipak, isto vrijedi za svu djecu: vizualni prikazi ili ilustracije uz pomoć materijala nikada se ne smiju uzimati zdravo za gotovo. Oni doprinose razvoju čvrstih osnovnih pojmova samo ako se koriste za pojašnjavanje matematičkog načina razmišljanja u razgovoru.

## Zadatak 14: Količinsko dijeljenje

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Rješavanje (naglas pročitano) zadatka zadanog riječima u kojem ukupnu količinu treba podijeliti na podskupove jednake veličine.

### Zašto je ova vještina ključna?

Ovaj zadatak može se matematički riješiti kao problem dijeljenja  $18 : 6 = 3$ . Ovdje 6 odgovara veličini jednog od jednakih dijelova na koje je podijeljen ukupni broj 18, a rezultat 3 odgovara broju tih dijelova. U literaturi se to naziva „količinsko dijeljenje“ (quotitive division), za razliku od „partitivnog dijeljenja“ (vidi zadatak 15), koje je drugi važan temeljni pojam dijeljenja, a djeca bi ga trebala razviti i učvrstiti u osnovnoj školi. Čvrsto razumijevanje oba tipa dijeljenja preduvjet je i za sljedeće korake u hijerarhiji školske matematike (npr. razumijevanje razlomaka, dijeljenje racionalnih brojeva...) i za rješavanje složenijih zadataka zadanih riječima.

Test probira 2+ namjerno ne provjerava koriste li djeca pri rješavanju zadatka dijeljenje. To ovisi o tome jesu li i u kojoj mjeri dijeljenje već obrađivali u nastavi, posebno u vezi s tekstualnim zadacima. Zadatak 14 procjenjuje samo mogu li djeca razumjeti situaciju opisanu u tekstu i riješiti problem koji ona sadrži. Mogu koristiti crtež, nešto u njemu dodati, isprobavati različite pristupe i pritom uopće ne razmišljati o dijeljenju.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Rješenje 12 (ili 13 ili 11 u slučaju pogrešaka u brojanju) vjerojatno se može objasniti time da je dijete izračunalo (ili izbrojalo)  $18 - 6$ . Također, moglo bi zbrajati 18 i 6; ako je zbrajanje točno, dolazi do 24, a ako ima pogrešaka u brojanju, rezultat može biti i 25 ili 23. Ako je dijete koristilo ilustraciju kao pomoć pri rješavanju, netočno rješenje obično daje naznake što je dovelo do pogreške.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Kao što je već komentirano u zadacima 10, 11 i 13 u vezi s ostalim trima osnovnim aritmetičkim operacijama, razvoj čvrstih osnovnih koncepta zahtijeva da dijete poveže operaciju sa svakodnevnim iskustvima. U slučaju dijeljenja, važno je graditi iskustva i na zadacima u kojima se dijeljenjem određuje

Jutros je farmer pokupio **18 jaja**. U jednu kutiju za jaja stane **6 jaja**. Koliko je kutija za jaja moguće napuniti?



Farmer može popuniti \_\_\_\_\_ kutija jaja.

broj skupina (zadatak 14) i na onima u kojima se određuje veličina jedne skupine (zadatak 15). Primjeri svakodnevnih zadataka količinskog dijeljenja uključuju zadatke raspodjele predmeta poput ovoga formuliranog ovdje; zadatke grupiranja, npr. koliko se ekipa po 6-ero djece može formirati ako u razredu ima 18-ero djece; zadatke mjerenja, npr. koliko se 2-litarskih vrčeva može napuniti s 10 litara soka; te zadatke s novcem, poput pitanja „Koliko kuglica sladoleda po 2 eura mogu kupiti ako imam 8 eura za sladoled?“

Znak za dijeljenje trebao bi se uvoditi u vezi s rješavanjem takvih zadataka (uz pomoć materijala), i to kao praktičan simbol za zapisivanje zadataka te vrste. Ponovno su važne i obratne aktivnosti, tj. osmišljavanje tekstualnih zadataka za zadane izraze poput  $12:4$ . Djeca bi također trebala takve izraze prevesti u odgovarajuće radnje s materijalom, napraviti prikladne crteže, a s druge strane učiti tumačiti crteže poput 3 kutije s po 6 jaja kao rezultat dijeljenja. Od samog početka trebaju se uzimati u obzir i zadaci koji uključuju ostatke, zajedno s razmišljanjem o tome igra li ostatak ulogu i u kojoj mjeri pri pronalaženju točnog broja koji se traži kao rješenje takvih zadataka.

U svakom slučaju, ključno je da djeca nauče razumjeti dijeljenje kao samostalnu aritmetičku operaciju, a ne samo kao „operaciju obrnutu množenju“. Što se tiče razlike između količinskog i partitivnog dijeljenja, važno je da djeca nauče prepoznati stvarne životne situacije kao probleme dijeljenja, te da povežu određeni izraz dijeljenja s tipičnim situacijama iz svakodnevnog života koje mu odgovaraju, u obje varijante. Stručni nazivi poput „količinsko“ i „partitivno“ u tome im ne pomažu, ali pomaže ako mogu svojim riječima opisati sličnosti i razlike između dviju varijanti dijeljenja.

## Zadatak 15: Partitivno dijeljenje

### Ključna vještina testirana ovim zadatkom

Rješavanje (naglas pročitano) zadatka zadanog riječima u kojem ukupnu količinu treba podijeliti na **zadani broj** podskupova jednake veličine.

### Zašto je ova vještina ključna?

Zadatak 15, kao i zadatak 14, može se matematički riješiti

pomoću dijeljenja, u ovom slučaju  $15:3=5$ . Ovdje 3 odgovara broju jednakih dijelova na koje je podijeljen ukupni broj 15, a rezultat 5 označuje veličinu jednog dijela. U literaturi se to naziva „partitivno dijeljenje“, za razliku od „količinskog dijeljenja“ (vidi zadatak 14), drugog važnog temeljnog pojma dijeljenja koji bi djeca trebala razviti i učvrstiti u osnovnoj školi. Kao što je već komentirano u zadatku 14, čvrsto razumijevanje obaju tipova dijeljenja preduvjet je za sljedeće korake u hijerarhiji školske matematike (npr. razumijevanje razlomaka, dijeljenje racionalnih brojeva...) kao i za rješavanje složenijih tekstualnih zadataka.

Kao što je komentirano u zadatku 14, test probira 2+ namjerno ne provjerava rješavaju li djeca zadatak pomoću dijeljenja. Hoće li to učiniti ovisi o tome je li i u kojoj mjeri dijeljenje već obrađeno na nastavi, osobito u vezi s tekstualnim zadacima. Zadatak 15 procjenjuje samo mogu li djeca razumjeti situaciju opisanu u tekstu i riješiti problem koji ona sadrži, čak i ako se pri tome služe crtežom, nešto u njega dodaju, isprobavaju različite postupke i pri tome uopće ne razmišljaju o dijeljenju.

### Koje vrste pogrešaka i drugih upozoravajućih znakova se mogu očekivati kod ovog zadatka?

Zadaci partitivnog dijeljenja teže se rješavaju grafički nego zadaci količinskog dijeljenja. U ovom zadatku (kao u zadatku 14) cilj se postiže zaokruživanjem podskupova zadane veličine i prebrojavanjem tako dobivenih skupova. U zadacima partitivnog dijeljenja, međutim, veličina podskupa upravo je ono što treba grafički odrediti. U ovom zadatku to se može učiniti tako da se jaja jedno po jedno raspoređuju svakom od troje djece, pritom pazeći na „jednaku podjelu“. No linije povezivanja brzo postaju nejasne i nepregledne. Pogreške najčešće proizlaze iz kasnijih pogrešaka u brojanju, netočnih grafičkih povezivanja i sličnih problema.

### Kakvu vrstu podrške se može pružiti djeci koja pokazuju poteškoće s ovim zadatkom?

Komentari u zadatku 14 u vezi sa zadacima količinskog dijeljenja primjenjuju se i ovdje. Treba napomenuti da postoje različita stajališta u suvremenoj literaturi o matematičkom obrazovanju o tome je li učinkovitije uvesti količinsko i partitivno dijeljenje više-manje istovremeno ili se u početku koncentrirati samo na jednu od dvije varijante. Većina nastavnika matematike ipak preporučuje da se prilikom uvođenja dijeljenja fokusira na jednu od dvije varijante. Količinsko dijeljenje nudi prednost jer je rješavanje problema pristupačnije uz materijale i ilustracije (vidi gore). U svakom slučaju, čim se djeca susretnu s problemima koji uključuju obje varijante (količinsko i partitivno dijeljenje) kao dva tipa dijeljenja (tj. izrade jednakih dijelova od zadanog broja), važno je da postanu svjesna sličnosti i razlika između ove dvije vrste. Održavanje te svijesti zahtijeva ponavljanje, ciljane nastavne aktivnosti tijekom duljeg vremenskog razdoblja, no važno je kako bi djeca mogla razviti čvrsto razumijevanje dijeljenja i nastaviti njegov razvoj i izvan područja prirodnih brojeva.

Baka je kupila **15 čokoladnih jaja** koja želi podijeliti svojim unucima. Baka ima **3 unuka**.

Svaki je unuk dobio isti broj jaja. Koliko je čokoladnih jaja dobio svaki unuk?



Svaki unuk dobio je \_\_\_\_ jaja.



## 4) Bilješke o evaluaciji i dokumentaciji rezultata

Rezultate testiranja moguće je evaluirati na nekoliko načina. Različite tablice za ocjenjivanje dostupne su za besplatno preuzimanje s web stranice *DiToM* projekta: [ditom.org/hr/tests-hr](http://ditom.org/hr/tests-hr)

Ako preferirate ručno ocjenjivanje, nudimo Vam sljedeće materijale:

- a) **Pregledna tablica za bodovanje**, koja za svaki zadatak navodi kriterije za dodjelu jednog boda, pola bodova ili nula bodova (vidi stranicu 41);
- b) **Tablica za brzo ocjenjivanje cijelog razreda** (vidi stranicu 43);
- c) **Tablica za individualno vrednovanje učenika po učenika** (vidi stranicu 44)

Vremenski najmanje zahtjevna opcija je da rezultate pregledate u Excelu na svom računalu. U tu svrhu možete preuzeti:

- d) Unaprijed **programirana Excel** datoteka s dva radna lista (tablice) između kojih možete prelaziti putem kartica u donjem lijevom kutu.

Za svakog pojedinog učenika u tablici pod nazivom **“qualitativ”** jednostavno unesite brojeve (odnosno njegove odgovore koje je upisao u testnu knjižicu) i to u odgovarajući stupac koji pripada pojedinom zadatku. Ako učenik nije odgovorio na neko pitanje, unesite **999**.

Kada završite s unosom podataka, prebacite se na **“quantitativ”** list (odnosno tablicu). Program će tada automatski pokazati je li svaki podzadatak bio točno (1) ili netočno (0) odgovoren i izračunat će ukupni broj bodova za svaki zadatak (1 / 0.5 / 0). Na kraju svakog retka pronaći ćete postotak ispravno riješenih zadataka i ukupni rezultat za pojedinog učenika. Na kraju svakog stupca pronaći ćete postotak učenika u razredu koja su točno riješila taj zadatak.

### "Kritični pragovi bodova" za *DiToM* 2+ i kako ih interpretirati

Kako je objašnjeno ranije, *DiToM* nije namijenjen etiketiranju učenika (vidi Poglavlje 1). Tamo ćete pronaći detaljnije objašnjenje „kritičnih pragova bodova“ koji su određeni na temelju pilot-testiranja *DiToM*-a (za verziju 2+ u završnoj fazi pilot testiranja sudjelovalo je 1373 učenika iz sedam partnerskih zemalja projekta) koji su dobiveni korištenjem *Latent Class Analysis* metode. Ova metoda omogućuje da se učenici, na temelju svog ukupnog rezultata u *DiToM* 2+ testiranju, svrstaju u jednu od sljedeće tri skupine:

| Raspon bodova | Skupina                                                                   |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------|
| 0 do 9        | A - Učenici koji pokazuju opsežne poteškoće u više ključnih kompetencija. |
| 9.5 do 12.5   | B - Učenici koji pokazuju naznake poteškoća u određenim područjima.       |
| 13 do 15      | C- Učenici kod kojih nema značajnih naznaka poteškoća.                    |

Napomena: Imajte na umu da probir pruža samo trenutni pregled stanja. Rezultate stoga treba usporediti s vlastitim opažanjima i iskustvima u učionici te po potrebi dodatno intervjuirati pojedine učenike — kako biste produčili i precizirali svoje razumijevanje, te prilagodili svoje zaključke.

### Bodovanje *DiToM* Testa probira 2+ (maksimalno 15 bodova)

|    |                                               |                        |                                                                                              |
|----|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Prebrojavanje                                 | 1 B.<br>0 B.           | točan odgovor (23)<br>ostalo                                                                 |
| 2  | Prikaz desetica i jedinica                    | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | sva tri točna odgovora (25, 36, 45)<br>dva točna odgovora<br>ostalo                          |
| 3  | Brojanje unaprijed i unatrag                  | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | sva tri točna retka (39,40, 41) (86 .. 89, 90) (58, 59, 60 ...)<br>dva točna retka<br>ostalo |
| 4  | Pisanje dvoznamenkastih brojeva               | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | svih pet točnih odgovora (34, 15, 43, 50, 67)<br>četiri točna odgovora<br>ostalo             |
| 5  | Raspolavljanje brojeva (do 100)               | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | svih pet točnih odgovora (6, 8, 30, 40, 25)<br>četiri točna odgovora<br>ostalo               |
| 6  | Brojevni pravac                               | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | sva tri točna odgovora (67, 15, 80)<br>dva točna odgovora<br>ostalo                          |
| 7  | Osnovne činjenice o brojevima (brojevi do 10) | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | svih šest točnih odgovora (5, 4, 6, 3, 7, 5)<br>pet točnih odgovora<br>ostalo                |
| 8  | Mentalno zbrajanje brojeva do 100             | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | svih pet točnih odgovora (39, 80, 90, 67, 33)<br>četiri točna odgovora<br>ostalo             |
| 9  | Mentalno oduzimanje brojeva do 100            | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | svih pet točnih odgovora (42, 30, 11, 26, 17)<br>četiri točna odgovora<br>ostalo             |
| 10 | Razumijevanje operacije zbrajanja             | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | točan račun i rezultat ( $12 + 6 = 18$ )<br>točan račun ILI rezultat<br>ostalo               |
| 11 | Razumijevanje operacije oduzimanja            | 1 B.<br>0.5 B.         | točan račun i rezultat ( $28 - 3 = 25$ )<br>točan račun ILI rezultat                         |

|    |                                  |                        |                                                                                                                        |
|----|----------------------------------|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                  | 0 B.                   | ostalo                                                                                                                 |
| 12 | Tablica množenja                 | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | svih šest točnih odgovora (14, 20, 80, 18, 70, 30)<br>četiri ili pet točnih odgovora<br>ostalo                         |
| 13 | Razumijevanje operacije množenja | 1 B.<br>0 B.           | točan zapis ( $5 * 4$ ili $4 * 5$ ), rezultat je nebitan<br>ostalo                                                     |
| 14 | Količinsko dijeljenje            | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | točan odgovor (3 kutija jaja), zaokruživanje nije bitno<br>ispravno zaokruženo, ali odgovor „3“ nije zapisan<br>ostalo |
| 15 | Partitivno dijeljenje            | 1 B.<br>0.5 B.<br>0 B. | točan odgovor (5 jaja), zaokruživanje nije bitno<br>ispravno zaokruženo, ali odgovor „5“ nije zapisan<br>ostalo        |

Datum .....

Datum .....

[illegible]



Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

**Tablica za evaluaciju DiToM Test probira 2+**

| Zadatak | Točan odgovori | Točno / netočno | Bodovi |
|---------|----------------|-----------------|--------|
| 1       | 23             |                 |        |
| 2.a     | 25             |                 |        |
| 2.b     | 36             |                 |        |
| 2.c     | 45             |                 |        |
| 3.a     | 394041         |                 |        |
| 3.b     | 868990         |                 |        |
| 3.c     | 585960         |                 |        |
| 4.a     | 34             |                 |        |
| 4.b     | 15             |                 |        |
| 4.c     | 43             |                 |        |
| 4.d     | 50             |                 |        |
| 4.e     | 67             |                 |        |
| 5.a     | 6              |                 |        |
| 5.b     | 8              |                 |        |
| 5.c     | 30             |                 |        |
| 5.d     | 40             |                 |        |
| 5.e     | 25             |                 |        |
| 6.a     | 67             |                 |        |
| 6.b     | 15             |                 |        |
| 6.c     | 80             |                 |        |
| 7.a     | 5              |                 |        |
| 7.b     | 4              |                 |        |
| 7.c     | 6              |                 |        |
| 7.d     | 3              |                 |        |
| 7.e     | 7              |                 |        |
| 7.f     | 5              |                 |        |

| Zadatak  | Točan odgovori | Točno / netočno | Bodovi |
|----------|----------------|-----------------|--------|
| 8.a      | 39             |                 |        |
| 8.b      | 80             |                 |        |
| 8.c      | 90             |                 |        |
| 8.d      | 67             |                 |        |
| 8.e      | 33             |                 |        |
| 9.a      | 42             |                 |        |
| 9.b      | 30             |                 |        |
| 9.c      | 11             |                 |        |
| 9.d      | 26             |                 |        |
| 9.e      | 17             |                 |        |
| 10 dio 1 | 12+6=18        |                 |        |
| 10 dio 2 | 18             |                 |        |
| 11 dio 1 | 28-3=25        |                 |        |
| 11 dio 2 | 25             |                 |        |
| 12.a     | 14             |                 |        |
| 12.b     | 20             |                 |        |
| 12.c     | 80             |                 |        |
| 12.d     | 18             |                 |        |
| 12.e     | 70             |                 |        |
| 12.f     | 30             |                 |        |
| 13       | 5*4 ili 4*5    |                 |        |
| 14       | 3              |                 |        |
| 15       | 5              |                 |        |

Ukupan broj bodova od 15

Komentar: \_\_\_\_\_

**Evaluacija**

Zadatak 1 i 13

točno = 1 bod; netočno ili nema odg. = 0 bodova

Zadatak 2, 3 i 6

sva 3 točna = 1 bod; 2 točna = 0.5 bodova; 1,0 točnih ili nema odg. = 0 bodova

Zadatak 4, 5, 8 i 9

svih 5 točnih = 1 bod; 4 točna = 0.5 bodova; 3,2,1,0 točnih ili nema odg. = 0 bodova

Zadatak 7

svih 6 točnih = 1 bod; 5 točnih = 0.5 bodova; 4,3,2,1,0 točna ili nema odg. = 0 bodova

Zadatak 10 i 11

2 točna = 1 bod; 1 točan = 0.5 bod; 0 točnih ili nema odg.: 0 bodova

Zadatak 12

svih 6 točnih = 1 bod; 5 ili 4 točnih = 0.5 bodova; 3,2,1,0 točna ili nema odg. = 0 bodova

Zadatak 14 i 15

točno = 1 bod; nije odg. ali točno zaokruženo = 0.5 bodova; inače = 0 bodova

## Literatura

Glasnović Gracin, D. (2014.), *Modeli aritmetike za razrednu nastavu*, Poučak, 15 (59), 12 – 21.  
<https://old.matematika.hr/files/5014/0488/1882/glasnovic-kongres2014.pdf>

Glasnović Gracin, D. (2012.), *Upotreba konkretnih materijala u razrednoj nastavi matematike*, Zbornik radova 5. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, 197-202. Zagreb, Profil

Livingston, S. A. (2014). *Equating Test Scores (without IRT)*. 2<sup>nd</sup> edition. Educational Testing Service.

Markovac, J. (2001.), *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb, Školska knjiga

Mulligan J.T., Mitchelmore M.C. (1997.), *Young children's intuitive models of multiplication and division*, Journal for Research in Mathematics Education: Vol. 28, No. 3, 309-330.

Sharma, Mahesh C. (2001.), *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje. <https://www.izvorznanja.com/teaser/117.pdf>

Van de Walle, J. A., & Karp, K. S. (2021). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally*. 10th edition. Pearson.